Projeto Material Didático Público

ELOGIO DO APRENDIZADO

Aprenda o mais simples! Para aqueles
Cuja a hora chegou
Nunca é tarde demais!
Aprenda o ABC; não basta, mas
Aprenda! Não desanime!
Comece! É preciso saber tudo!
Você tem que assumir o comando!
Aprenda, homem no asilo!
Aprenda, homem na prisão!
Aprenda, mulher na cozinha!
Aprenda, ancião!
Você tem que assumir o comando!
Frequente a escola, você que não tem casa!
Adquira conhecimento, você que sente frio!
Você que tem fome, agarre o livro: é uma arma.
Você tem que assumir o comando.
Não se envergonhe de perguntar, camarada!
Não se deixe convencer
O que não sabe por conta própria
Não sabe.
Verifique a conta
É você que vai pagar.
Ponha o dedo sobre cada item
Pergunte: o que é isso?
Você tem que assumir o comando.

(Bertolt Brecht)

Edição 2021

NÚCLEO PRÁXIS-USP

Índice das Matérias

I - Português/Gramática
II - Português/Literatura
III - Redação
IV - História
V - Geografia
VI - Matemática
VII - Física
VIII - Química
IX - Biologia
X - Inglês
Extra - Impulso Inicial

Apostila

"Educando para a construção de uma nova sociedade em que os seres humanos possam ser livres"

CURSINHO POPULAR dos estudantes da USP

Projeto Político-Pedagógico da Associação Cultural de Educadores e Pesquisadores da Universidade de São Paulo

ACEPUSP

ASSOCIAÇÃO CULTURAL de EDUCADORES e PESQUISADORES da USP
*
NÚCLEO PRÁXIS de PESQUISA, EDUCAÇÃO POPULAR e POLÍTICA da USP

Projeto Político-Pedagógico de Educação Popular / Edição Digital

“ MATERIAL DIDÁTICO PÚBLICO ”

Esta obra foi escrita coletivamente por professores e estudantes universitários, trabalhadores e militantes pela democratização do ensino que entre 2002 e 2008 construíram o CURSINHO POPULAR DOS ESTUDANTES DA USP: projeto de educação popular da ACEPUSP, entidade oriunda do movimento estudantil uspiano da década de 1990. Dentre seus autores, alguns foram antes membros do CURSINHO DO CRUSP, agremiação em meio à qual se começou a conceber o plano deste material, nos últimos anos do século XX. A presente edição digital foi organizada, revista e atualizada em 2021 pelos pesquisadores e educadores do NÚCLEO PRÁXIS-USP – coletivo político-acadêmico que em parte se originou da militância acepuspiana.

***

Agradecemos o APOIO das seguintes entidades que de variadas formas, mediante parcerias e auxílios econômicos diretos ou infraestruturais, ajudaram a compor este projeto: SINTUSP, AMORCRUSP, ADUSP, DCE-Livre da USP, ASIB/Inst. Butantã, Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra, APEOESP, APROPUC, SINPRO-SP, Partido dos Trabalhadores/DZ-Butantã, Programa Diversidade na Universidade/MEC-UNESCO, Fórum Nacional de Cursinhos Pré-Universitários Populares, Instituto Cultura Latina, Inst. Desenvolv. Tradições Indígenas, Depto. História-USP, Depto. Geografia-USP, Depto. Filosofia-USP, Deptos. de Letras-USP, Deptos. de Ciências Sociais-USP, Inst. Física-USP, Depto. Jornalismo-USP, Depto. Artes Plásticas-USP, Fac. Educação-USP, Inst. Matemática e Estat.-USP, Fac. Arquitetura e Urban.-USP, Inst. Oceanografia-USP, Inst. Biociências-USP, Jornal A Palavra Latina, Jornal Brasil de Fato, Jornal do Campus-USP, Rádio Livre da USP “106.X”, Escola Mun. E. F. Amorim Lima-SP, Paróquia Sagrado Coração de Jesus/Pq. Continental-SP, Espaço Cultural O Jardim Elétrico, Espaço Cult. COHAB-Raposo Tavares, e os Centros Acadêmicos de Filosofia, História, Geografia, Letras, C. Sociais, Física, Matemática, Comunicação e Artes, Pedagogia, Engenharia Civil, Arquitetura, Psicologia, Biologia, Bioquímica, Oceanografia, Química, Astronomia e Geologia da USP, e de C. Sociais e Economia da PUC-SP, dentre outros colaboradores.

É ESTRITAMENTE PROIBIDA A COMERCIALIZAÇÃO DESTE CONJUNTO DE APOSTILAS PRÉ-UNIVERSITÁRIAS: MATERIAL DIDÁTICO PÚBLICO E GRATUITO!

*

TRABALHO POLÍTICO-PEDAGÓGICO SEM FINS LUCRATIVOS DESENVOLVIDO PARA USO NA EDUCAÇÃO POPULAR *PRÉ-UNIVERSITÁRIA* – CONCEITO QUE TRANSCENDE O DE *PRÉ-VESTIBULAR*, EM DEFESA DA UNIVERSALIZAÇÃO DA EDUCAÇÃO SUPERIOR E DO FIM DA EXCLUSÃO VESTIBULAR!

*

OS EDITORES SOLICITAM QUE LHES SEJAM COMUNICADOS QUAISQUER EQUÍVOCOS E IMPRECISÕES DESTE MATERIAL DIDÁTICO, OU PROBLEMAS COM EVENTUAL UTILIZAÇÃO DE INFORMAÇÕES CUJA FONTE NÃO TENHA SIDO REFERENCIADA OU QUE ESTEJAM EM DESACORDO COM ALGUM DIREITO.

[CONTATO: nucleopraxis.usp.br@gmail.com]

*

PARTES DESTA OBRA PODEM SER REPRODUZIDAS, DESDE QUE CITADA A FONTE:

ACEPUSP; NÚCLEO PRÁXIS-USP (autoria coletiva). **Material Didático Público**: ***apostilas pré-universitárias do Cursinho Popular dos Estudantes da USP*** [10 volumes e tomo introdutório]. São Paulo: Edições Núcleo Práxis-USP (Biblioteca Popular), 2021 [baseada na 2ª edição impressa, de 2008, em 4 volumes e introdução/ atualizada e revisada em 2021]. **Disponível em: https://nucleopraxisusp.org .**

PROJETO "MATERIAL DIDÁTICO PÚBLICO"

AUTORES / ACEPUSP*

*** Lista dos principais coautores, militantes da educação popular, membros e parceiros da ACEPUSP que – entre outros colaboradores – conceberam, coordenaram, escreveram, revisaram e produziram coletivamente esta obra em sua 1ª edição (2002/2003) e 2ª edição (2007/2008).**

PROFESSORES MEMBROS DA COORDENAÇÃO GERAL DO PROJETO

Adalberto Tadeu (Geografia-FFLCH-USP)
Alexandre Ribeiro Leichsenring (Inst. Matemática e Estatística-USP)
Cassiano Reinert Novais dos Santos (Fac. Economia e Adm.-USP/ Inst. Matemática e Est.-USP)
Cesar Antonio Alves Cordaro (Fac. Direito-USP/ Sind. Advogados-SP)
Emerson Rios Viana (Ciências Sociais-FFLCH-USP)
Ferenc Diniz Kiss (Inst. Física-USP)
Geraldinho José da Cunha (Sintusp)
Igor Martins Fontes Leichsenring (História-FFLCH-USP)
Ivan Martins Fontes Leichsenring (Letras-FFLCH-USP)
Mariana Vieira Helene (Inst. Física-USP/ Direito-PUC-SP)
Paulo Henrique Tavares Cesar (Inst. Geociências-USP)
Roseana de Souza Pellozo (Inst. Física-USP)
Silfarlem Junior de Oliveira (Artes Visuais-UFES)
Thiago Rocha Cardoso (Inst. Matemática e Estatística-USP/ Fac. Educação-USP)
Yuri Martins Fontes Leichsenring (Esc. Politécnica-USP/ Filosofia-FFLCH-USP)

PROFESSORES MEMBROS DAS COORDENADORIAS PEDAGÓGICAS

Ana Luiza de Azevedo Pires Sérios (Inst. Física-USP/ Jornalismo-PUC-SP)
Anna Karina Diniz Kiss (Fac. Educação-USP)
Antonio Araujo (Letras-FFLCH-USP)
Carolina Poppi (Letras-FFLCH-USP)
Dafne Lima Pessanha de Morais Melo (Jornalismo-PUC-SP/ História-FFLCH-USP)
Elder Nascimento (Letras-FFLCH-USP)
Eduardo Calderini (IME-USP)
Gabriela Viacava (Letras-FFLCH-USP)
Henrique Peres (Letras-FFLCH-USP)
Jacy Gameiro (Inst. Biologia-Unicamp)
João Victor Pavesi de Oliveira (Geografia-FFLCH-USP)
Júlio César da Silva (Inst. Matemática e Estatística-USP)
Leonel de Miranda Sampaio (Fac. Economia e Administração-USP)
Maria Elaine Andreoti (Letras-FFLCH-USP)
Patrícia Amorim da Silva (Letras-FFLCH-USP)
Pedro Kawamura Gonçalves (Inst. Biologia-USP)
Rafael Eichemberger Ummus (Inst. Biologia-USP)
Robson Tadeu Muraro (História-FFLCH-USP)
Renato Douglas Gomes Ribeiro (Inst. Matemática e Estatística-USP)
Rodrigo Ramos da Silva (Inst. Física-USP)
Samantha Stamatiu (Letras-FFLCH-USP)
Simone Bazarian Vosgueritchian (Inst. Biologia-USP)
Suely Midori Aoki (Inst. Física-USP)
Telmo Egmar Camilo Deifeld (Eng. Civil-UFSM/ Esc. Politécnica-USP)
Tiago Barbosa (História-PUC-SP)
Waldo Lao Fuentes Sánchez (Escuela Nac. Antropología e Historia-México)

PROJETO “MATERIAL DIDÁTICO PÚBLICO”

EDIÇÃO DIGITAL – 2021

[OBRA EDITADA EM 11 VOLUMES]

ORGANIZADA, REVISTA E ATUALIZADA PELO

NÚCLEO PRÁXIS de PESQUISA, EDUCAÇÃO POPULAR e POLÍTICA da UNIVERSIDADE de SÃO PAULO

*

ORGANIZAÇÃO GERAL DA EDIÇÃO

YURI MARTINS FONTES L.

*

REVISÃO FINAL E EDITORAÇÃO

ARGUS ROMERO ABREU DE MORAIS
FERENC DINIZ KISS
IVAN MARTINS FONTES LEICHSENRING
MARIANA VIEIRA HELENE
YURI MARTINS FONTES L.

*

REVISÕES ESPECÍFICAS E ATUALIZAÇÃO DE CONTEÚDO

ARGUS ROMERO ABREU DE MORAIS
ATHOS LUIZ VIEIRA
CARLOS ALBERTO BORBA
FERENC DINIZ KISS
IVAN MARTINS FONTES LEICHSENRING
JOANA APARECIDA COUTINHO
MARIANA MENDONÇA MEYER
MARIANA VIEIRA HELENE
PAULO ALVES JUNIOR
PAULO HENRIQUE TAVARES CESAR
PEDRO ROCHA FLEURY CURADO
ROSA MARIA TAVARES ANDRADE
SOLANGE STRUWKA
YURI MARTINS FONTES L.

PROJETO “MATERIAL DIDÁTICO PÚBLICO”

NOTA SOBRE A EDIÇÃO DIGITAL E ORIENTAÇÃO AO ESTUDANTE

Esta edição digital foi elaborada pelo NÚCLEO PRÁXIS–USP, coletivo político-acadêmico vinculado ao LEPHE/História-USP (coord. prof. Wilson do Nascimento Barbosa), criado em 2015 por iniciativa de antigos membros-fundadores da ACEPUSP, juntamente com pesquisadores participantes do Seminário das Quartas/Filosofia-USP (coord. prof. Paulo Eduardo Arantes), com o propósito de atuar na educação popular, formação política e difusão do pensamento socialista.

O texto-base usado na composição desta edição digital é o da 2ª edição impressa, finalizada em 2008. Originalmente, a coleção de APOSTILAS foi dividida em quatro volumes (duas por semestre), além de tomo introdutório. Contudo, visando oferecer uma melhor organização ao estudante pré-universitário – especialmente o autodidata – que busque apoio nesta obra, optou-se na nova edição por estruturar o conjunto do MATERIAL DIDÁTICO PÚBLICO de acordo com suas disciplinas (áreas normalmente cobradas em exames de seleção), totalizando-se assim dez volumes, mais uma introdução: Português/Gramática, Português/Literatura, Redação, História, Geografia, Matemática, Física, Química, Biologia, Inglês, e o tomo extra *Impulso Inicial*.

O estudante deve estar atento ao fato de que, apesar dos esforços dos atuais editores, educadores e pesquisadores por revisar e atualizar o texto original das apostilas, sempre haverá lacunas em qualquer material didático: manuais de estudos nunca são autossuficientes; e há temas que necessitam de renovação mais frequente ou específica. Além disto, de uma perspectiva mais ampla cabe observar que nenhuma teoria é conclusiva: como mostra o pensamento contemporâneo, não existem ciências definitivas, rígidas ou “exatas” (essa crendice *ideológica* da modernidade) – mas o conhecimento se movimenta com a história, dialeticamente.

Por outro lado, tendo-se em vista a falta de democratização da rede mundial (*internet*) – que vem sendo antes usada para segregar e lucrar, de que para incluir e socializar saberes –, este material didático deve servir, para além de seu vasto conteúdo ainda atual, crítico e pedagogicamente bem trabalhado, como um importante ROTEIRO DE ESTUDOS, que oferece um panorama básico dos principais temas exigidos em variadas provas: um guia a partir do qual se poderá pesquisar na rede ou em bibliotecas, com mais facilidade, as informações específicas faltantes ou futuramente vigentes.

Quanto aos EXERCÍCIOS, recomenda-se aos estudantes acessarem as plataformas universitárias e de ensino oficiais e públicas (ENEM, USP, UNICAMP, etc.), onde podem ser encontradas inúmeras questões de exames atuais, cuja tendência – louvável – tem sido a de promover a interdisciplinaridade, quebrando as artificiais fronteiras científicas *modernas* com que a academia ainda divide o conhecimento. Estes são alguns endereços:

ENEM (www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos); FATEC (www.vestibularfatec.com.br/provas-gabaritos); USP/FUVEST (www.fuvest.br); UFBA (www.vestibular.ufba.br); UFMG (www.ufmg.br/copeve); UFSCar (www.ufscar.br); UNESP (www.vunesp.com.br/vestibulares); UNICAMP (www.comvest.unicamp.br); UNIFESP (www.vestibular.unifesp.br).

NOTA ORTOGRÁFICA

O Projeto “Material Didático Público” foi desenvolvido durante a fase de transição para entrada em vigor do “Novo Acordo Ortográfico” da língua portuguesa. A atual edição digital e revista incorporou tais mudanças, porém com algumas ressalvas: como é o caso de certas regras de hífen (imprecisas e polêmicas); e de regras consideradas equivocadas, como normas que causam ambiguidade e dificultam a pronúncia e a própria fluidez da leitura (por exemplo, a confusa supressão do acento da forma verbal “pára” – palavra que mantivemos acentuada).

NOTA POLÍTICA

A partir da segunda década do século XXI, a ACEPUSP passou a ser gerida por pessoas já sem ligação com os fundadores da entidade, como grupos cooperativistas que, embora manifestem viés progressista, não necessariamente mantiveram as perspectivas socialistas, educacionais, histórico-científicas e o caráter de projeto popular crítico segundo os quais a associação foi construída – e conforme consta em seu estatuto de fundação. Desse modo, seus membros-fundadores e demais pioneiros (alguns dos quais ora membros do Núcleo Práxis-USP) não são responsáveis pelo teor que porventura poderá ser encontrado em novas edições ou outras versões deste material didático, ou ainda pelas práticas institucionais implementadas desde então na ACEPUSP (associação que hoje não conta com a participação de nenhum de seus criadores).

ASSOCIAÇÃO CULTURAL DE EDUCADORES E PESQUISADORES DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Física

(tomo VII)

Física

Sumário Geral

Parte I.....8

Parte II.....142

Física

Parte I

ÍNDICE DE FÍSICA – PARTE I

UNIDADE 1: MECÂNICA (I)

1. Introdução ao Movimento
Deslocamento e trajetória
Velocidade
Aceleração
Grandezas Físicas
Movimento Vetorial

2. As Leis de Newton
A Segunda Lei de Newton
Princípio da inércia (Primeira Lei de Newton)
Princípio da ação e Reação (Terceira Lei de Newton)
Aplicações das Leis de Newton I
Forças-Fundamentais
Forças-Modelo
Aplicações das Leis de Newton II

3. Cinemática
Movimento Uniforme (MU)
Movimento Uniformemente Variado (MUV)
Lançamentos
Movimento Circular Uniforme (MCU)

4. Os Campos de interação e a Matéria
Introdução
O Campo Gravitacional
O Campo Elétrico
O Campo Magnético

UNIDADE 2: ONDULATÓRIA

1. Ondas: Introdução
Classificação das ondas
Descrição matemática das ondas periódicas
Espectro Eletromagnético

2. Fenômenos Ondulatórios
A) Reflexão
B) Refração
C) Interferência de ondas
D) Ressonância
E) Difração

UNIDADE 3: FÍSICA TÉRMICA

1. Termofísica: Introdução
Termômetros e a medida da temperatura
Escalas Termométricas

2. Dilatação Térmica
Introdução
Dilatação Linear de Sólidos
Dilatação Superficial de Sólidos
Dilatação Volumétrica de Sólidos
Dilatação Volumétrica de Líquidos
Resumo

3. Calorimetria
Conceito de Calor
A relação entre calor e variação da temperatura
A Capacidade Térmica
A troca de calor entre corpos
Mudança de Fase
Potência e Energia
A unidade de energia "quilowatt-hora"
Rendimento

4. Estudo dos Gases
H_2O é substância sólida, líquida ou gasosa?
Gases
Lei Geral dos Gases Perfeitos
Equação de Clapeyron
Transformações de Estado

5. Máquinas Térmicas e a Termodinâmica
Termodinâmica: Trabalho, Energia Interna e Primeira Lei
Balanços energéticos nas Transformações Gasosas
Modelo para máquinas térmicas: Ciclos no diagrama P-V

UNIDADE 4: ÓPTICA GEOMÉTRICA

1. Introdução
Representações e princípios da óptica geométrica
Formação de sombras
Eclipses
Câmara Escura

2. Óptica Geométrica: Espelhos e Lentes
Reflexão
Espelhos Planos
Espelhos Esféricos
Refração
Lentes Esféricas Delgadas

APÊNDICES (I)
A. Letras Gregas
B. Análise dimensional e unidades de medidas
C. Gravitação Universal
D. A Origem do Magnetismo na Matéria
E. Acústica
F. Limites do modelo de Dilatação linear
G. A experiência de Joule: o equivalente mecânico do calor
H. Geração de Energia: Usinas e Bombas
I. Imagens nas Lunetas
J. Ângulo Limite
K. Dioptro Plano
L. Estudo Analíticos de Espelhos e Lentes esféricas
N. O Olho Humano
O. A "Natureza" da Luz

Resposta dos Exercícios

"*Viver é como andar de bicicleta:*
é preciso avançar para não perder o equilíbrio"
A. Einstein.

UNIDADE 1: MECÂNICA (I)

"Só quem não procura, se livra do erro"

"Não se preocupe muito com as suas dificuldades em Matemática,
posso assegurar-lhe que as minhas são ainda maiores."
A. Einstein.

A Cinemática: Física não é cálculo de velocidade média.

A cinemática organiza ocupa-se da descrição do movimento dos corpos, irá, assim, fundamentar a linguagem em que expressaremos nossas previsões acerca do movimento dos corpos, tema do próximo capítulo após da introdução sobre a cinemática.

A cinemática contará, ainda, com outros capítulos, a saber, a descrição em termos de funções horárias do movimento retilíneo de pontos materiais e o tratamento do movimento circular e lançamentos de corpos em uma região de campo gravitacional uniforme.

É importante, entretanto, não se fazer confusão com respeito ao significado da cinemática para a física. Por muitas circunstâncias, é comum que no sistema educacional brasileiro – que é o que conhecemos – dedique-se a maior parte do tempo a este tema, de modo que se passa a identificar a física com fórmulas de velocidade, aceleração e funções horárias, assimiladas com títulos como "sorvete-sorvetão" (seja lá o que isso queira significar).

Trata-se, entretanto, do mesmo equívoco que se cometeria ao dizer que geografia é a ciência que estuda mapas do ocidente, história a ciência que estuda fatos ocorridos no passado da Europa e que o mecânico tem sua atividade focada unicamente na manipulação de parafusos, como se deixar máquinas em condições de operação, lhe fossem objetivo secundário.

A despeito de desenvolvermos um diálogo único e introdutório sobre o que seria a física, vamos construir nossa opinião sobre a física de acordo com o contato que formos estabelecendo com ela. Um é o fato: "Física não é cálculo de velocidade média", ainda que possamos extrair muitas informações úteis, por exemplo, a partir de um resultado de velocidade média... Já o disse um filósofo: *"É mais difícil saber a verdade, que identificar a mentira"*.

É importante lembrar que questões de análise qualitativa estão cada vez mais presente nos exames vestibulares. Assim, o estudante deve tentar sempre organizar seu estudo dando importância ao entendimento qualitativo dos fenômenos físicos.

Bom ano e bons estudos.
Professores de Física da ACEPUSP.

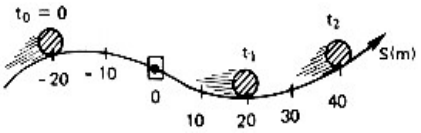
"Se a minha teoria da relatividade estiver correta,
a Alemanha dirá que sou alemão,
e a França, que sou cidadão do mundo.
Mas se eu estiver errado,
a França sustentará que sou alemão,
e a Alemanha garantirá que sou judeu"

1. INTRODUÇÃO AO MOVIMENTO

DESLOCAMENTO E TRAJETÓRIA

Referencial

O referencial consiste de um ponto do espaço em relação ao qual definimos um sistema de coordenadas que usamos para estabelecer as posições de outros corpos. Esse sistema de coordenadas associa um número (ou conjunto de números) que identifica unicamente qualquer outro ponto do espaço no qual o movimento se desenvolve. Por exemplo:



Note que para um corpo limitado a andar sobre uma linha necessitamos, para posicioná-lo de maneira única, apenas de associar um único número para cada ponto (existem números o suficiente para todos os pontos que podem caber numa linha?). A escolha mais simples possível é aquela na qual os números crescem em relação a um dado sentido (que pode ou não coincidir com o sentido do deslocamento do corpo).

Ponto Material

Chamaremos de Ponto Material todo corpo cujas dimensões não interferem no estudo do seu movimento, consiste do ponto cujo movimento será medido.

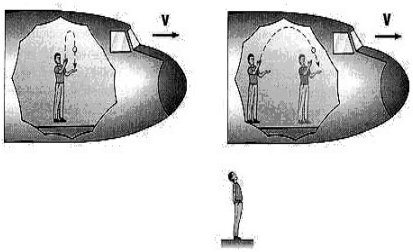
Trajetória

A trajetória de um corpo é o **conjunto dos lugares (pontos do espaço) pelos quais o corpo passa num intervalo de tempo**. Por sua vez esse 'passar' (que inclui em si uma especificação de que o corpo está indo de uma posição a outra) pode ser incorporado com a introdução de uma orientação sobre a curva descrita por um móvel:

Mas afinal, e o movimento?

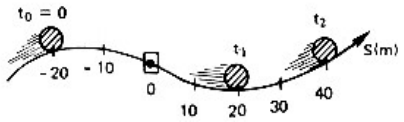
A noção de movimento é *relativa*, ou seja, para podermos falar em movimento, precisamos escolher um sistema de referência ou referencial, e, desta forma, a trajetória vista por diferentes referenciais pode ser diferente.

Você, sentado na sua cadeira, por exemplo, está em repouso quando tomamos a Terra como referencial, mas estaria em movimento se tomássemos o Sol como referencial (pois a Terra está se movendo ao redor do Sol).



Para o observador no interior do avião a trajetória da bolinha é distinta da trajetória observada para um observador fora do avião. Neste segundo caso o movimento do avião é adicionado ao movimento da bolinha no interior deste.

De um modo prático, adotamos como sistema de referência um segmento orientado (retilíneo ou não) sobre os quais indicamos as posições em km, m ou outra unidade de comprimento. Assim falar em movimento significa dizer que a posição do corpo varia com o tempo. Observe o exemplo abaixo:



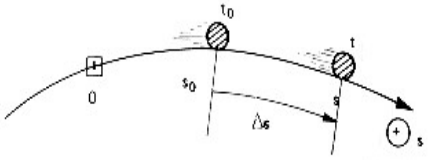
- Quando a partícula está na posição –20m o tempo é zero
- Quando a partícula passa pela posição 20m o tempo é t_1.
- Observe que conforme varia a posição do corpo o tempo também varia.

Deslocamento escalar (Δs)

Por deslocamento definimos como a **diferença entre duas posições de um corpo, tomadas em instantes arbitrários consecutivos.** Quando temos apenas a liberdade de movimento sobre uma linha dizemos que se trata de um deslocamento escalar

O termo 'escalar' indica a necessidade de apenas um número para descrevê-lo. Veremos que algumas quantidades são caracterizadas por mais de um número, chamadas, então, de maneira mais genérica de grandezas vetoriais, que portando representam a generalização do conceito de grandeza escalar.

Tomemos o deslocamento de um móvel de uma posição s_0, no instante t_0, para uma posição s, no instante t.

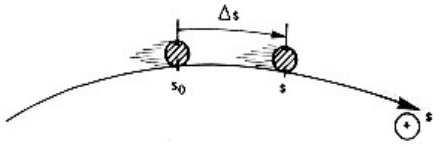


A distância percorrida pode ser obtida genericamente por:

$$\Delta S = S_f - S_i$$

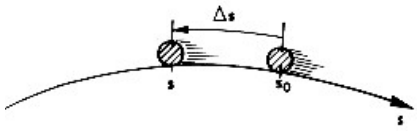
onde S_f é a posição final e S_i a posição inicial.

Note que se o móvel se deslocar no sentido positivo da trajetória (no qual os números estão ordenados de maneira crescente), o deslocamento será positivo:



$$\Delta S > 0$$

Da mesma maneira se o deslocamento se der no sentido contrário ao da trajetória, o deslocamento será negativo:



$$\Delta S < 0$$

Se nos instantes inicial e final, os espaços inicial e final forem iguais (este é o caso do objeto parado, ou do que saiu e voltou para o mesmo lugar), então temos:

$$\Delta S = 0$$

UNIDADES

Conforme dito distâncias (e, portanto, a posição e deslocamento dos móveis) são quantidades físicas expressas em termos das unidade metro (m), ou de seus múltiplos e sub-múltiplos decimais: quilômetro (km), centímetro (cm), milímetro (mm). A relação entre estas unidades, pode ser estudada no apêndice desta apostila "análise dimensional".

EXERCÍCIOS

1) Um carro tem aproximadamente 4m de comprimento. Se ele fizer uma viagem de 500km em linha reta, ele poderá ser considerado um ponto material? Por que?

2) Assinale Verdadeiro ou Falso:
( ) Um corpo pode estar em movimento em relação a um referencial e em repouso em relação a outro.
( ) Se um observador afirma que um corpo está em repouso, qualquer outro observador necessariamente dirá a mesma coisa.
( ) O sol está em movimento em relação a Terra.
( ) Quando uma criança num trem, afirma que as árvores estão se movendo, ela pode estar certa.

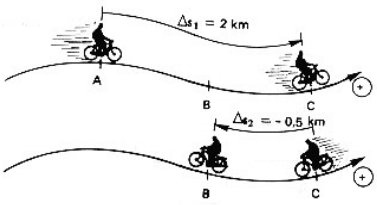
3) Dê um exemplo onde você possa ser considerado um ponto material e outro onde você possa ser considerado um corpo extenso.

4) Um motociclista faz um trajeto entre duas cidades A e B em duas etapas: na primeira se desloca 150km em 2 horas e, na segunda, 200km em 90 minutos. Determine o deslocamento escalar do motociclista nos seguintes casos:
a) t=0 h a t=2 h;
b)t=2h a t=3,5 h;
c) t=0 h a t=3,5 h.

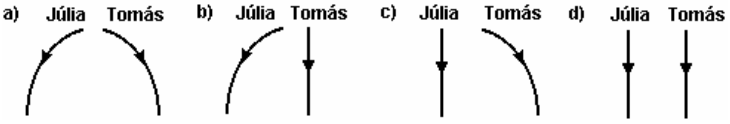
5) Um avião em vôo horizontal abandona um objeto. Qual é a provável trajetória desse objeto em relação a um observador na Terra?

6) Um barco movimenta-se com velocidade constante no instante em que um tripulante deixa cair um objeto do mastro. Que tipo de trajetória descreve o objeto para um observador: A) no barco? B) em terra?

7) A figura abaixo mostra um ciclista que se desloca de um ponto A até um ponto C, em seguida do ponto C até o ponto B. Qual o deslocamento total desde o ponto A até o ponto B?



8) (Ufmg 2000) Júlia está andando de bicicleta, com velocidade constante, quando deixa cair uma moeda. Tomás está parado na rua e vê a moeda cair. Considere desprezível a resistência do ar. Assinale a alternativa em que melhor estão representadas as trajetórias da moeda, como observadas por Júlia e por Tomás.



9) (Unirio) Numa viagem interestadual, um motorista de ônibus registrou os seguintes tempos:

Da parada A à parada B 1,53h
Da parada B à parada C 2,7h
Da parada C à parada D 0,856h
Da parada D à parada E 2,00h

Quanto tempo levou para dirigir da parada A à parada E?
a) 7h b) 7,1h c) 7,07h d) 7,08h e) 7,075h

VELOCIDADE

A velocidade de um corpo é a grandeza física que mede quando um corpo consegue se deslocar num certo intervalo de tempo.

Velocidade escalar média (v_m)

A velocidade escalar média – como o próprio nome insinua – é a variação de espaço ou o deslocamento escalar que ocorre em média na unidade de tempo.

Tome, por exemplo, um automóvel que percorreu 100 km em duas horas.

i) Podemos interpretar isso dizendo que a cada uma hora o automóvel percorreu 50km,

ii)Também pode ter ocorrido que o automóvel percorreu 90km em 50 minutos e os outros 10km nos dez minutos restantes.

Nos dois casos acima a velocidade média foi de 50km por hora. Representando, matematicamente, esta idéia definimos a velocidade média v_m:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_f - S_i}{t_f - t_i}$$

onde S_f é a posição ocupada pelo corpo no instante t_f e S_i é a posição ocupada pelo corpo no instante t_i.

Repare que para $\mathbf{v_m > 0}$ o corpo se movimenta no sentido da orientação da trajetória, pois $S_f > S_i$ (e t_f é sempre maior que t_i). Da mesma maneira Para $\mathbf{v_m < 0}$, o corpo se movimenta no sentido oposto à orientação da trajetória.

Estando o espaço medido em metros (m) e o tempo em segundos (s), a velocidade, expressa pela relação acima, define que a velocidade será expressa em metros por segundo (m/s). Houvesse de se medir distâncias em quilômetros (km) e o tempo em horas se teria a velocidade expressa em quilômetros por hora (km/h) e assim por diante pra quaisquer sistemas de medidas arbitrariamente definidos.

Velocidade escalar instantânea (v)

Durante o movimento de um determinado corpo, a velocidade não necessariamente permanece constante, mas pode variar de um valor de instante a outro. Assim a velocidade pode ser pensada como uma quantidade instantânea. O velocímetro em um automóvel indica aproximadamente a velocidade instantânea do móvel.

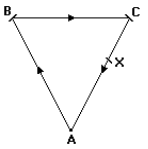
A velocidade que um móvel apresenta em um determinado instante é chamada de velocidade instantânea.

A velocidade instantânea pode ser definida partindo da equação acima na medida em que tomássemos a variação dos espaços percorridos para intervalos de tempo arbitrariamente pequenos, o valor instantâneo será tão melhor estimado quanto menor o intervalo de tempo em que se esteja tomando o cálculo da velocidade média.

EXERCÍCIOS

10. (Fatec 98) Uberlândia situa-se a 575 km de São Paulo. Um automóvel sai de São Paulo às 13h12min, chegando a Uberlândia às 18h57min. Podemos afirmar que esse percurso foi desenvolvido com velocidade média de:
a) 115 km/h
b) 100 km/h
c) 85 km/h
d) 30 m/s
e) 20 m/s

11. (Fuvest) Tem-se uma fonte sonora no vértice A de uma pista triangular eqüilátera e horizontal, de 340m de lado. A fonte emite um sinal que após ser refletido sucessivamente em B e C retorna ao ponto A. No mesmo instante em que a fonte é acionada um corredor parte do ponto X, situado entre C e A, em direção a A, com velocidade constante de 10m/s. Se o corredor e o sinal refletido atingem A no mesmo instante, a distância AX é de:
a) 10m (Dado: velocidade do som no ar=340m/s)
b) 20m
c) 30m
d) 340m
e) 1020m

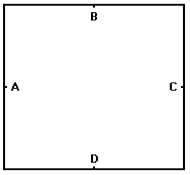


12. (Faap 96) A velocidade de um avião é de 360km/h. Qual das seguintes alternativas expressa esta mesma velocidade em m/s?
a) 360.000 m/s
b) 600 m/s
c) 1.000 m/s
d) 6.000 m/s
e) 100 m/s

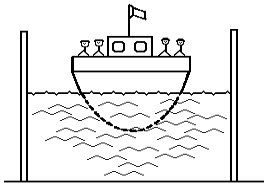
13. (Cesgranrio 95) Segundo um comentarista esportivo, um juiz de futebol, atualmente, ao apitar um jogo, corre, em média, 12km por partida. Considerando os 90 minutos de jogo, é correto afirmar que a velocidade escalar média com que um juiz de futebol se move no campo, em km/h, é de:
a) 18
b) 0,18
c) 1,18
d) 0,13
e) 8,0

14. (Fuvest) Os pontos A, B, C e D representam pontos médios dos lados de uma mesa quadrada de bilhar. Uma bola é lançada a partir de A, atingindo os pontos B, C e D, sucessivamente, e retornando a A, sempre com velocidade de módulo constante v1. Num outro ensaio a bola é lançada de A para C e retorna a A, com velocidade de módulo constante v2 e levando o mesmo tempo que o do lançamento anterior.

Podemos afirmar que a relação v1/v2 vale:
a) 1/2
b) 1
c) √2
d) 2
e) 2√2



15. Um barco é erguido 24m, no interior de uma eclusa, num intervalo de tempo de 40min. Sua velocidade média de ascensão é:
a) 18m/s.
b) $2,5 \times 10^3$m/s.
c) 5×10^3m/s.
d) 10^2m/s.
e) $7,2 \times 10^3$m/s.

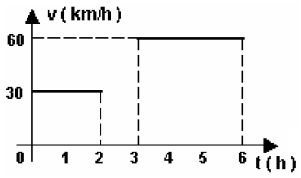


16. (Fei 96) Um automóvel percorre 300km. Na primeira metade deste percurso sua velocidade é de 75km/h e na segunda metade sua velocidade é o dobro da velocidade na primeira metade. Quanto tempo ele levará para realizar todo o percurso?
a) 2,5 h
b) 3,0 h
c) 3,5 h
d) 4,0 h
e) 2,0 h

17. (Unesp 91) Num caminhão-tanque em movimento, uma torneira mal fechada goteja à razão de 2 gotas por segundo. Determine a velocidade do caminhão, sabendo que a distância entre marcas sucessivas deixadas pelas gotas no asfalto é de 2,5 metros.

18. Um automóvel faz uma viagem em 6 h e sua velocidade escalar varia em função do tempo aproximadamente como mostra o gráfico ao lado.

A velocidade escalar média do automóvel na viagem é:



a) 35 km/h
b) 40 km/h
c) 45 km/h
d) 48 km/h
e) 50 km/h

19. Um trem de 100m de comprimento leva 30s para atravessar completamente um túnel de 0,5 km. Qual a velocidade escalar média do trem em m/s.

20. (Mack) Na última volta de um grande prêmio automobilístico, os dois primeiros pilotos que finalizaram a prova descreveram o trecho da reta de chegada com a mesma velocidade constante de 288 km/h. Sabendo que o primeiro colocado recebeu a bandeirada final cerca de 2,0 s antes do segundo colocado, à distância que os separava neste trecho derradeiro era de:
a) 80 m.
b) 144 m.
c) 160 m.
d) 288 m.
e) 576 m.

21. (Mack) O Sr. José sai de sua casa caminhando com velocidade escalar constante de 3,6 km/h, dirigindo-se para o supermercado que está a 1,5 km. Seu filho Fernão, 5 minutos após, corre ao encontro do pai, levando a carteira que ele havia esquecido. Sabendo que o rapaz encontra o pai no instante que este chega ao supermercado, podemos afirmar que a velocidade escalar média de Fernão foi igual a:
a) 5,4 km/h
b) 5,0 km/h
c) 4,5 km/h
d) 4,0 km/h
e) 3,8 km/h

22. (Fuvest 92) Em um prédio de 20 andares (além do térreo) o elevador leva 36s para ir do térreo ao 20º andar. Uma pessoa no andar X chama o elevador, que está inicialmente no térreo, e 39,6s após a chamada a pessoa atinge o andar térreo. Se não houve paradas intermediárias, e os tempos de abertura e fechamento da porta do elevador e de entrada e saída do passageiro são desprezíveis, podemos dizer que o andar X é o:
a) 9º
b) 11º
c) 16º
d) 18º
e) 19º

23. Três amigos, Antônio, Bernardo e Carlos, saíram de suas casas para se encontrarem numa lanchonete. Antônio realizou metade do percurso com velocidade média de 4 km/h e a outra metade com velocidade média de 6 km/h. Bernardo percorreu o trajeto com velocidade média de 4 km/h durante metade do tempo que levou para chegar à lanchonete e a outra metade do tempo fez com velocidade média de 6 km/h. Carlos fez todo o percurso com velocidade média de 5 km/h. Sabendo que os três saíram no mesmo instante de suas casas e percorreram exatamente as mesmas distâncias, pode-se concluir que
a) Bernardo chegou primeiro, Carlos em segundo e Antônio em terceiro.
b) Carlos chegou primeiro, Antônio em segundo e Bernardo em terceiro.
c) Antônio chegou primeiro, Bernardo em segundo e Carlos em terceiro.
d) Bernardo e Carlos chegaram juntos e Antônio chegou em terceiro.
e) os três chegaram juntos à lanchonete

24. (Ufsc 2001) Um trem A, de 150 metros de comprimento, deslocando-se do sul para o norte, começa a atravessar uma ponte férrea de pista dupla, no mesmo instante em que um outro trem B, de 500 metros de comprimento, que se desloca do norte para o sul, inicia a travessia da ponte. O maquinista do trem A observa que o mesmo se desloca com velocidade constante de 36km/h, enquanto o maquinista do trem B verifica que o seu trem está a uma velocidade constante de 72km/h, ambas as velocidades medidas em relação ao solo. Um observador, situado em uma das extremidades da ponte, observa que os trens completam a travessia da ponte ao mesmo tempo.

Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S) e dê como resposta à soma dos números associados às proposições corretas.
01. Como o trem B tem o dobro da velocidade do trem A, ele leva a metade do tempo para atravessar a ponte independentemente do comprimento dela.
02. A velocidade do trem A, em relação ao trem B, é de 108km/h.
04. Não podemos calcular o comprimento da ponte, pois não foi fornecido o tempo gasto pelos trens para atravessá-la.
08. O comprimento da ponte é 200 metros.
16. Os trens atravessam a ponte em 35 segundos.
32. A velocidade do trem B, em relação ao trem A, é de 108km/h.
64. O comprimento da ponte é 125 metros e os trens a atravessam em 15 segundos.

Soma ( )

25. A velocidade linear de leitura de um CD é 1,2 m/s.
a) Um CD de música toca durante 70 minutos, qual é o comprimento da trilha gravada?
b) Um CD também pode ser usado para gravar dados. Nesse caso, as marcações que representam um caráter (letra, número ou espaço em branco) têm 8 ˜m de comprimento. Se essa prova de Física fosse gravada em CD, quanto tempo seria necessário para ler o item a) desta questão? 1 ˜m = 10^{-6} m.

ACELERAÇÃO

Quanto um corpo altera sua velocidade dizemos que ele está submetido a uma aceleração. A aceleração, assim, é a medida do aumento ou diminuição da velocidade.

Está, portanto, a aceleração relacionada com a variação da velocidade da mesma forma como está relacionada a velocidade para a variação na posição de um corpo. Da mesma forma como a velocidade, definimos inicialmente a <u>aceleração média</u>, que corresponde, portanto, à variação média da velocidade em relação ao tempo. Expressando em linguagem matemática:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

onde $\Delta v = v - v_0$ e $\Delta t = t - t_0$.

Se a velocidade de um corpo não varia sua aceleração é nula e seu movimento é uniforme. Se a velocidade aumenta a aceleração é positiva e se a velocidade diminui a aceleração é negativa.

Da expressão que define a aceleração acima temos que a unidade que a dimensiona é m/s², caso a velocidade esteja expressa em m/s e o tempo em s. Caso a velocidade esteja expressa em km/h e o tempo em h a unidade da aceleração será km/h², e assim por diante.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1. Um motorista viajando na velocidade limite da rodovia, no caso 80km/h (aproximadamente 22m/s) é surpreendido por um "urso de óculos", única espécie de urso latino americano, e freia bruscamente parando em 2 segundos. Graças ao bom... freio ABS não atingiu o inesperado e quase extinto urso. Ufa!

Nesse fato, qual foi a aceleração média do carro, em m/s², durante a freada?

Resolução

Para obter aceleração média, $a_m = \Delta v / \Delta t$, precisamos calcular a variação da velocidade, Δv, e do tempo, Δt, durante a freada. Os 2 segundos de duração é a própria variação no tempo, $\Delta t = 2$. Como antes sua velocidade era de 22 m/s e no final estava parado, $v_f = 0$, temos:

$$\Delta v = v_f - v_i = 0\text{m/s} - 22\text{m/s} \rightarrow \Delta v = -22\text{m/s}$$

Substituindo na expressão temos,

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-22\text{m/s}}{2\text{s}} \Rightarrow a_m = -11\text{m/s}^2$$

O sinal negativo indica que a aceleração agiu contra o movimento do carro, diminuindo sua velocidade.

EXERCÍCIOS

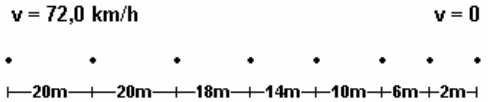
26. (Uel 95) No Sistema Internacional de Unidades, a aceleração de 360km/h² vale
a) 1/360
b) 1/36
c) 1
d) 10
e) 36

27. (Unirio 96) Numa rodovia, um motorista dirige com velocidade v=20m/s, quando avista um animal atravessando a pista. Assustado, o motorista freia bruscamente e consegue parar 5,0 segundos após e a tempo de evitar o choque. A aceleração média de frenagem foi, em m/s², de:
a) 2,0
b) 4,0
c) 8,0
d) 10
e) 20

28. (Unirio 98) Caçador nato, o guepardo é uma espécie de mamífero que reforça a tese de que os animais predadores estão entre os bichos mais velozes da natureza. Afinal, a velocidade é essencial para os que caçam outras espécies em busca de alimentação. O guepardo é capaz de saindo do repouso e correndo em linha reta, chegar à velocidade de 72km/h em apenas 2,0 segundos, o que nos permite concluir, em tal situação, ser o módulo de sua aceleração média, em m/s², igual a:
a) 10
b) 15
c) 18
d) 36
e) 50

29. Qual a aceleração escalar média de um corpo que passa de uma velocidade de 72km/h para 108km/h em 3s , no S.I ?

30. (Udesc 96) Um caminhão tanque desloca-se numa estrada reta com velocidade constante de 72,0km/h. Devido a um vazamento, o caminhão perde água à razão de uma gota por segundo. O motorista, vendo um obstáculo, freia o caminhão uniformemente, até parar. As manchas de água deixadas na estrada estão representadas na figura a seguir.



O valor do módulo da desaceleração durante a frenagem do caminhão (em m/s²) é:
a) 4,0
b) 2,2
c) 4,4
d) 2,8
e) 3,4

31. Um móvel que se desloca com uma velocidade de -6m/s sobre uma determinada trajetória passa para uma velocidade de 10m/s transcorrido um intervalo de tempo de 20s. Qual foi sua aceleração escalar média?

32. Um caminhão com velocidade de 36km/h é freado e pára em 10s. Qual o módulo da aceleração média do caminhão durante a freada?
a) 0,5 m/s²
b) 1,0 m/s²
c) 1,5 m/s²
d) 3,6 m/s²
e) 7,2 m/s²

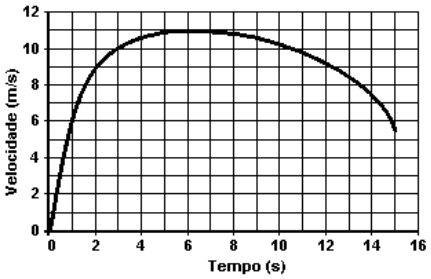
33. (Ufpe 2000) Um carro está viajando numa estrada retilínea com a velocidade de 72km/h. Vendo adiante um congestionamento no trânsito, o motorista aplica os freios durante 2,5s e reduz a velocidade para 54km/h. Supondo que a aceleração é constante durante o período de aplicação dos freios, calcule o seu módulo, em m/s².
a) 1,0
b) 1,5
c) 2,0
d) 2,5
e) 3,0

34. (Uel 97) Um caminhão, a 72 km/h, percorre 50m até parar, mantendo a aceleração constante. O tempo de frenagem, em segundos, é igual a
a) 1,4
b) 2,5
c) 3,6
d) 5,0
e) 10,0

35. (Uerj 2003) Suponha constante a desaceleração de um dos carros no trecho retilíneo entre as curvas Laranja e Laranjinha, nas quais ele atinge, respectivamente, as velocidades de 180 km/h e 150 km/h. O tempo decorrido entre as duas medidas de velocidade foi de 3 segundos.

O módulo da desaceleração, em m/s², equivale, aproximadamente, a:
a) 0
b) 1,4
c) 2,8
d) 10,0

36. (Enem 98) Em uma prova de 100m rasos, o desempenho típico de um corredor padrão é representado pelo gráfico ao lado. Em que intervalo de tempo o corredor apresenta ACELERAÇÃO máxima?



a) Entre 0 e 1 segundo.
b) Entre 1 e 5 segundos.
c) Entre 5 e 8 segundos.
d) Entre 8 e 11 segundos.
e) Entre 9 e 15 segundos.

GRANDEZAS FÍSICAS

Grandezas físicas são os atributos físicos associados aos corpos ou sistemas de corpos como: posição, velocidade, temperatura, luminosidade, etc... Tratam-se, enfim, das quantidades para as quais as leis físicas se ocupam de prever a variação.

Existem grandezas físicas que são completamente caracterizadas por apenas um número, por exemplo a massa de um corpo, que mede a quantidade de matéria deste corpo e que está relacionada com a resistência deste corpo a sofrer alteração em sua velocidade (ainda que o corpo não esteja submetido a nenhuma força que se oponha ao movimento).

Entretanto por vezes é necessário que se use mais de um número para caracterizar uma única quantidade, por exemplo, a posição de um ponto num qualquer de um plano.

Chamamos as primeiras quantidades de "escalares" e as seguintes chamamos de "vetores".

GRANDEZAS ESCALARES

Grandezas chamadas escalares são quantidades totalmente caracterizadas por apenas um valor numérico (real em geral, e na maior parte das vezes positiva) e sua unidade de medida.

GRANDEZAS VETORIAS

As grandezas físicas que precisam, além do seu valor numérico e unidade, de indicações de uma direção e um sentido, são chamadas de vetoriais.

Temos, por exemplo, a massa. Um pacote de açúcar tem 1 kg não importa se estou indo para casa ou para o supermercado. Quando dizemos 1 kg, damos todas as informações necessárias relativas à massa do objeto. O mesmo ocorre para temperatura, tempo e outras...

Entretanto, o que acontece com a massa não se repete, por exemplo, quando falamos de velocidade. Dizer que um carro anda a 30 km/h não é suficiente para saber se o carro vai ou não bater numa árvore. Precisamos também saber para onde o carro está indo! Não é verdade?

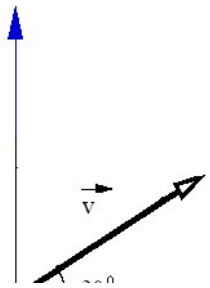
Outro exemplo, num objeto caindo a sua direção é a vertical e o sentido é de cima para baixo, portanto a velocidade é uma quantidade vetorial em essência.

Quantidades escalares podem ser positivas ou negativas, por exemplo a carga elétrica de um corpo pode ser positiva ou negativa. A velocidade escalar também pode assumir valores positivos ou negativos, onde o sinal designará o sentido desta velocidade, assim, é fundamental para a diferenciação entre a velocidade vetorial da velocidade escalar, pela necessidade da representação da direção desta grandeza em relação ao sistema de referência.

Os vetores são, generalizações das quantidades escalares, associados intimamente ao produto cartesiano estudado nos princípios do curso de matemática.

VETORES

Um vetor é a descrição matemática de uma grandeza vetorial. Graficamente, vetores são representados por um segmento de reta orientado, que indicam além do valor numérico (também chamado de módulo), a direção e o sentido.



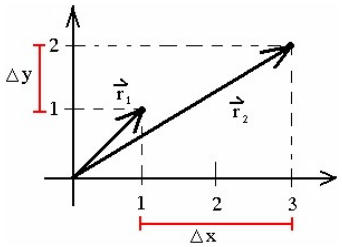
MOVIMENTO VETORIAL

Conforme vimos até agora a posição, velocidade e a aceleração eram tratados como escalares, em virtude dos corpos terem o seu movimento restrito às linhas (uma única dimensão espacial, ou seja um único "grau de liberdade"), entretanto ao tratarmos de movimentos que se passem sobre um plano (duas dimensões, portanto), por exemplo o movimento de rotação ou a trajetória de um lançamento de uma bola, precisaremos levar em conta a necessidade de tratar essas quantidades como grandezas vetoriais.

O VETOR POSIÇÃO

A posição de um ponto num plano é caracterizada por dois números, conseqüências do uso de duas dimensões, esses números correspondem às suas coordenadas. Assim, pontos materiais nesse espaço precisarão ter sua posição descrita por vetores que pode representar o movimento sobre uma mesa, ou um movimento de lançamento em que o corpo tem uma altura (distância vertical) e um alcance (distância horizontal) associados a cada ponto de sua trajetória.

No sistema cartesiano, as coordenadas de uma posição $\vec{r}$ correspondem às posições projetadas nos eixos x e y, formando um par ordenado representado por $\vec{r} = (x, y)$. Na figura 2.1 temos a representação vetorial de duas posições, sendo $\vec{r}_1 = (1,1)$ e $\vec{r}_1 = (3,2)$, e as distâncias entre estas posições na direção x, Δx, e na direção y, Δy.



Representação vetorial da posição no sistema cartesiano.

O VETOR DESLOCAMENTO

Considere que um móvel na posição $\vec{r}_1 = (1,1)$ se desloca até o ponto $\vec{r}_1 = (3,2)$. Podemos decompor o deslocamento de $\vec{r}_1$ à $\vec{r}_2$. A coordenada no eixo x vai de $x_1 = 1$ à $x_2 = 3$, variando portanto de $\Delta x = 2$, ao passo que a coordenada y vai de $y_1 = 1$ à $y_2 = 2$, logo $\Delta y = 1$. Sendo assim,

$$x_1 + \Delta x = x_2 \qquad y_1 + \Delta y = y_2$$

que na representação de pares ordenados tem a forma,

$$(x_1, y_1) + (\Delta x, \Delta y) = (x_1 + \Delta x, y_1 + \Delta y),$$

ou seja,

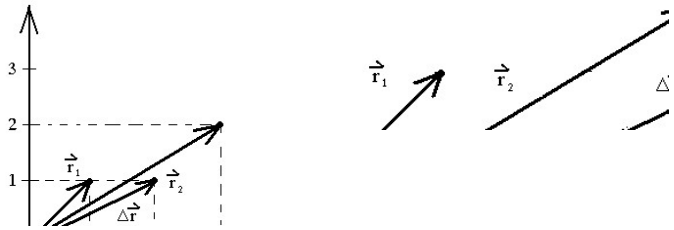
$$(x_1, y_1) + (\Delta x, \Delta y) = (x_1, y_2),$$

esta soma na notação vetorial fica como,

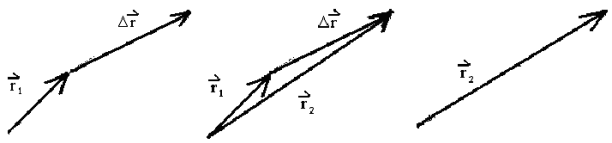
$$\vec{r}_1 + \Delta\vec{r} = \vec{r}_2$$

sendo que $\Delta\vec{r} = (\Delta x, \Delta y)$ é o deslocamento realizado.

Pretendemos interpretar essa soma representada com as setas:

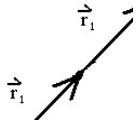


De modo que colocando a seta associada à **Δr** na ponta da seta correspondente à **r₁** obtém-se a seta correspondente à **r₂**.

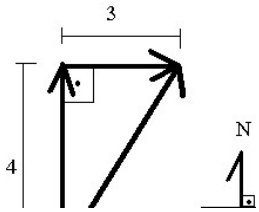


EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1. Qual seria o resultado da soma $\mathbf{r_1}+\mathbf{r_1}$?
Resolução
$r_1+r_1 = (x_1 , y_1) +(x_1 , y_1) = (2.x_1 , 2.y_1) = 2.(x_1 , y_1) = 2.r_1$
Que corresponde à um vetor de mesma direção de $\mathbf{r_1}$ entretanto com o dobro do tamanho, escrevemos:
$r_1 + r_1= 2\, r_1$

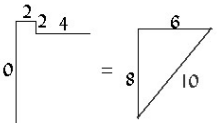


R2. Uma pessoa anda 4 metros em direção ao norte e 3 metros direção ao leste, qual o seu deslocamento? Em que direção?
Resolução
O deslocamento é a diagonal do triângulo pitagórico*, portanto andou 5m, e a direção é tal que o seno do ângulo que forma com a direção norte é 3/4, noroeste a grosso modo.



*Os triângulos retângulos que tem os lados 3, 4 e 5 ou múltiplos destes como 6, 8 e 10 ou 9, 12, 15 são conhecidos como pitagórico.

R3. Uma pessoa anda dez metros para o norte e dois para o leste, a seguir, anda 2 metros para o sul e mais 4 para o leste. Qual o deslocamento realizado? Para qual direção?
Resolução
$\Delta r = (0 , 10) + (2 , 0) + (0 ;-2) + (4 , 0) = (0 + 2 + 0 + 4 ; 10 + 0 – 2 + 0) = (6 ; 8)$
Depois de simplificar o problema (esquema acima), vemos que no total deslocou 6 metros para leste e 8 metros para norte. Novamente um triangulo pitagórico, portanto andou 10 metros para o nordeste.



O VETOR VELOCIDADE

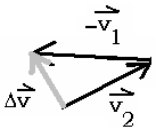
A velocidade descreve como variam as coordenadas de posição de um corpo. Para um corpo no plano é necessário, portanto, poder se deslocar em qualquer direção dentro do plano com qualquer velocidade e sentido, portanto é também caracterizada a velocidade por meio de vetores, em geral adotamos o tratamento deles por meio das setas:

- Módulo ou Intensidade: igual ao da velocidade escalar.
- Direção: tangente à trajetória em cada posição do móvel.
- Sentido: o mesmo do movimento.

ACELERAÇÕES VETORIAIS

Da mesma forma que a aceleração escalar é medida pela variação da velocidade escalar, a aceleração vetorial é a variação da velocidade vetorial. Contudo, um vetor pode variar em módulo e em direção, assim a aceleração deve incorporar essas possibilidades.

Onde podemos calcular a variação total do vetor velocidade entre os instantes inicial e final:

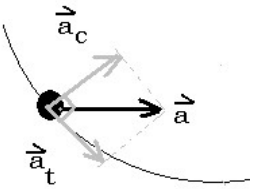


E da mesma maneira que feito anteriormente a aceleração média é dada por:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t},$$

onde a característica vetorial foi incorporada.

Para as trajetórias curvilíneas decompomos o vetor aceleração em duas componentes (ou duas direções) em relação à essa trajetória: a **aceleração tangencial** (**at**) e a **aceleração centrípeta (ac)**.



Aceleração Tangencial: indica a variação de intensidade na velocidade vetorial porque ambas tem o mesmo sentido (tangencial). No Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (em que a trajetória não é curvilínea), é a própria aceleração.

- Módulo: igual ao da aceleração escalar.
- Direção: tangente à trajetória em cada posição do móvel.
- Sentido: igual ao da velocidade se o móvel desenvolve um movimento acelerado e contrário se o movimento for retardado.

Mais adiante abordaremos o movimento circular, entretanto somente os caso com aceleração tangencial nula. A aceleração tangencial será aplicada ao caso de movimento retilíneo.

Aceleração Centrípeta: indica que houve variação da direção da velocidade vetorial em curvas ou trechos de curvas.

- Módulo: é dado pela equação $a_c= v^2/R$

Em que v é a velocidade escalar do móvel e *R* é o raio de curvatura da trajetória circular.

- Direção: normal à trajetória em cada posição do móvel, noutras palavras: radial.
- Sentido: orientado para o centro de curvatura da trajetória circular.

2. AS LEIS DE NEWTON

A cinemática define quantidades físicas que descrevem o movimento, entretanto é de interesse que conheçamos a origem dos movimentos observados. As causas dos movimentos dos corpos são determinadas pela ação entre os corpos, ou seja, a interação que eles estabelecem. Estas interações são descritas em termos de FORÇAS que agem mutuamente entre eles.

As leis de Newton, definem, assim, o conjunto de regras observadas para se determinar a partir das forças envolvidas entre os corpos o movimento subseqüente dos corpos.

A palavra FORÇA e seus derivados são utilizados no nosso dia a dia para expressar várias coisas, qualidades, habilidades e processos, sendo, portanto um termo polissêmico [*nota: Polissêmico diz-se do verbete a que se pode atribuir muitos sentidos.*].

Podemos apresentar exemplos de frases típicas utilizando tal palavra e seus derivados:

"Popó (Acelino "Popó" Freitas) é um lutador forte e ágil."
"A força da chuva levou os carros que estavam na Marginal Pinheiros".
"Por força da pressão política acabou cedendo ao apelo popular".
"Empurrou a porta com toda força".

Pelos exemplos apresentados nota-se que física é importante que notemos as diversas utilizações do termo **força,** procurando fazer um paralelo com o significado e os contextos nos quais utilizamos o mesmo, neste capítulo nos restringiremos à força em seu significado mecânico, expresso dentro das leis de Newton.

Cabe destacar, portanto, que velocidade, aceleração e deslocamento não são sinônimos de força!

Há muitos séculos utilizamos o termo força para fazer referência ao movimento de um corpo, mas é dentro da teoria desenvolvida por Isaac Newton, no século XVII, que esta relação ficou claramente estabelecida e formalizada de maneira a compreende e prever fenômenos associados ao movimento dos corpos.

Por uma questão didática apresentaremos as leis de Newton fora da ordem numérica, iniciaremos com a segunda, depois falaremos da primeira e em seguida da terceira.

A SEGUNDA LEI DE NEWTON

Caracterizamos a força como sendo uma grandeza vetorial. Isto é, ela tem uma intensidade (que mediremos com uma unidade chamada newton, N), uma direção e um sentido. A força é capaz de modificar o estado de movimento de um corpo.

Consideramos que o estado de movimento é modificado quando o corpo tem sua velocidade alterada, ou seja, o deslocamento com velocidade constante é considerado natural, também chamado de deslocamento inercial.

Portanto, dizemos que o movimento se altera quando há **aceleração** (variação da velocidade de um corpo). A segunda lei de Newton diz:

A **força** $\vec{F}$ resultante (soma das forças que atuam sobre um corpo) é diretamente proporcional à **aceleração** $\vec{a}$. A proporção é pesada por uma constante que depende do corpo e recebe o nome de **massa**, medida em quilogramas (kg).

Essa grandeza, a massa, será melhor discutida quando estudarmos a Primeira Lei de Newton. Da relação de proporção ficará evidente que a massa é inversamente proporcional à aceleração observada para uma dada força realizada sobre o corpo.

Procuraremos definir força segundo a mecânica clássica por meio do seguinte enunciado:

A força é a manifestação de uma interação, isto é, ocorre quando dois corpos interagem, de forma que um corpo influencia na variação do movimento do outro. Isto é, a força $\vec{F}$, exercida por um corpo, cria uma aceleração $\vec{a}$ em outro corpo de massa m.

Para se verificar a variação do movimento de um corpo, é necessário que todas as forças que atuam sobre ele estejam somadas. Essa soma se dá de forma vetorial, resultando em uma **Força Resultante**. Isto é:

$$\vec{F}_R = \sum_{n=1}^{n} \vec{F}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n$$

Podemos relacionar força, aceleração e massa (sem esquecer que as duas primeiras são grandezas vetoriais) utilizando a equação, que, assim, sintetiza matematicamente a segunda lei:

$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

Onde $\vec{F}_R$ é a resultante das forças (obtida pela soma vetorial de todas as forças que agem sobre o corpo em questão), m é a massa do corpo (um escalar, sempre positivo) e $\vec{a}$ é o vetor aceleração resultante, que tem, portanto, a mesma direção e sentido que a força resultante.

UNIDADES

A unidade de massa do Sistema Internacional (SI) de medidas é o quilograma, a aceleração é dada em metros por segundo ao quadrado e a Força é "Newton". Portanto, um Newton (1N) representa intensidade de uma força que age num corpo de 1kg e que produzirá uma aceleração de $1m/s^2$.

$$1N = 1kg \times \frac{1m}{s^2}$$

Não é possível encontrar um corpo que esteja plenamente livre da atuação de forças. Porém, na física trabalhamos com aproximações, onde eventualmente podemos desprezar as forças mais fracas e privilegiar as forças mais intensas. Por isso, quando falamos que uma força atua sobre um corpo, queremos dizer que para os nossos instrumentos de medidas e para a precisão que estamos assumindo, apenas uma força tem a intensidade relevante, detectável para o nosso estudo.

Em física, é comum representar as idéias graficamente, seja através de um desenho esquemático ou utilizando gráficos para auxiliar na resolução de problemas. Um esquema muito conhecido e utilizado é o *diagrama de forças*. Tal diagrama comporta todas as forças relevantes que atuam sobre o corpo em questão, sendo que cada força é representada por uma seta na direção e no sentido em que é exercida. Neste diagrama colocamos as forças que sabemos agir sobre os corpos em determinadas circunstâncias, o conhecimento dessas forças foi adquirido estudando o fenômeno do movimento desde o estabelecimento desta metodologia de análise desde Newton. A força gravitacional, elétrica, magnética, são exemplos de forças fundamentais, além disso uma classe de forças-modelo como força de atrito, força de contato, força de tração são definidas de maneira a permitir para cada situação física se consiga determinar quais são as forças presentes e relevantes atuando sobre os corpos. Nas seções seguintes enquadraremos uma série de configura-

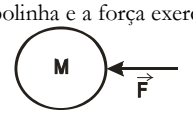
ções-modelo que servem de receituário para aprendermos a analisar o movimento com essa importante ferramenta teórica que consistem nas leis de Newton.

Através dos exercícios resolvidos a seguir abordamos um pouco da identificação das forças, sua representação em um diagrama e sua relação com a aceleração. Verifique que é necessário que deixemos clara a direção e o sentido da força resultante, pois essa será muito importante para a resolução de qualquer problema de física que envolva forças.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1. Uma bolinha solta no espaço sideral, de massa M, recebe uma força $\vec{F}$, na direção horizontal para a esquerda, sendo quaisquer outras forças desprezíveis. Qual será a aceleração adquirida pela bolinha?

Podemos representar a bolinha e a força exercida como na figura abaixo.



Sabendo que somente há uma força atuando sobre a bolinha e que o somatório das forças é dado por: $\vec{F}_R = \sum_{n=1}^{n} \vec{F}_n = \vec{F}$, temos que

$$\vec{F}_R = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

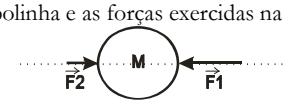
A aceleração será de intensidade $\vec{F}/m$, com seu sentido e a direção igual ao da força $\vec{F}$, portanto para esquerda.

R2. Uma bolinha solta no espaço, de massa M, recebe uma força $\vec{F}_1$, na direção horizontal para a esquerda e uma força $\vec{F}_2$ para a direita diametralmente oposta, sendo todas as outras forças desprezíveis. A intensidade de $\vec{F}_1$ é duas vezes $\vec{F}_2$.

Qual será a aceleração adquirida pelo bloco?

Resolução

Representamos a bolinha e as forças exercidas na figura abaixo.



Sabendo que somente há duas forças atuando sobre a bolinha e que o somatório das forças é dado por:

$$\vec{F}_R = \sum_{n=1}^{n} \vec{F}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 .$$

Sabendo que o sentido de $\vec{F}_2$ é oposto ao de $\vec{F}_1$, e sabendo que a intensidade de $\vec{F}_1$ é duas vezes $\vec{F}_2$, podemos concluir usando geometria que:

$$\vec{F}_1 = -2\vec{F}_2 ;$$

$$\vec{F}_R = \sum_{n=1}^{n} \vec{F}_n = -2\vec{F}_2 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_R = -\vec{F}_2$$

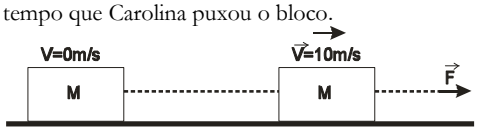
$$\vec{F}_R = M\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{M} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-\vec{F}_2}{M}$$

A aceleração será de intensidade $\vec{F}_2/M$, a direção da aceleração será a mesma de $\vec{F}_2$, porém o sentido oposto, portanto para esquerda.

R3. Um bloco de massa M está no chão e é puxado com uma corda por Carolina com uma força de intensidade $F = 10N$, na direção horizontal e sentido para a esquerda. Sendo nulo o somatório de todas as outras forças significativas. A garota percebe que o bloco passa da velocidade inicial de 0m/s para a de 5 m/s em 10 segundos. Qual é a massa do corpo?

Resolução

Para chegarmos à massa do bloco é necessário saber primeiro a força resultante e a aceleração do bloco. Representamos abaixo o movimento do corpo durante o tempo que Carolina puxou o bloco.



Considerando a velocidade positiva para a direita, sabendo-se que a velocidade inicial era 0m/s, que a velocidade final era 10m/s e que a aceleração atuou durante 10 segundos, podemos obter a aceleração por:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{10\,m/s - 0\,m/s}{10s - 0s} = \frac{10\,m/s}{10s} = 10\frac{m}{s}\cdot\frac{1}{10s} = \frac{10}{10}\cdot\frac{m}{s.s} \Rightarrow \vec{a} = 1\frac{m}{s^2}$$

$$\vec{F}_R = M\vec{a} \Rightarrow M = \frac{\vec{F}_R}{\vec{a}} \Rightarrow M = \frac{10N}{1\,m/s^2};$$

Como $N = kg \times \frac{m}{s^2}$ temos, $M = \frac{10kg.m}{s^2} \times \frac{s^2}{m} \Rightarrow M = 10kg$

Se Carolina quisesse fazer com que o bloco se acelerasse a 60m/s² para a direita, qual deveria ser a força por ela exercida?

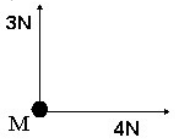
Sabendo-se que a massa m do bloco é igual a 10kg e que ele terá que obter a aceleração de 60m/s² :

$$\vec{F} = \vec{F}_R = M\vec{a} = 20\frac{m}{s^2} \times 10kg = 200\frac{m.kg}{s^2};$$

Como $N = kg \times \frac{m}{s^2}$ temos, $\vec{F} = 200N$

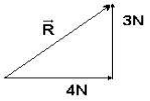
A força seria da intensidade de 200N para a mesma direção da aceleração, no caso para a direita.

R4 Duas forças perpendiculares, $\vec{F}_Y$ com intensidade de 3N (na direção vertical, e sentido para cima) e $\vec{F}_X$ com intensidade 4N (direção horizontal e sentido para direita) atuam num corpo de massa M. Qual é a força resultante R? Sabendo-se que sua aceleração é de 10m/s² , qual é a massa do corpo.



Resolvemos o problema utilizando o Teorema de Pitágoras sobre a regra do paralelogramo.

$$hip^2 = cat_a{}^2 + cat_b{}^2 \Rightarrow \vec{R}^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow \vec{R} = 5N$$



O sentido e sua direção são dados pela regra do paralelogramo (figura acima).

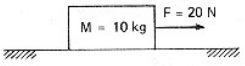
A massa pode ser obtida da equação da força resultante,

$$M = \frac{\vec{R}}{\vec{a}} = \frac{5N}{10\,m/s^2} = \frac{1}{2}\frac{N.s^2}{m};$$

Como $N = kg \times \frac{m}{s^2}$ temos, $M = \frac{1}{2}\frac{kg.m}{s^2}.\frac{s^2}{m} \Rightarrow M = 0,5kg$

EXERCÍCIOS

1. Uma força de 20N é aplicada em um bloco, conforme a figura a seguir. O bloco desloca-se, então, com velocidade constante para a direita. Qual a aceleração do bloco?



2. Numa partícula em repouso de massa 10kg, inicia-se a aplicação de duas forças perpendiculares de 16N (para baixo) e de 12N (para a direita).

a) Qual a aceleração da partícula?

b) Qual a velocidade desta partícula após 6 segundos de aplicação destas forças?

c) Se após os 6,0 s deixarem de atuar as forças que antes atuavam, o que acontecerá com o corpo?

3. (UGF-RJ) A aceleração de um corpo em movimento de translação, num dado instante não é nula. Então, a soma das forças que no instante considerado estão atuando na partícula:

a) será obrigatoriamente nula.
b) pode ser nula.
c) será obrigatoriamente diferente de zero.
d) pode ser diferente de zero, desde que seja variável.
e) nada se pode afirmar, uma vez que não foi dada a massa do corpo.

4. (UFAL 91) Uma locomotiva de massa 130 toneladas puxa um vagão de massa 220 toneladas, em trilhos retos e horizontais, com aceleração de 0,5 m/s². Podem-se desprezar as forças de resistência ao movimento do vagão. A força no engate entre a locomotiva e o vagão tem, em newtons, módulo
a) $1{,}1 \cdot 10^4$ N
b) $3{,}5 \cdot 10^4$ N
c) $1{,}1 \cdot 10^5$ N
d) $2{,}2 \cdot 10^5$ N
e) $3{,}5 \cdot 10^5$ N

5. (UFAL 84) Um corpo de massa igual a 5,0 kg é acelerado por uma força resultante de 20 N. A aceleração do corpo, em m/s², e igual a
a) 0,25
b) 4,0
c) 5,0
d) 20
e) 100

PRINCÍPIO DA INÉRCIA (PRIMEIRA LEI DE NEWTON).

MASSA E INÉRCIA

Percebemos que há uma grande diferença entre empurrar (ou seja, colocando em movimento) um caminhão e uma caixa de fósforos. Essa diferença atribuímos a uma grandeza intrínseca a cada objeto e que é chamada de massa.

A *massa*, para a mecânica, esta associada com a facilidade ou dificuldade de se acelerar um objeto, ou seja, na mudança do seu estado de movimento. É uma propriedade da matéria de permanecer no estado original de movimento quando não há força resultante atuando. Cabe ressaltar que não estamos dizendo que não atuem forças, mas que a resultante é nula!

Essa propriedade de permanecer no mesmo estado de movimento é definida pela Primeira Lei de Newton como **Inércia:**

> "Todo corpo continua em seu estado de repouso, ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que seja compelido a modificar esse estado por forças imprimidas sobre ele."

A dificuldade em alterar o estado de movimento de um corpo (ou seja, imprimir-lhe uma aceleração) a partir da ação de uma força é, assim, pesada pela massa de acordo com a segunda lei de Newton enunciada anteriormente.

Lembrando que a massa é a medida de inércia de um corpo, no sistema internacional (SI) é o "quilograma". Isto quer dizer que um quilograma (1kg) é o valor da Inércia de um corpo a ser acelerado a 1m/s² por uma força de um Newton.

A definição de massa sai originalmente das noções de força e aceleração, portanto usando a unidade de força (Newton), chegamos a relação:

$$1kg = \frac{1N.s^2}{m}$$

Interpretando o sentido físico de massa podemos dizer que:

> A massa é a medida da inércia de um corpo, isto é, se relaciona com a proporção entre a força aplicada sob um corpo e a aceleração adquirida por este.

EQUILÍBRIO DE UM CORPO

Dizemos que quando a soma de todas as forças que atuam em um corpo é nula, isto é, a resultante é nula, este está em **equilíbrio**.

Ao falarmos em equilíbrio de um corpo, portanto, estamos dizendo que ele não está sofrendo uma força que causa uma aceleração, ou seja, que a velocidade permanece constante no mesmo referencial.

Note que isso não implica que ele esteja parado, mas sim que não está acelerando. Estaria ou em repouso (velocidade nula no referencial não-acelerado escolhido) ou em movimento retilíneo e uniforme, um movimento natural, portanto, ou seja:

> NÃO É NECESSÁRIA A ATUAÇÃO DE FORÇA PARA PRESERVAR O MOVIMENTO se o corpo está isolado de quaisquer outras forças. O movimento retilíneo com velocidade constante é natural (dizemos também "inercial").

Em síntese: $\vec{F}_R = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = cons\tan te \begin{cases} v = 0 \\ v \neq 0 \end{cases}$

Lembrando que **a força resultante é soma vetorial de todas as força que agem sobre o corpo**. Logo, se a força resultante for zero, o objeto permanece com a velocidade em que estava anteriormente à ação de todas essas forças.

EXERCÍCIOS

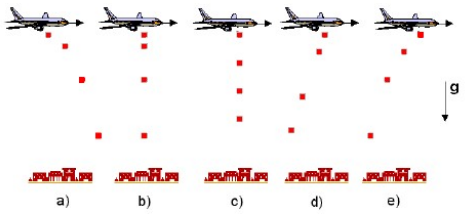
6. (PUC-SP 2006) Baseando-se nas leis de Newton da Mecânica Clássica explique por que um satélite não necessita de combustível para permanecer em órbita por longo tempo.

7. Quando andamos de metrô sentimos que quando este acelera sentimos como se estivéssemos sendo jogados contra o banco. O mesmo ocorre quando o metrô freia. Qual das Leis de Newton explica esse fenômeno? Por que isso ocorre?

8. Se soltarmos uma bola que estava parada segura em nossas mãos, ela cairá. Isto contraria o princípio da Inércia? Por quê?

9. (PUC-SP) Tem-se as seguintes proposições:
I - Se nenhuma força externa atuar sobre um ponto material, certamente ele estará em equilíbrio estático ou dinâmico.
II - Só é possível um ponto material estar em equilíbrio se estiver em repouso.
III - Inércia é a propriedade da matéria de resistir à variação de seu estado de repouso ou de movimento.
a) Somente a proposição I é correta.
b) Somente a proposição II é correta.
c) Somente a proposição III é correta.
d) As proposições I e II são corretas.
e) As proposíções I e III são corretas.

10. (FUVEST 2002) Em decorrência de fortes chuvas, uma cidade do interior paulista ficou isolada. Um avião sobrevoou a cidade, com velocidade horizontal constante, largando 4 pacotes de alimentos, em intervalos de tempos iguais. No caso ideal, em que a resistência do ar pode ser desprezada, a figura que melhor poderia representar as posições aproximadas do avião e dos pacotes, em um mesmo instante, é



PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO (TERCEIRA LEI DE NEWTON)

Até agora não nos preocupamos com a origem das forças. Porém, sabemos que algum corpo tem que exercer uma força sobre outro.

Quando olhamos para a origem das forças percebemos que quando dois corpos interagem, ocorre uma influência mútua entre os mesmos. Ou seja, um corpo exerce uma força no outro, e este outro por sua vez exerce uma força sobre o primeiro. A Terceira Lei de Newton incorpora este fato:

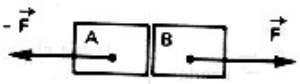
> "Para cada ação existe sempre uma reação igual e contrária: ou as ações recíprocas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas para partes contrárias".

Isto que dizer que a força será de mesma intensidade e mesma direção, porém de sentido oposto.

Por exemplo, se uma pessoa está de patins e empurra a parede esta pessoa é impulsionada na direção oposta a do empurrão que imprimiu, essa força consiste na força da parede que age sobre o patinador.

Portanto, quando há interação entre dois corpos, **as forças sempre ocorrem aos pares**, sendo que cada uma das forças ocorre em um dos corpos.

Por convenção escolhemos a força de um corpo como a **força de ação**, e a outra como sendo a **força de reação** à ação.



A Ação e a Reação ocorrem simultaneamente nos corpos que interagem. **Uma em cada corpo**. E a direção dessas forças é a mesma, apenas o sentido das forças é oposto.

ATENÇÃO: AS FORÇAS DE AÇÃO E REAÇÃO OCORREM EM CORPOS DIFERENTES E NUNCA NO MESMO CORPO!

Portanto, de acordo com a física, se João dá um murro no rosto de Paulo, Paulo dá uma "rostada" de mesma intensidade e sentido inverso na mão de João. Paulo acaba se saindo na pior, pois seu rosto tem um tecido que é menos resistente que a mão de João, e é possível que João esteja em melhores condições de absorver o impacto e manter o equilíbrio, mas na "disputa de forças" ambos tiveram o mesmo desempenho.

Da mesma maneira em uma disputa de "braço de ferro" as forças que atuam em cada mão são iguais, porém aquele que tiver o antebraço mais forte terá melhores condições de reagir à força superando-a e imprimindo uma maior força resultante no conjunto das duas mãos, que, por não se descolarem, comportam-se como se fossem um único corpo.

EXERCÍCIOS

11. (UFMG 2007) Um ímã e um bloco de ferro são mantidos fixos numa superfície horizontal, como mostrado nesta figura:

Em determinado instante, ambos são soltos e movimentam-se um em direção ao outro, devido à força de atração magnética. Despreze qualquer tipo de atrito e considere que a massa m do ímã é igual à metade da massa do bloco de ferro. Sejam ai o módulo da aceleração e F_i o módulo da resultante das forças sobre o ímã. Para o bloco de ferro, essas grandezas são, respectivamente, a_f e F_f.

Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que

a) $F_i = F_f$ e $a_i = a_f$.
b) $F_i = F_f$ e $a_i = 2a_f$.
c) $F_i = 2F_f$ e $a_i = 2a_f$.
d) $F_i = 2F_f$ e $a_i = a_f$.

12. (Agronomia de Paraguaçu Paulista-SP) Assinale a alternativa correta:
a) Ação e reação agem num mesmo corpo.
b) O Princípio da Ação e Reação só se aplica a corpos em repouso.
c) Quando você dá uma martelada num prego, a força que o martelo exerce sobre o prego é maior que a reação do prego sobre o martelo.
d) Um corpo em movimento retilíneo e uniforme só pode modificar esse estado se um agente externo (força) atuar sobre o mesmo.
e) n.d.a.

13. (UFES) Um casal de patinadores está parado sobre patins, numa pista plana onde o atrito é considerado nulo. Se o homem empurrar a mulher:
a) os dois se movem no mesmo sentido.
b) os dois se movem em sentidos opostos.
c) apenas a mulher se move.
d) os dois não se movem.
e) é necessário conhecer o peso de cada um para definir seus movimentos.

APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON I

Nessa seção tratamos de alguns casos fundamentados nas leis da mecânica de Newton. O conceito chave, conforme enfatizamos, é a força e, portanto, precisamos saber introduzi-las nos problemas de modo a derivar o movimento que originam. Também serão introduzidos os tipos de força mais comuns na física clássica, neste nível de abordagem. É importante destacar que não apresentaremos todas as forças existentes e nem mesmo abordaremos a origem primordial das mesmas.

No capítulo anterior utilizamos uma noção intuitiva de vetores. Mas para resolver os problemas cotidianos é necessário que estudemos um pouco mais de operações com vetores.

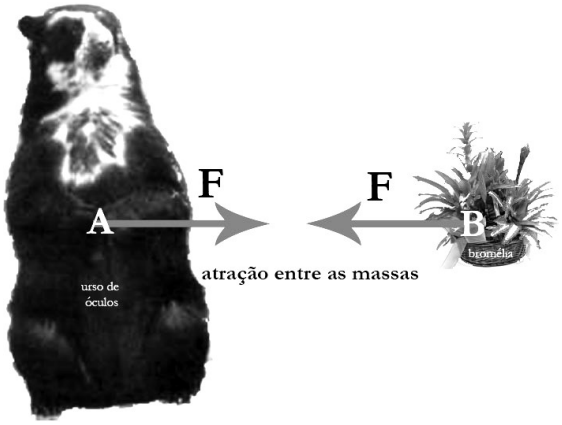
Podemos classificar as forças que mais utilizaremos em forças-fundamentais e forças-modelo. As forças-fundamentais são aquelas que tem a origem em si mesmas, são fatos da natureza, como a força gravitacional, a força elétrica e a força magnética. As forças-modelo tem origem nas forças fundamentais (em geral têm origem eletromagnética), porém não nos reportamos à essa origem, mas, apenas, dizemos que existem e estabelecemos uma abordagem voltada ao fenômeno que representam (abordagem chamada de fenomenológica).

FORÇAS-FUNDAMENTAIS

A FORÇA GRAVITACIONAL

A força gravitacional ocorre devido a uma propriedade intrínseca da massa atrair outras massas. Todos os corpos com massa têm essa propriedade.

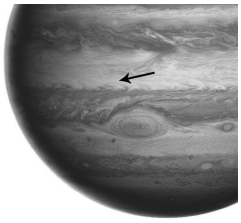
Tal força é causada pelo campo gravitacional que cada um dos corpos gera em torno de si. É proporcional a massa de cada um dos corpos por uma constante universal. Se relaciona diretamente com o inverso da distância entre os corpos, tendo seu sentido sempre de atração entre os dois, ou seja, se há dois corpos *A* e *B*, a força que *A* exerce sobre *B* apontará para *A*, e a que *B* exerce sobre *A* apontará para *B*.



A força gravitacional ocorre devido ao campo gravitacional que cada corpo cria em torno de si. Assim, quando temos um campo, temo uma força. Ilustramos simplificadamente um corpo de massa M em um campo gravitacional.

No caso da força gravitacional, cada um dos corpos sofre a influência de uma das forças do par de ação e reação. Exemplo:

O planeta Júpiter exerce uma força gravitacional de 200N em uma pedra que órbita ao seu redor, a força tem sentido apontado para o planeta. Portanto, a pedra exerce uma força de 200N, apontando para a pedra, em o planeta Júpiter.



Damos o nome de **Peso** para a força gravitacional que a Terra exerce sobre os outros corpos.

Não devemos confundir os conceitos de **peso** (força) e **massa** (medida da inércia). No S.I., o peso é medido em 'Newton' (N) e a massa em 'quilograma' (kg). O Peso é uma propriedade proporcional à quantidade de massa gravitacional que este corpo possui. Como discutirmos anteriormente, a massa inercial e a gravitacional têm valores muito próximos, mesmo sendo de origens diferentes. No capítulo sobre gravitação discutiremos mais profundamente sobre o assunto, por hora, tomemos o peso como sendo a força que a Terra exerce sobre os corpos e que pode ser descrita por:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

onde $\vec{P}$ é a força peso, $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade e m é a massa gravitacional do corpo.

Em média, próximo à superfície, é medido em média para a intensidade da aceleração da gravidade perto da superfície terrestre é $\vec{g} = 9{,}8 m/s^2$, na direção e no sentido do centro da Terra. Existe variação desse número para diferentes pontos da superfície da terra devido à geometria da mesma. Em geral, se aproxima o valor para $\vec{g} = 10 m/s^2$ nos exercícios.

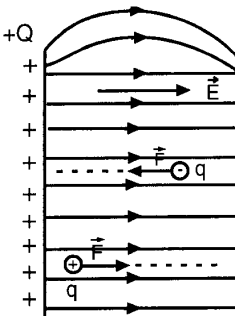
Como falamos, a força de reação ao peso existe. E pela Terceira Lei de Newton, tem que estar atuando sobre a Terra, e o sentido deve ser o inverso ao peso. Portanto, quando damos um pequeno pulo, puxamos a Terra também, porém não percebemos uma variação na velocidade da Terra, pois sua massa é muito grande sendo muito pouco acelerada.

A FORÇA ELÉTRICA

A **Força Elétrica** é criada devido a um campo elétrico criado por um corpo eletricamente carregado que atue em outro corpo eletricamente carregado.

Isto é, todo corpo eletricamente carregado gera um campo elétrico o que causa uma força elétrica em outro corpo carregado.

Há dois tipos de forças elétricas: as de **atração** e de **repulsão**. As primeiras atraem as partículas, e ocorrem quando os corpos estão carregados com cargas diferentes (um negativo e outro positivo); a as segundas ocorrem quando os corpos têm cargas de mesmo sinal (positivo com positivo ou negativo com negativo). Não entraremos em detalhes neste momento sobre esse motivo, mas podemos dizer que se deve às propriedades dos campos elétricos de cada um dos tipos de cargas.



Podemos calcular a intensidade da força elétrica utilizando a equação:

$$F_{el} = qE$$

onde F_{el} é a força elétrica, q é a carga que está submetida a um campo elétrico E.

A FORÇA MAGNÉTICA

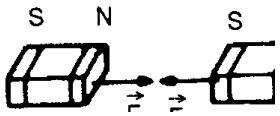
A **Força Magnética** é uma força causada por um campo magnético e se refere às propriedades subatômicas da matéria. Teremos que quando dois corpos que tem propriedades magnéticas interagem podem ser atraídos ou repelidos pelo outro corpo.

Grosso modo, dizemos que a repulsão ou atração vai depender de como os corpos são aproximados, pois em um extremo do corpo (pólo) chamamos de norte magnético e no outro chamamos de sul magnético. Quando dois pólos iguais (norte com norte ou sul com sul) se aproximam ocorre repulsão, e quando dois pólos diferentes (norte com sul) se aproximam há atração.

Outro caso onde ocorre força magnética é quando um corpo carregado entra nos domínios de um campo magnético.

Apresentamos essa força apenas para sabermos que existe, mas a mesma será mais discutida no momento adequado quando estivermos estudando magnetismo e eletromagnetismo.

É interessante, por fim, enfatizarmos novamente que várias das forças que falaremos a seguir são produtos de forças fundamentais. Sendo que as força elétrica e magnética podem refletir em várias dessas.



FORÇAS-MODELO

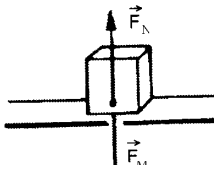
FORÇA NORMAL

A **Força Normal** é a força de reação que surge no **contato** de um corpo com uma superfície (que ainda que constitua parte de um corpo, é em geral abstraída dessa condição e não tem seu movimento analisado na maior parte dos casos). Essa força pode ser chamada, assim, de **força de contato**.

Essa força atua perpendicularmente à superfície sob a qual está o corpo em contato. A palavra normal está sempre, se associado à geometria, ligada à noção de perpendicularidade.

Um Exemplo: Marcelo empurra a parede na direção horizontal, sentido para a direita, com uma intensidade de 10N. A parede empurra a mão de Marcelo com a mesma intensidade, 10N, mesma direção e sentido contrário.

Outro exemplo pode ser citado como o de um objeto em cima de uma mesa sofre a ação da força peso que o puxa para chão. Todavia, ele não cai. Isto se dá devido à atuação da força normal que a mesa exerce sob o objeto. A ilustração a seguir, esquematiza a atuação da força normal:



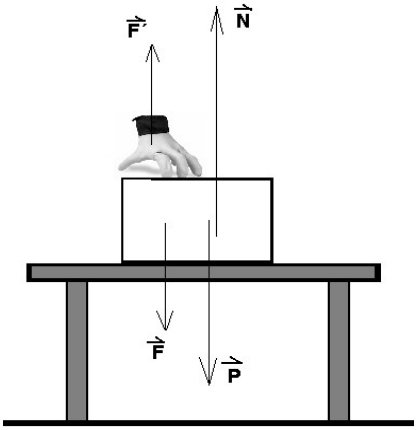
É interessante verificar quais são as forças que atuam na situação:

- A força peso, que é exercida pela Terra no bloco.
- A reação à força peso (QUE NÃO É A NORMAL) que se encontra atuando sobre a Terra.
- A força resultante com que o bloco empurra a mesa.
- A força normal da superfície sobre o bloco (que é a reação à força anterior).

ATENÇÃO: É um erro muito comum as pessoas consideraram a força normal como sendo a reação ao peso. Isto é impossível, uma vez que as duas forças atuam no mesmo corpo, não concordando, assim, com a Terceira Lei de Newton.

Para demonstrar que nem sempre a normal tem o mesmo valor do peso, utilizemos uma variação do exemplo anterior:

Por exemplo, um objeto em cima de uma mesa perfeitamente horizontal sofre a ação da força peso que o puxa na direção do chão. Além da força peso, uma pessoa exerce outra força na vertical para baixo.



Neste caso, a força que o bloco faz sobre a mesa é igual à soma do peso e da força que a pessoa faz. Portanto, a intensidade da força normal será igual ao peso mais a intensidade da força que a pessoa faz.

FORÇA DE TRAÇÃO

As forças de **Tração** são forças de contato, cuja existência seria muito semelhante à força normal. E estaria associada à resposta de um sistema material quando esse fosse acionado mecanicamente de maneira a separar suas partes.

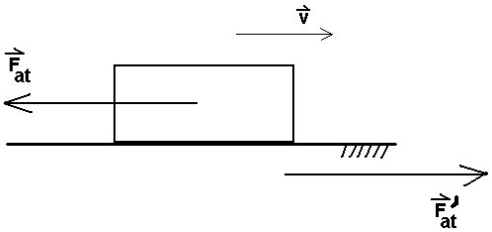
Por exemplo, temos as cordas tencionadas que sustentam um elevador. As cordas fixadas no teto do edifício exercem no elevador uma força de Tração orientada para cima. E ao mesmo tempo, o elevador faz uma força de mesma intensidade e orientada para baixo.

No esquema abaixo, temos a representação de uma barra cilíndrica que tracionada se mantém coesa.

Note, portanto, que a tração é um mecanismo de transferência de forças, onde essas são transmitidas de um ponto a outro do meio tensionado. Note que a compreensão desse mecanismo todo está fundamentada em se descrever as propriedades atômicas da matéria.

FORÇA DE ATRITO

A **Força de Atrito** aparece quando um corpo se arrasta sobre outro. A explicação mais simples é que esta força se deve à rugosidade entre as superfícies, ou do contato entre as partículas do sistema.



Ao friccionar as duas superfícies, teremos um fator, ou coeficiente que relaciona a força normal com a força de atrito, que chamamos de *coeficiente de atrito*. A força de atrito será diretamente proporcional ao valor do coeficiente de atrito. Calculamos a força de atrito usando a Equação 5:

$$\vec{F}_{at} = \mu \vec{N}$$

Onde μ é o coeficiente de atrito, N é a força normal e F_{at} a força de atrito.

O coeficiente de atrito depende dos materiais que estão em contato e se estão parados ou em movimento um em relação ao outro, sendo respectivamente de *coeficiente de atrito estático* e *coeficiente de atrito cinético*. Veja alguns exemplos,

Superfícies em Contato	$\mu_{estático}$	$\mu_{cinético}$
Teflon com Teflon	0,04	0,04
Borracha no Concreto (molhado)	0,30	0,25
Borracha no Concreto (seco)	1,0	0,8
Aço no Aço	0,74	0,57
Metal em Metal (lubrificado)	0,15	0,06
Juntas humanas	0,10	0,03
Pranchas de esqui (sobre neve molhada)	0,14	0,10
Gelo em Gelo	0,10	0,03
Madeira em Madeira (Áspera)	0,5	0,4

Como pode ser observado na tabela, o coeficiente de atrito cinético é ser sempre menor que o estático.

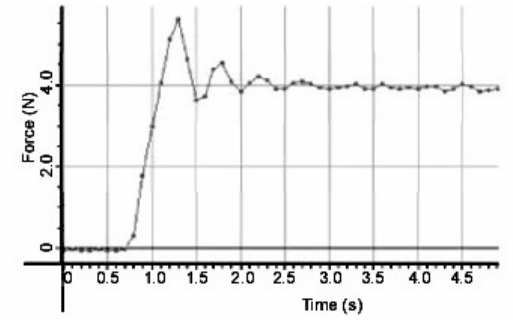


Figura 4. Gráfico da força de atrito em função do tempo, obtido para o par lâmina de madeira – bloco com base de carpete.

Véra Lúcia da Fonseca Mossmann
Rev. Bras. Ens. Fis. vol.24 no.2 São Paulo Junho 2002.

Para colocar um corpo em movimento (por arrastamento), a força que atua sobre ele em uma direção, tem que ser maior que a força de atrito estático na direção oposta. Para que a resultante deixe de ser nula e tenhamos uma aceleração não nula.

A medida que aumentamos a força que atua um corpo sob outra superfície, a força aumenta proporcionalmente até que a força imprimida se iguale à força de **atrito estático**. A partir desse momento, qualquer força imprimida causará uma aceleração. Quando o corpo passa a se deslocar em relação à superfície o coeficiente de atrito passa a ser **cinético**.

Caminhando...

Por exemplo, quando estamos parados e queremos começar a andar, nós fazemos uma força para trás no chão com nosso pé e pela 3ª lei de Newton, o chão reage com uma força igual em intensidade e direção mas com sentido contrário, nos empurrando para frente. Mas isso só é possível porque o atrito fornece uma força inicial que resiste ao movimento do pé. Se não houvesse essa força de atrito ou se ela fosse muito pequena, escorregaríamos para a frente e não conseguiríamos dar o passo. Pense no quão difícil é andar num chão escorregadio; escorregadio significa superfície com pouco atrito. É por isso que os jogadores de futebol usam chuteiras com cravos na sola para aumentar o atrito do pé com a grama, e quando a grama está molhada utiliza-se cravos ainda mais altos. Outro exemplo da importância do atrito é na luva do goleiro. A luva tem regiões com ranhuras para aumentar o atrito dela com a bola, fazendo com que seja mais fácil segurar a bola.

Física dá Futebol, Emico Okuno.
http://futebol.incubadora.fapesp.br/portal

Pneus, emborrachamento...

Apesar de ser pouco falado, mas não ser incomum há casos em que ocorre desprendimento de matéria, nos quais podemos obter coeficientes de atrito superiores a 1. Nesses casos a área de contato influencia no valor da força de atrito uma vez que quanto maior a área, maior será também o desprendimento. Um caso em que se acaba considerando o coeficiente máximo igual a um é o caso da borracha e do cimento. Quanto a temperatura do pneu é muito alta, este funciona quase que como uma cola, perdendo muito material. Nos circuitos profissionais de automobilismo existe até o termo emborrachamento da pista, que se refere justamente à borracha desprendida do pneu que agarra na pista mudando o coeficiente da mesma. Não é incomum vermos pedaços de borracha em vias onde os carros chegam a velocidades altas. Por isso é que um carro com pneus mais largos tem maior estabilidade em curvas.

FORÇA ELÁSTICA: LEI DE HOOKE.

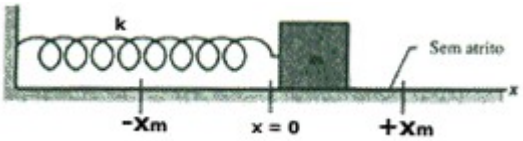
Aqui trabalhamos com a noção de **força elástica**. A qual se refere a um modelo físico para o comportamento de uma mola, esse modelo foi desenvolvido por Robert Hooke. Trata-se do principal modelo de força variável que abordaremos.

Considere o esquema a seguir, a mola tem um comprimento no qual ela não realiza força alguma sobre o corpo. Quando ela é comprimida ou distendida a partir dessa posição (chamada posição de equilíbrio) passa a atuar sobre o corpo na direção oposta à de sua distensão, a chamada Lei de Hooke estabelece para essa reação um comportamento linear à medida em que a mola é comprimida/distendida.

Adotando o referencial da figura, afim de fazermos a força assumir valores positivos (apontando para direita) quando o corpo está no trecho negativo do eixo e fazê-la assumir valores negativos quando ocupa posições em que x<0, então estabelece-se para o comportamento da força:

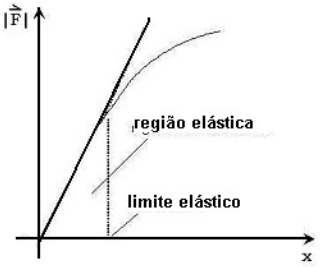
$$F = -k\,x$$

onde k é a chamada 'constante elástica' e mede a dureza (e a resposta) da mola à compressão.



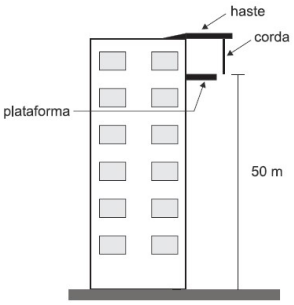
A lei de Hooke expressa de maneira geral, portanto, a proporcionalidade entre a tensão e a deformação pela constante *k*, (que em outros contextos mais gerais é reconhecido como coeficiente de elasticidade, ou coeficiente de Young). Na verdade, essa linearidade entre a deformação e a resposta (força) não se mantém para grandes deformações. Em um diagrama tensão-deformação típico, a lei de Hooke só é válida na chamada 'região elástica' de tensão, na qual o carregamento é reversível. Acima desse limite elástico, o material começa a se comportar irreversivelmente (região denominada de deformação plástica), onde a lei de Hooke não mais se aplica.

Mais adiante a mola se mostrará um sistema bastante rico para explorar outros aspectos da dinâmica, a saber, o estudo da energia mecânica, pelo fato dela exibir esse comportamento simplificado.

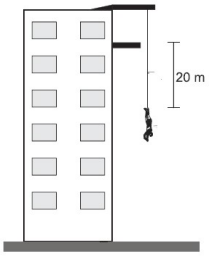


EXERCÍCIOS

14. (UFMG 2007) Um *bungee-jump* é instalado no alto de um edifício, como mostrado na Figura I: Esse aparelho é constituído de uma corda elástica que tem uma das extremidades presa a uma haste, acima de uma plataforma de salto. A extremidade livre dessa corda alcança o mesmo nível que a plataforma, a 50 m do solo, como mostrado na Figura I. Guilherme decide pular desse *bungee-jump*. Inicialmente, ele é amarrado à extremidade da corda, que se distende, lentamente, até que ele fique em equilíbrio, pendurado a 20 m da plataforma, como mostrado na Figura II.
A massa de Guilherme é 60 kg. Em seguida, Guilherme retorna à plataforma, de onde se deixa cair, verticalmente, preso à corda elástica. Considerando essas informações. CALCULE a constante elástica da corda.



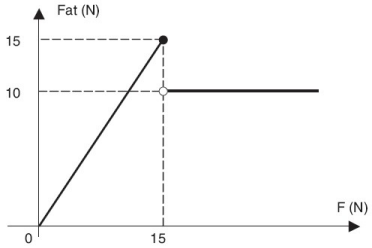
I



II

15) (PUC-SP 2006)Um bloco de borracha de massa 5,0 kg está em repouso sobre uma superfície plana e horizontal. O gráfico representa como varia a força de atrito sobre o bloco quando sobre ele atua uma força **F** de intensidade variável paralela à superfície. O coeficiente de atrito estático entre a borracha e a superfície, e a aceleração adquirida pelo bloco quando a intensidade da força **F** atinge 30 N são, respectivamente, iguais a

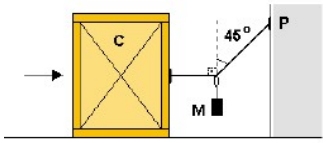
A) 0,3; 4,0 m/s
B) 0,2; 6,0 m/s
C) 0,3; 6 m/s
D) 0,5; 4 m/s
E) 0,2; 3 m/s



16) (FUVEST 2005) Para vencer o atrito e deslocar um grande contêiner C, na direção indicada, é necessária uma força F = 500 N. Na tentativa de movê-lo, blocos de massa m = 15 kg são pendurados em um fio, que é esticado entre o contêiner e o ponto P na parede, como na figura.

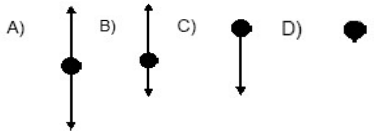
Para movimentar o contêiner, é preciso pendurar no fio, no mínimo,

a) 1 bloco
b) 2 bloco
c) 3 blocos
d) 4 blocos
e) 5 blocos



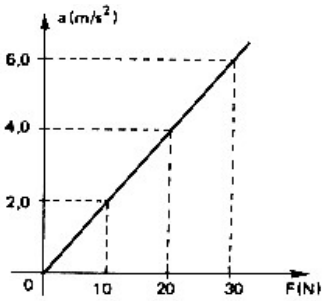
sen 45° = cos 45° ≈ 0,7
tan 45° = 1

17) (UFMG 2002)Durante uma brincadeira, Bárbara arremessa uma bola de vôlei verticalmente para cima, como mostrado na figura: Assinale a alternativa cujo diagrama melhor representa a(s) força(s) que atua(m) na bola no ponto mais alto de sua trajetória.



(Nenhuma força atua sobre a bola nesse ponto)

18) Um motor de um carro aplica em suas rodas uma certa força, que por sua vez, é aplicada no chão. Logo, o chão aplica a mesma intensidade de força neste carro. Esta força (em Newtons) está posta no gráfico a seguir, em função da aceleração deste carro. Qual o peso do carro, sendo a aceleração para o valor da gravidade igual a 10m/s².



19) Se na Lua a aceleração da gravidade é de 2m/s² e na Terra é de 10m/s², qual será o peso de um corpo de massa 3kg, respectivamente na Lua e na Terra? O que isto significa na prática, qual seria a sensação se este corpo fosse você mesmo?

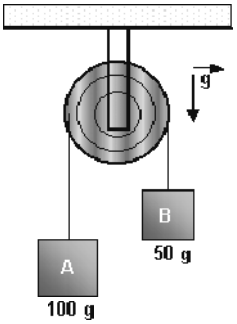
20. Dois corpos A e B, de massa 20kg e 5kg, respectivamente, estão ligados por um fio inextensível. Aplica-se uma força de 50N no corpo B, como na figura. Supondo inicialmente o conjunto em repouso e a ausência de atrito, determine:

a) a aceleração do sistema;
b) a força de tração no fio que liga os blocos.

21) (MACK-SP) Admita que a sua massa seja 60 kg e você esteja sobre uma balança, dentro da cabina de um elevador. Sendo g = 10m/s² e a balança calibrada em Newtons, a indicação por ela fornecida, quando a cabina desce acelerada com aceleração constante de 3 m/s², é:

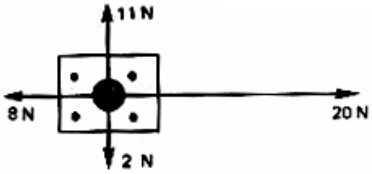
a) 180 N
b) 240 N
c) 300 N
d) 420 N
e) 780 N

22) (U.S. Judas Tadeu-SP) O dispositivo representado na figura é denominado "Máquina de Atwood". A polia tem inércia de rotação desprezível e os atritos não devem ser considerados. O fio é inextensível e de massa desprezível e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s². A massa do corpo A é de 100 g e a massa do corpo B é de 50 g. Se, em determinado instante, a maquina é destravada, o módulo da aceleração de cada bloco é:

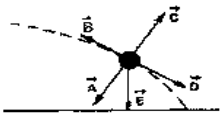


a) 30 m/s²
b) 10/3 m/s².
c) 40 m/s².
d) 2/3 m/s².
e) 400/3 m/s².

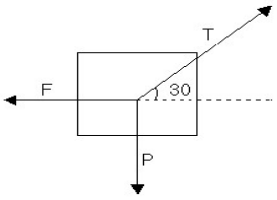
23) No objeto representado na figura agem 4 forças, como mostrado. Qual é a intensidade da força resultante? Este corpo está em equilíbrio? Justifique.



24) (FUVEST) – Um projétil descreve uma trajetória parabólica, como indica a figura. A resistência do ar é desprezível. A resultante das forças que agem sobre o projétil, na posição indicada, pode ser representada pelo vetor:



25) A figura abaixo representa o conjunto de forças aplicadas a um corpo. Sabendo que o corpo se encontra em equilíbrio estático e que F=4N, calcule o valor da força P.
(Dados: sen30 = 0,5 e cos30 ≈ 0,86)



26) (UFMG 2007) Um automóvel move-se em uma estrada reta e plana, quando, em certo instante, o motorista pisa fundo no pedal de freio e as rodas param de girar. O automóvel, então, derrapa até parar.

A velocidade inicial do automóvel é de 72 km/h e os coeficientes de atrito estático e cinético entre o pneu e o solo são, respectivamente, 1,0 e 0,8. Despreze a resistência do ar. Considerando essas informações CALCULE a distância que o automóvel percorre, desde o instante em que o freio é acionado, até parar.

APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON II

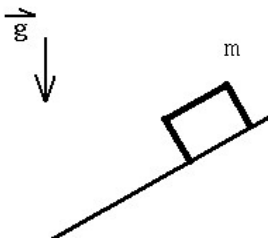
Abordamos alguns casos nos capítulos anteriores de aplicação das Leis de Newton para ilustrar a introdução das forças apresentadas. Porém, daremos um enfoque mais profundo na resolução de exercícios. Apesar de já estarmos insistindo na resolução utilizando vetores, partir de agora a representação vetorial das forças passa a ser imprescindível.

Abordaremos aqui casos em que é necessária a decomposição de vetores como: planos inclinados, sistemas suspensos por polias etc.

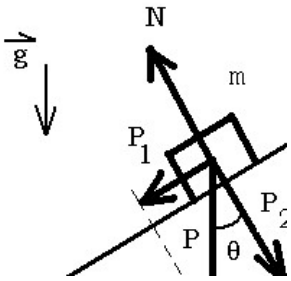
PLANO INCLINADO

Considere um corpo de massa m em uma rampa (ou plano inclinado). Vamos inicialmente supor que não existe atrito entre o corpo e a rampa. A inclinação da rampa é de um ângulo θ em relação à linha reta horizontal.

Representando esquematicamente:



Temos diagrama de forças que atuam no corpo:



Precisamos mostrar, com argumentos de geometria plana, a equivalência entre os dois ângulos apontados na figura acima.

No diagrama já representamos a decomposição conveniente da força peso em termos da direção de deslocamento e da direção ortogonal (isto é, que faz 90º) a ela. Ou seja, note que:

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

Escrevendo em termos do ângulo θ e dos módulos em cada direção:

$$P_1 = P \operatorname{sen}\theta$$
$$P_2 = P \cos\theta$$

e, como sabemos que o corpo está em equilíbrio na direção normal à superfície, temos:

$$\vec{P}_2 = -\vec{N}\ .$$

Desse cancelamento, a força total e a aceleração do corpo ficam restritos à direção de P_1.

$$\vec{a}m = \vec{P}_1$$

Portanto a aceleração do corpo será:

$$am = P_1 = m.g.\operatorname{sen}\theta \Rightarrow a = g.\operatorname{sen}\theta$$

percebemos que para θ=0, tem-se a=0, e para θ=90º, tem-se a=g.

Esses são os dois casos extremos em que o sistema se tornaria ou o movimento na horizontal (com o cancelamento geral da força peso com a Normal) ou a queda livre.

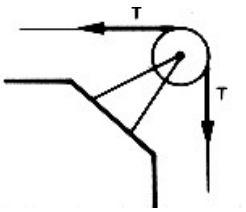
Para o caso em que se acrescenta uma força de atrito note que ela seria contrária ao movimento e, portanto, subtrairia da componente P_1 diminuindo a aceleração total do corpo de uma quantidade igual à μN, onde N = P cos θ , e μ é o coeficiente de atrito, que depende do material da rampa (assim como do móvel) conforme exposto acima. Ou seja:

$$am = m.g.\operatorname{sen}\theta - \mu.\mathrm{m.g.}\cos\theta$$
$$a = g.(\operatorname{sen}\theta - \mu\cos\theta)$$

Pode-se ainda proceder com maiores complicações como ligar o corpo a outro em outra rampa inclinada, mediados por uma polia.

POLIAS

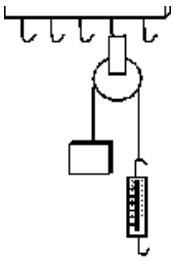
As **Polias** têm a propriedade de mudar a direção das forças transmitidas por traçam a cordas. Suas aplicações são bastante diversificadas, sendo encontradas de pequenos equipamentos eletrônicos a gigantescos guindastes.



As polias são discos circulares fixos pelo centro e que têm a liberdade de girar em torno do seu eixo.

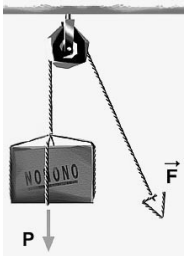
Conforme os fios que aderem à superfície, eles se movimentam e elas (as polias) giram, mudando o sentido da força de tração nestes fios. Essa é, portanto, a mais notável propriedade das polias: podem permitir que se transfira uma força mudando a direção inicial. No caso modelo simplificado, em que não haveria atrito, a polia é chama da *polia ideal*. Quando a polia está **fixa** ela apenas **muda o sentido da força de Tração, sem variar a sua intensidade**.

Outro sistema que abordaremos é o da chamada **Máquina de Atwood**, que consiste no seguinte esquema com uma polia, um corpo e um instrumento para medir a tensão na corda:

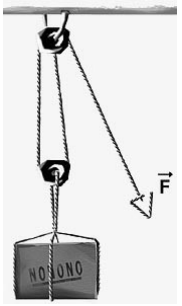


ASSOCIAÇÃO DE POLIAS:

Podemos associar várias polias para equilibrar suspender um corpo dentro do esquema da máquina de Atwood.

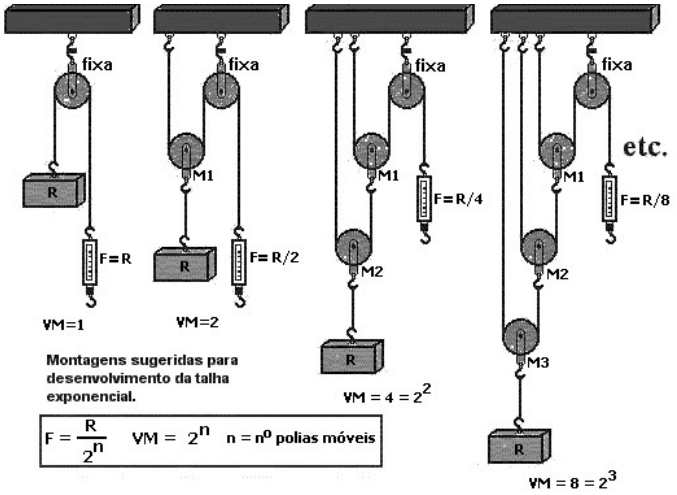


(a) uma polia



(b) duas polias

Pode-se deduzir a seguinte relação entre a força necessária para equilibrar o corpo e o número de polias:



Perceba que se ao invés de elevarmos uma determinada carga utilizando uma polia, houvéssemos armado com duas, veja figura abaixo, a força necessária para elevar a carga será a metade do que era necessário anteriormente, mas o deslocamento da mão será o dobro do deslocamento da massa M (o que corresponde, enfim, à origem da tal mágica).

Também a velocidade de elevação da massa será a metade da obtida no caso anterior. Como observamos no quadro acima podemos associar três, quatro ou mais polias para se obter situações adequadas a algum caso específico.

EXERCÍCIOS

27) (Puc) Se você saltar de um ônibus em movimento, para não cair:
a) deve tocar o solo com um pé e seguir correndo para a frente.
b) deve tocar o solo com um pé e seguir correndo para trás.
c)deve tocar o solo com os dois pés juntos.
d) deve saltar na direção perpendicular ao movimento do ônibus.
e) você irá se esborrachar no solo de qualquer forma.

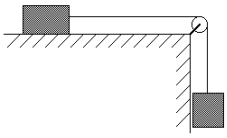
28) Uma pessoa puxa um carrinho de 30 kg sobre um plano horizontal e sem atrito.Qual é a aceleração do carrinho se a pessoa aplicar uma força de 90 N?

29) Considere a aceleração da gravidade na Terra igual a $10 m/s^2$ e, na Lua, igual a $1,7 m/s^2$. Considere ainda um corpo que, na Terra, tem peso igual a 34N. A massa e o peso desse corpo, na Lua, são, respectivamente em kg e N, iguais a
a) 3,4 e 2,0
b) 3,4 e 3,4
c) 3,4 e 5,8
d) 5,8 e 3,4
e) 5,8 e 5,8

30) (Puc) Certo carro nacional demora 30 s para acelerar de 0 a 108 km/h. Supondo sua massa igual a 1200 kg, o módulo da força resultante que atua no veículo durante esse intervalo de tempo é, em N, igual a
a) zero
b) 1200
c) 3600
d) 4320
e) 36000

31) Um corpo de massa 8,0kg é colocado sobre uma superfície horizontal completamente lisa, preso por um fio ideal a outro corpo, de massa 2,0kg. Adote $g = 10 m/ m/s^2$ e considere ideal a roldana.

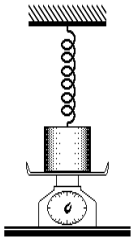
A tração no fio tem módulo, em newtons,



a) 4,0
b) 12
c) 16
d) 20
e) 24

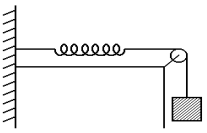
32) (Fgv) Usado para missões sub-orbitais de exploração do espaço, o VS-30, foguete de sondagem brasileiro, possui massa total de decolagem de, aproximadamente, 1 500 kg e seu propulsor lhe imprime uma força de 95×10^3 N. Supondo que um desses foguetes seja lançado verticalmente em um local onde a aceleração da gravidade tem valor 10 m/s^2 desconsiderando a gradual perda de massa devido à combustão, a aceleração imprimida ao conjunto nos instantes iniciais de sua ascensão, relativamente ao solo, é, aproximadamente,
a) 15 m/s^2.
b) 24 m/s^2
c) 36 m/s^2
d) 42 m/s^2
e) 53 m/s^2

33) (Puc) A mola da figura tem constante elástica 20N/m e encontra-se deformada de 20cm sob a ação do corpo A cujo peso é 5N. Nessa situação, a balança, graduada em Newtons, marca



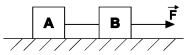
a) 1 N
b) 2 N
c) 3 N
d) 4 N
e) 5 N

34) No sistema mostrado na figura a seguir, o bloco tem massa igual a 5,0kg. A constante elástica da mola vale 2,0N/cm. Considere que o fio, a mola e a roldana são ideais. na situação de equilíbrio, qual a deformação da mola, em centímetros?



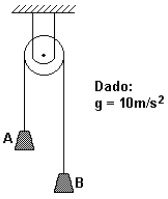
dado:$g = 10 m/s^2$

35) Dois blocos A e B de massas 10 kg e 20 kg, respectivamente, unidos por um fio de massa desprezível, estão em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. Uma força, também horizontal, de intensidade F = 60N é aplicada no bloco B, conforme mostra a figura. O módulo da força de tração no fio que une os dois blocos, em newtons, vale



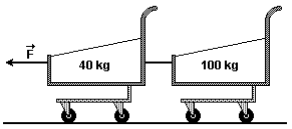
a) 60.
b) 50.
c) 40.
d) 30.
e) 20.

36) Na figura abaixo, temos dois blocos de massa $m_A = 6,0kg$ e $m_B = 4,0kg$. Calcule:
a) a aceleração do sistema
b) a tração no fio



37) Dois carrinhos de supermercado podem ser acoplados um ao outro por meio de uma pequena corrente, de modo que uma única pessoa, ao invés de empurrar dois carrinhos separadamente, possa puxar o conjunto pelo interior do supermercado. Um cliente aplica uma força horizontal de intensidade F, sobre o carrinho da frente, dando ao conjunto uma aceleração de intensidade $0,5 m/ s^2$

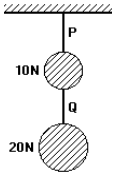
Sendo o piso plano e as forças de atrito desprezíveis, o módulo da força F e o da força de tração na corrente são, em N, respectivamente:



a) 70 e 20.
b) 70 e 40.
c) 70 e 50.
d) 60 e 20.
e) 60 e 50.

38) (Unesp)Dois corpos, de peso 10N e 20N, estão suspensos por dois fios, P e Q, de massas desprezíveis, da maneira mostrada na figura.

A intensidades (módulos) das forças que tensionam os fios P e Q são respectivamente, de

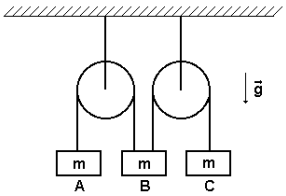


a) 10 N e 20 N
b) 10 N e 30 N
c) 30 N e 10 N.
d) 30 N e 20 N.
e) 30 N e 30 N.

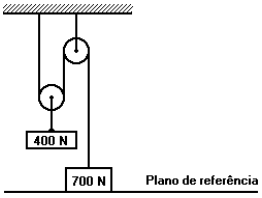
39) (Ita)Fazendo compras num supermercado, um estudante utiliza dois carrinhos. Empurra o primeiro, de massa m, com uma força F, horizontal, o qual, por sua vez, empurra outro de massa M sobre um assoalho plano e horizontal. Se o atrito entre os carrinhos e o assoalho puder ser desprezado, pode-se afirmar que a força que está aplicada sobre o segundo carrinho é:
a) F
b) MF/(m + M)
c) F(m + M)/M
d) F/2
e) outra expressão diferente.

40) (Fuvest) Um sistema mecânico é formado por duas polias ideais que suportam três corpos A, B e C de mesma massa m, suspensos por fios ideais como representado na figura. O corpo B está suspenso simultaneamente por dois fios, um ligado a A e outro a C.

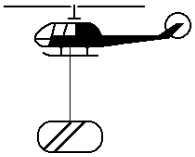
Podemos afirmar que a aceleração do corpo B será:
a) zero
b) g/3 para baixo
c) g/3 para cima
d) 2g/3 para baixo
e) 2g/3 para cima



41) (Mack)A figura mostra um bloco, de peso igual a 700N, apoiado num plano horizontal, sustentando um corpo de 400N de peso, por meio de uma corda inextensível, que passa por um sistema de roldanas consideradas ideais. O módulo da força do plano sobre o bloco é:
a) 1100 N
b) 500 N
c) 100 N
d) 300 N
e) 900 N

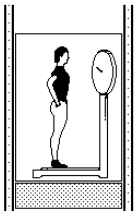


42) (Ufrj) A figura mostra um helicóptero que se move verticalmente em relação à Terra, transportando uma carga de 100kg por meio de um cabo de aço. O cabo pode ser considerado inextensível e de massa desprezível quando comparada à da carga. Considere g=10m/s²
Suponha que, num determinado instante, a tensão no cabo de aço seja igual a 1200 N.
a) Determine, neste instante, o sentido do vetor aceleração da carga e calcule o seu módulo.
b) É possível saber se, nesse instante, o helicóptero está subindo ou descendo? Justifique a sua resposta.



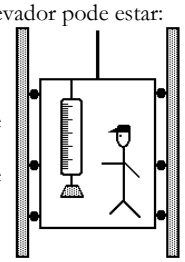
43) (Puc)No piso de um elevador é colocada uma balança graduada em newtons. Um menino, de massa 40kg, sobe na balança quando o elevador está descendo acelerado, com aceleração de módulo 3,0 m/s², como representa a figura a seguir.

Se a aceleração da gravidade vale 9,8 m/s², a balança estará indicando, em N, um valor mais próximo de
a) 120
b) 200
c) 270
d) 400
e) 520



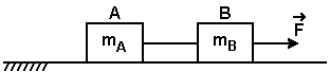
44) (Acepusp) Em um spa, a balança para a medida do peso dos clientes é colocada dentro de um elevador. Podemos dizer que:
a) A indicação da balança será sempre a mesma, tanto quando o elevador subir, como quando o elevador descer.
b) Como a balança mede o peso do corpo, só a aceleração da gravidade influenciará a medida.
c) O cliente ficará com massa maior quando o elevador estiver subindo acelerado.
d) O cliente ficará feliz com a indicação da balança na descida do elevador.
e) O cliente terá o seu peso aumentado na subida do elevador.

45) (Mack) O esquema apresenta um elevador que se movimenta sem atrito. Preso a seu teto, encontra-se um dinamômetro que sustenta em seu extremo inferior um bloco de ferro. O bloco pesa 20N mas o dinamômetro marca 25N. Considerando g=10 m/s² podemos afirmar que o elevador pode estar:
a) em repouso.
b) descendo com velocidade constante.
c) descendo em queda livre.
d) descendo com movimento acelerado de aceleração de 2,5m/ s²
e) subindo com movimento acelerado de aceleração de 2,5m/ s²

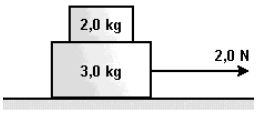


46) (Unesp)A figura ilustra um bloco A, de massa m_A = 2,0 kg, atado a um bloco B, de massa m_B = 1,0 kg, por um fio inextensível de massa desprezível. O coeficiente de atrito cinético entre cada bloco e a mesa é μ. Uma força F = 18,0 N é aplicada ao bloco B, fazendo com que ambos se desloquem com velocidade constante.

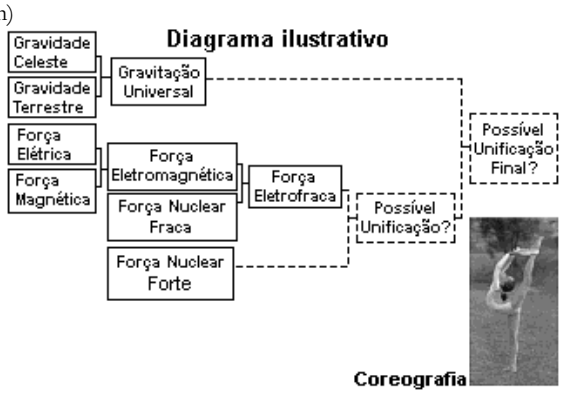
Considerando g = 10,0 m/s², calcule
a) o coeficiente de atrito μ.
b) a tração T no fio.



47) (Unesp) Um bloco de massa 2,0 kg repousa sobre outro de massa 3,0 kg, que pode deslizar sem atrito sobre uma superfície plana e horizontal. Quando uma força de intensidade 2,0 N, agindo na direção horizontal, é aplicada ao bloco inferior, como mostra a figura, o conjunto passa a se movimentar sem que o bloco superior escorregue sobre o inferior.
Nessas condições, determine
a) a aceleração do conjunto.
b) a intensidade da força de atrito entre os dois blocos



48) (Ufrn)

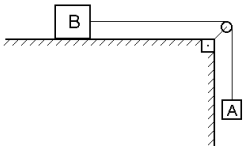


Na execução da coreografia anterior, podemos reconhecer a existência de várias forças atuando sobre a ginasta Cláudia e/ou a corda. Forças de atrito, peso, tração e reação do solo (normal) podem ser facilmente identificadas.

Esse conjunto de forças, aparentemente, não está contemplado no diagrama que mostra as interações fundamentais do universo. Isso pode ser compreendido, pois, em sua essência, as forças
a) de atrito e peso são de origem eletromagnética.
b) normal e peso são de origem gravitacional.
c) normal e de tração são de origem eletromagnética.
d) de atrito e de tração são de origem gravitacional.

49) (Uel)No sistema representado a seguir, o corpo A, de massa 3,0kg está em movimento uniforme. A massa do corpo B é de 10kg. Adote g=10 m/s²

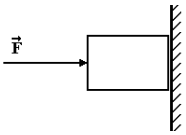
O coeficiente de atrito dinâmico entre o corpo B e o plano sobre o qual se apóia vale
a) 0,15
b) 0,30
c) 0,50
d) 0,60
e) 0,70



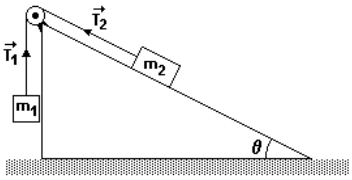
50) Nessa figura, está representado um bloco de 2,0kg sendo pressionado contra a parede por uma força F. O coeficiente de atrito estático entre esses corpos vale 0,5, e o cinético vale 0,3. Considere g=10m/s².

A força mínima F que pode ser aplicada ao bloco para que ele não deslize na parede é

a) 10N.
b) 20N.
c) 30N.
d) 40N.
e) 50N.



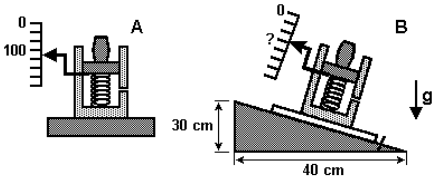
51) Na figura a seguir, é representado um bloco m_1 = 6,0kg e m_2 = 4 kg.
a) Calcule a aceleração do sistema
b) Calcule a tração no fio.
Dado: θ=30º



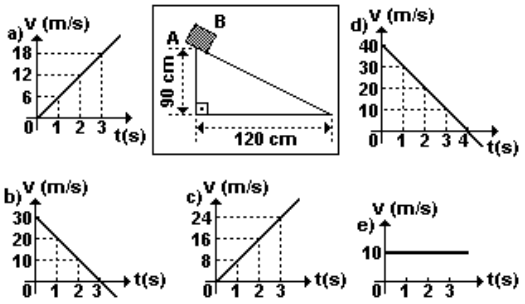
52) (Fuvest) Uma caixa vazia, pesando 10N é colocada sobre uma superfície horizontal. Ao ser solicitada por uma força horizontal, começa a se movimentar quando a intensidade da força atinge 5N; cheia d'água, isso acontece quando a intensidade da força atinge 50N.
a) Qual a força de atrito em cada caso?
b) Qual a quantidade de água?

53) (Fuvest) O mostrador de uma balança, quando um objeto é colocado sobre ela, indica 100 N, como esquematizado em A. Se tal balança estiver desnivelada, como se observa em B, seu mostrador deverá indicar, para esse mesmo objeto, o valor de

a) 125 N
b) 120 N
c) 100 N
d) 80 N
e) 75 N

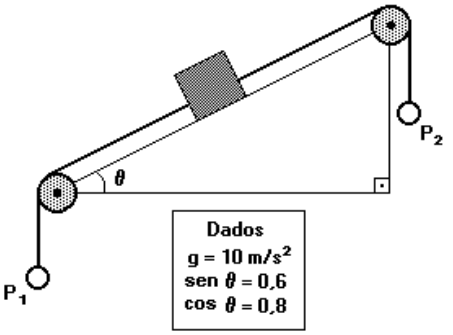


54) (Mack)O bloco B da figura é abandonado do repouso, no ponto A do plano inclinado que está situado num local onde a aceleração gravitacional tem módulo 10. m/s² Desprezando o atrito, o gráfico que melhor representa a velocidade do bloco em função do tempo é:



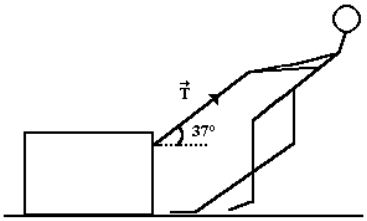
55) (Mack) Um bloco de 10kg repousa sozinho sobre o plano inclinado a seguir. Esse bloco se desloca para cima, quando se suspende em P_2 um corpo de massa superior a 13,2kg. Retirando-se o corpo de P_2, a maior massa que poderemos suspender em P_1 para que o bloco continue em repouso, supondo os fios e as polias ideais, deverá ser de:

a) 1,20 kg
b) 1,32 kg
c) 2,40 kg
d) 12,0 kg
e) 13,2 kg



56) A figura ilustra um jovem arrastando um caixote com uma corda, ao longo de uma superfície horizontal, com velocidade constante. A tração (T vetorial) que ele exerce no fio é de 20 N.

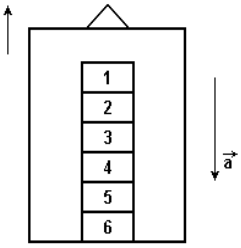
a) Desenhe, na folha de respostas, todas as forças que atuam sobre o caixote, nomeando-as.
b) Calcule a força de atrito entre o caixote e o solo. São dados:



sen 37° = cos 53° = 0,6; sen 53° = cos 37° = 0,8.

57) (Ita)Uma pilha de seis blocos iguais, de mesma massa m, repousa sobre o piso de um elevador, como mostra a figura. O elevador está subindo em movimento uniformemente retardado com uma aceleração de módulo a. O módulo da força que o bloco 3 exerce sobre o bloco 2 é dado por

a) 3m (g + a).
b) 3m (g - a).
c) 2m (g + a).
d) 2m (g - a).
e) m (2g - a).



3. CINEMÁTICA

A Cinemática consiste no estudo do movimento sem lhe atribuir causas (que é feito, como vimos, no contexto da dinâmica). Vamos, nessa parte, estudar o movimento tratando da descrição da evolução das posições de um corpo móvel de maneira mais precisa, lançando mão da linguagem de funções matemática.

Pensamos num movimento de um corpo. Se no primeiro segundo de movimento um móvel percorrer 3 m e no próximo segundo ele percorrerá mais 3 m. Caso permaneça neste mesmo ritmo durante 10 s, percorrerá 30 m. Este movimento está caracterizado por uma velocidade constante de 3 metros por segundo.

Um movimento, qualquer que seja, é caracterizado pelo comportamento de sua aceleração, que do capítulo anterior sabemos derivar da resultante das forças que atuam sobre o corpo. Inicialmente vamos nos preocupar com duas situações:

- **aceleração nula**: Movimento Uniforme.
- **aceleração constante**: Movimento Uniformemente Variado.

MOVIMENTO UNIFORME (MU)

No movimento uniforme a **aceleração é nula,** conseqüentemente variação da velocidade também é nula, ou seja, a **velocidade é constante.**

$$a = 0 \rightarrow \Delta v = 0 \rightarrow v \text{ é constante}$$

Sendo assim, a velocidade em qualquer instante é igual a velocidade média, $v = v_m$. Pela definição temos,

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} \xrightarrow{v=v_m} v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Lembrando que ΔS é a variação da posição, também chamando de deslocamento.

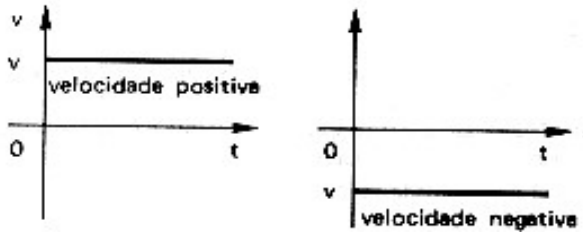
Nestes movimentos temos que a força resultante (F_R) também é nula, conseqüência da segunda lei de Newton:

$$F_R = ma \rightarrow a = 0 \rightarrow F_R = 0 .$$

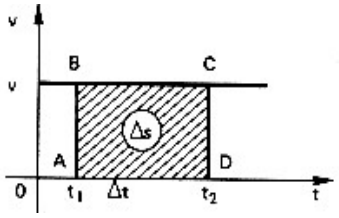
Objetos deslizando sobre superfícies tão lisas que podemos desprezar o atrito são exemplos deste movimento. Outras situações são os movimentos que ocorrem no espaço interplanetário, onde não existe influência de forças externas, tanto a gravitacional, pois os planetas estão distantes, como a força de atrito pois o corpo está isolado no vácuo.

GRÁFICO DA VELOCIDADE NO MU

Como a velocidade é contante, o que significa que tenha o mesmo valor durante todo o tempo, seu gráfico é uma reta paralela ao eixo da abssissa (que representa o tempo). O primeiro representa um caso em que velocidade é positiva, e o segundo um caso em que é negativa.



Definição importante: a área do gráfico de velocidade por tempo (v x t) é numericamente igual ao deslocamento.



$$\underset{v \times t}{\text{Área}} = \Delta S$$

- Se a velocidade é positiva deslocamente é positivo
- Se a velocidade é negativa deslocamente é negativo

EQUAÇÃO DA POSIÇÃO NO MU

A velocidade indica quão rápida a posição muda. A equação que representa esta mudança, conhecida como equação horária da posição, tem a seguinte forma:

$$S = S_0 + v.\Delta t$$

que é mais conhecida como:

$$S = S_0 + v.t$$

A diferença está no intervalo de tempo, onde o tempo inicial é considerado igual a zero,

$$\Delta t = t - t_0 \xrightarrow{t_0=0} \Delta t = t - 0 \longrightarrow \Delta t = t$$

Sugestão: você conseguiria, a partir da definição da velocidade, deduzir equação horária da posição?

A equação da posição pode ser obtida, também, da análise do gráfico da v x t. A área, no caso um retângulo, é igual ao produto dos eixos, na abssissa é o tempo decorrido (t) e na ordenada a velocidae (v), ou seja, $v.t$. Usando a definição da área no gráfico de v x t temos,

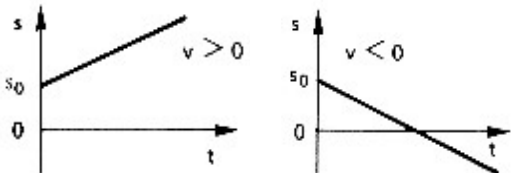
$$\Delta S = \underset{v \times t}{\text{Área}} \rightarrow \Delta S = v.t \rightarrow S - S_0 = a.t$$

finalmente,

$$S = S_0 + v.t .$$

GRÁFICO DA POSIÇÃO NO MU

Como velocidade é constante a mudança da posição é uniforme, representada como uma reta inclinada no gráfico de posição por tempo ($S \times t$)



Propriedades importantes dos gráficos de $S \times t$ no MU

A inclinação do gráfico dos espaços nos dá informação da velocidade do móvel:

- quanto mais inclinada maior será a velocidade;
- se for crescente (para cima) a velocidade é positiva;
- se for decrescente (para baixo) a velocidade é negativa.

A inclinação da curva pode ser quantizada pela tangente, vejamos como e porque isto se dá:

a) Sabemos que a velocidade média é definida como:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

b) Temos também, da análise dos gráficos anteriores, que:

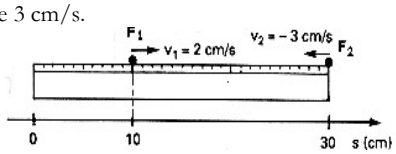
$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \overset{N}{\underset{S \times t}{=}} \text{tg}(x)$$

ou seja, a velocidade é numericamente igual à tangente

EXERCÍCIOS

1. E dada a equação horária, S = 20 - 4t (t em h, S em Km). Determine
a) a posição inicial
b) a velocidade do móvel
c) a posição do móvel quando t=2h
d) o instante que o movel passa pela origem dos espaçõs
e) o instante que o movel passa pela posição –20 Km

2. Duas formigas F_1 e F_2 movem-se sobre uma régua graduada em centímetros, em movimento uniforme. F_1 inicia seu movimento na marca dos 10 cm e dirige-se para o fim da régua com velocidade escalar de 2 cm/s. F_2 inicia seu movimento na marca dos 30 cm, no mesmo instante que F_1, e dirige-se para o começo da régua com velocidade de 3 cm/s.
a) dê a equação dos espaços de F_1;
b) dê a equação dos espaços de F_2;
c) determine o espaço e o instante de encontro das duas formigas.



3. (Fatec 95) A tabela fornece, em vários instantes, a posição s de um automóvel em relação ao km zero da estrada em que se movimenta.

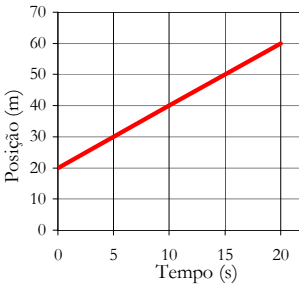
A função horária que nos fornece a posição do automóvel, com as unidades fornecidas, é:
a) s = 200 + 30t
b) s = 200 - 30t
c) s = 200 + 15t
d) s = 200 - 15t
e) s = 200 - 15t²

t (h)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
s (km)	200	170	140	110	80	50

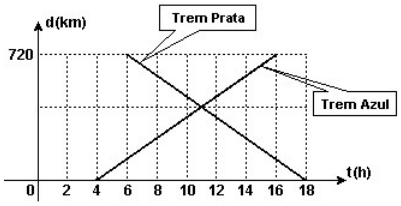
4. (Ufrs 98) A tabela registra dados do deslocamento x em função do tempo t, referentes ao movimento retilíneo uniforme de um móvel. Qual é a velocidade desse móvel?
a) 1/9 m/s
b) 1/3 m/s
c) 3 m/s
d) 9 m/s
e) 27 m/s

t (s)	x (m)
0	0
2	6
5	15
9	27

5. O gráfico abaixo representa a posição de um automóvel em uma estrada no decorrer do tempo. Analisando o gráfico, responda:
a) Que tipo de movimento está realizando?
b) Qual foi o ponto de partida do veículo na estrada?
c) Qual a velocidade do veículo?



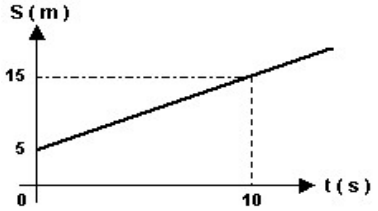
6. (Ufsc 2004) Dois trens partem, em horários diferentes, de duas cidades situadas nas extremidades de uma ferrovia, deslocando-se em sentidos contrários. O trem Azul parte da cidade A com destino à cidade B, e o trem Prata da cidade B com destino à cidade A.



O gráfico representa as posições dos dois trens em função do horário, tendo como origem a cidade A (d = 0). Considerando a situação descrita e as informações do gráfico, assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S):
(01) O tempo de percurso do trem Prata é de 18 horas.
(02) Os dois trens gastam o mesmo tempo no percurso: 12 horas.
(04) A velocidade média dos trens é de 60 km/h.
(08) O trem Azul partiu às 4 horas da cidade A.
(16) A distância entre as duas cidades é de 720 km.
(32) Os dois trens se encontram às 11 horas.

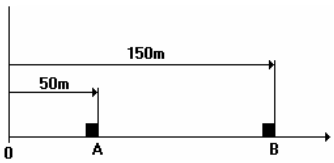
7. Um objeto desloca-se em movimento retilíneo uniforme durante 30 s. A figura representa o gráfico do espaço em função do tempo.

O espaço do objeto no instante t = 30 s, em metros será:
a) 30
b) 35
c) 40
d) 45
e) 50



O enunciado seguinte refere-se às questões 8 e 9

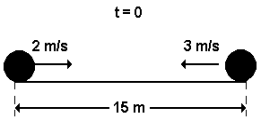
Dois móveis A e B, ambos com movimento uniforme percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura. Em t=0, estes se encontram, respectivamente, nos pontos A e B na trajetória. As velocidades dos móveis são vA=50 m/s e vB=30 m/s no mesmo sentido.



8. Em que ponto da trajetória ocorrerá o encontro dos móveis?
a) 200 m
b) 225 m
c) 250 m
d) 300 m
e) 350 m

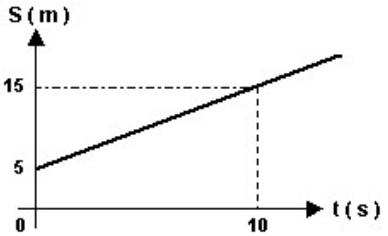
9. Em que instantes a distância entre os dois móveis será 50m?
a) 2,0 s e 5,0s
b) 2,5 s e 7,5s
c) 3,0 s e 6,0s
d) 3,5 s e 7,5s
e) 4,0 s e 9,0s

10. (Puc-SP 97) Duas bolas de dimensões desprezíveis se aproximam uma da outra, executando movimentos retilíneos e uniformes (veja a figura). Sabendo-se que as bolas possuem velocidades de 2m/s e 3m/s e que, no instante t=0, a distância entre elas é de 15m, podemos afirmar que o instante da colisão é
a) 1 s
b) 2 s
c) 3 s
d) 4 s
e) 5 s



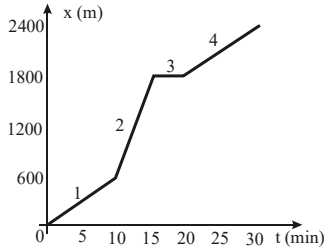
11. Um objeto desloca-se em movimento retilíneo uniforme durante 30 s. A figura representa o gráfico do espaço em função do tempo.

O espaço do objeto no instante t = 30 s, em metros será:
a) 30
b) 35
c) 40
d) 45
e) 50



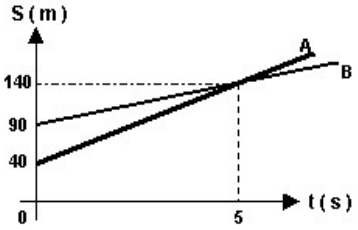
12. Uma pessoa passeia durante 30 minutos. Nesse tempo ela anda, corre e também pára por alguns instantes. O gráfico representa a distancia (x) percorrida por essa pessoa em função do tempo de passeio (t).

Pelo gráfico pode-se afirmar que, na seqüência do passeio, a pessoa:



a) andou (1), correu (2), parou (3) e andou (4).
b) andou (1), parou (2), correu (3) e andou (4).
c) correu (1), andou (2), parou (3) e correu (4).
d) correu (1), parou (2), andou (3) e correu (4).
e) n.d.a

13. Duas partículas A e B se movimentam sobre uma mesma trajetória retilínea segundo o gráfico. Podemos afirmar que suas equações horárias são:



a) $S_A = 90 + 20\,t$ e $S_B = 40 + 10\,t$
b) $S_A = 20 + 90\,t$ e $S_B = 10 + 40\,t$
c) $S_A = 40 + 20\,t$ e $S_B = 90 + 10\,t$
d) $S_A = 40 + 20\,t$ e $S_B = 10 + 90\,t$
e) $S_A = 20 + 40\,t$ e $S_B = 90 + 10\,t$

MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO (MUV)

O movimento uniformemente variado (MUV) é caracterizado pela aceleração resultante (a_R) constante.

$$a_R = \text{constante}$$

Nestes movimentos temos que a força resultante (F_R) também é constante, conseqüência da segunda lei de Newton:

$$F_R = ma_R \text{ ou } a_R = \frac{F_R}{m},$$

pois, a massa e a aceleração são constantes.

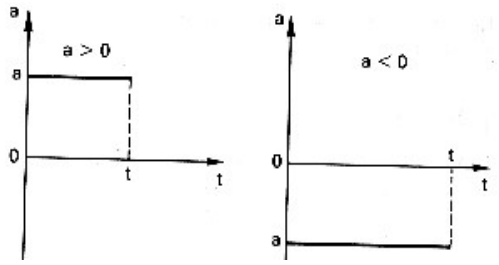
Um exemplo típico deste tipo de movimento é a queda dos corpos quando podemos desprezar a resistência do ar. Neste caso a aceleração que atrai o corpo para baixo é a tão conhecida aceleração da gravidade que vale aproximadamente 10 m/s².

Como a é aceleração constante, sua expressão é igual a da aceleração média.

$$a_R = a_{\text{média}} \rightarrow a_R = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

GRÁFICOS DA ACELERAÇÃO NO MUV

Como a aceleração é contante no MUV, seu gráfico, representado abaixo, é uma reta paralela ao eixo da abssissa. O primeiro representa uma aceleração positiva, enquanto o segundo representa uma aceleração negativa



Definição importante: a área do gráfico de aceleração por tempo (a x t) é numericamente igual a variação da velocidade.

$$\underset{a\times t}{\text{Área}} = \Delta v$$

Como a aceleração é positiva no primeiro gráfico, o cálculo da área vai ser positivo e a variação da velocidade também. No segundo teremos a variação da velocidade negativa.

EQUAÇÃO DA VELOCIDADE NO MUV

A aceleração indica quão rápida a velocidade muda e a equação que representa esta mudança, conhecida como equação horária da velocidade, tem a seguinte forma:

$$v = v_0 + a_R.\Delta t$$

que é mais conhecida como:

$$v = v_0 + a.t$$

onde a_R foi chamada, simplesmente, de a e no intervalo de tempo, o tempo inicial é considerado igual a zero,

$$\Delta t = t - t_0 \xrightarrow{t_0=0} \Delta t = t - 0 \longrightarrow \Delta t = t$$

Extra! A partir da equação da aceleração resultante, deduza a duas equações acima.

A equação da velocidade pode ser obtida, também, da análise dos gráficos de a x t acima. A área, no caso um retângulo, é igual ao produto dos eixos, na abssissa é o tempo decorrido (t) e na ordenada aceleração (a), ou seja, $a.t$. Usando a definição da área temos,

$$\Delta v = \underset{a\times t}{\text{Área}} \rightarrow \Delta v = a.t \rightarrow v - v_0 = a.t$$

finalmente,

$$v = v_0 + a.t\ .$$

TIPOS DE MOVIMENTOS NO MUV

Movimento acelerado: quando a aceleração é no mesmo sentido da velocidade.

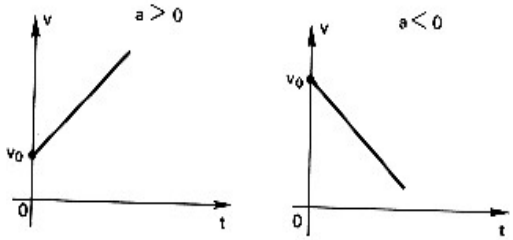
- se a velocidade é positiva então a aceleração também é positiva;
- se a velocidade é negativa então a aceleração é negativa.

Movimento retardado: quando a aceleração é no sentido contrário do movimento.

- se a velocidade é negativa então a aceleração é positiva;
- se a velocidade é positiva então a aceleração é negativa.

GRÁFICO DA VELOCIDADE NO MUV

Como a aceleração é constante a mudança da velocidade é uniforme, representada como uma reta inclinada no gráfico de velocidade por tempo ($v \times t$)



Propriedades importantes dos gráficos de $v \times t$ no MUV

A inclinação do gráfico dos espaços nos dá informação da aceleração do móvel:

- quanto mais inclinada maior será a aceleração;
- se for crescente (para cima) a aceleração é positiva;
- se for decrescente (para baixo) a aceleração é negativa.

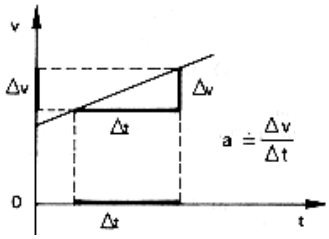
A inclinação da curva é dada pela tangente, vejamos como e porque isto se dá:

a) Sabemos que a aceleração média é definida como:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

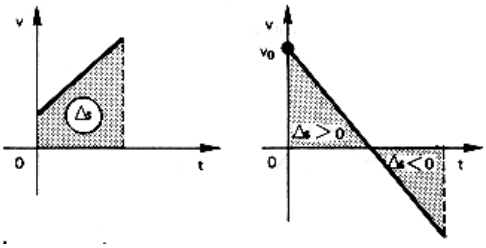
b) Temos também, da análise do gráfico a seguir, que:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\text{cat. oposto}}{\text{cat. adjacente}} = \underset{v \times t}{\text{tg}\alpha}$$



ou seja, a velocidade é igual à tangente do gráfico de $v \times t$.

Outra imformação importande no gráfico de v x t é que sua área é igual ao deslocamento.



$$\underset{v \times t}{\text{Área}} = \Delta S$$

- Na região em que a $v > 0 \rightarrow \Delta S > 0$
- Na região em que a $v < 0 \rightarrow \Delta S < 0$

Ainda no gráfico da velocidade pelo tempo, repare nas grandezas relacionadas com a área do gráfico e a inclinação da reta. Lembre-se que para qualquer gráfico, podemos facilmente deduzir que grandezas as propriedades gráficas representam através de análise dimensional.

$$\left[\underset{v \times t}{\text{Área}}\right] = [v] \times [t] = \frac{m}{s}.s = m = [\text{unidade de espaço}] \Rightarrow [\Delta S]$$

EQUAÇÃO DA POSIÇÃO NO MUV

A posição de um corpo varia no movimento uniformemente variado. A equação que nos diz como ocorre está variação, conhecida como equação horária da posição, tem a seguinte forma:

$$S = S_0 + v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2$$

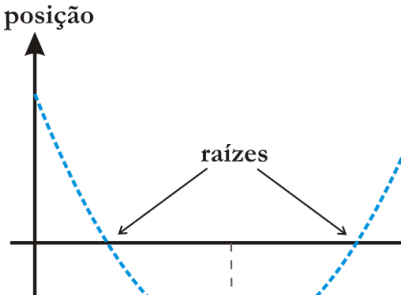
Esta equação pode é deduzida da área do gráfico de v x t.

Sugestão: Obtenha a equação horária da posição para o MUV utilizando as seguintes observações: área do gráfico de v x t no MUV é um trapézio; a base menor é v_0 e maior é $v_0 + \Delta v$; a altura é o tempo decorrido, t.

*** Dica:** utilize $\Delta v = a.t$

GRÁFICO DA POSIÇÃO NO MUV

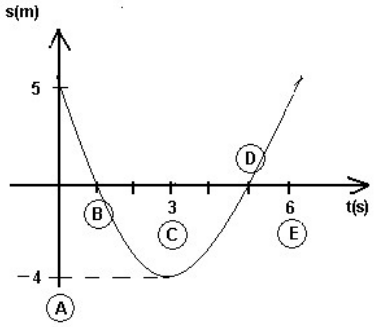
Sendo a função horária da posição pelo tempo uma função de 2º grau, o gráfico dela resulta em uma parábola, como a mostrada no exemplo abaixo.



As propriedades deste tipo de gráfico são:

- **concavidade**: voltada para cima significa aceleração positiva; para baixo, negativa.
- **vértice**: ponto onde o móvel muda de sentido.
- **raízes**: instantes em que o móvel passa pela origem.

Repare que na primeira parte da parábola, as posições do móvel decrescem com o tempo, ou seja, o movimento é retardado. Já na segunda parte, as posições do móvel crescem com o tempo, o movimento é acelerado.



Considere um móvel descrevendo o movimento representado no gráfico acima. O móvel cruza a origem (s=0) nos instantes 1s e 5s (raízes). Chega ao menor valor de posição de todo o movimento, s = -4m, no instante t=3 (vértice)A função horária do gráfico é dada por:

$$s(t)=(t-1)(t-3) \Leftrightarrow s(t)=t^2-6t+5$$

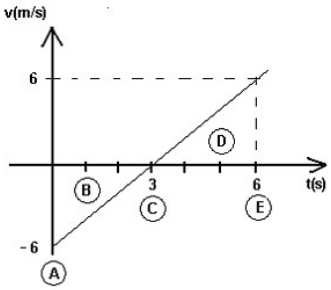
Disto segue, comparando com a função horária genérica do MUV:

$$a=2m/s,\ v_0=-6m/s \text{ e } s_0=5m.$$

A função horária para as velocidades é dada por: $v = v_0 + at$. Assim,

$$v(t) = -6 + 2t$$

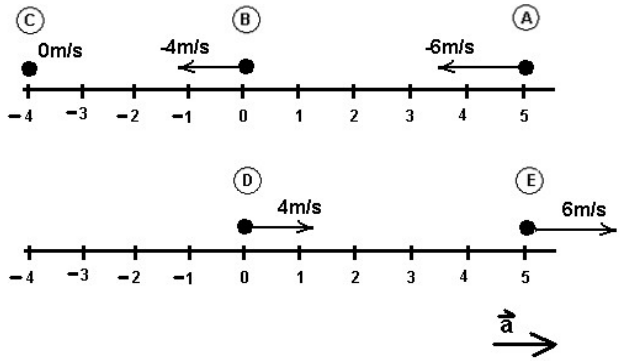
Representando graficamente.



O instante onde o corpo tem a velocidade nula (correspondente ao vértice da parábola s(t)), consiste na solução em t para v(t) = 0. Assim:

$$0=-6+2t \Rightarrow t = 3s.$$

Descrevendo o movimento entre 0s e 6s temos:



As letras maiúsculas estão relaciona com pontos específicos dos gráficos de v(t) e s(t).

EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Esta equação é de grande utilidade para aqueles problemas em que são dadas as velocidades em função do espaço, exercícios em que o tempo não é fornecido:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a.\Delta S$$

Sugestão: Isole o tempo na equação horária da velocidade do MUV, substitua na equação horária do espaço do MUV e obtenha a equação de Torricelli.

EXERCÍCIOS

14. Dada a função horária da velocidade V=5+2t determine :
a) a velocidade inicial
b) a aceleração
c) a velocidade da partícula após 10s

15. Dada a função horária da velocidade V=10-2t determine :
a)a velocidade inicial
b)a aceleração
c) o instante em que o móvel para

16. (Uel 95) A função horária da posição de um móvel que se desloca sobre o eixo dos x é, no Sistema Internacional de Unidades, $x = -10 + 4t + t^2$. A função horária da velocidade para o referido movimento é
a) v = 4 + 2t
b) v = 4 + t
c) v = 4 + 0,5t
d) v = -10 + 4t
e) v = -10 + 2t

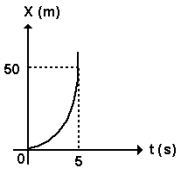
17. (Puccamp 2000) Um móvel se desloca numa certa trajetória retilínea obedecendo à função horária de velocidades V=20-4,0.t, com unidades do Sistema Internacional. Pode-se afirmar que no instante t=5,0s, a velocidade instantânea, em m/s, e a aceleração instantânea, em m/s², do móvel são, respectivamente,
a) zero e zero
b) zero e -4,0
c) 5,0 e 4,0
d) 8,0 e - 2,0
e) 10 e -4,0

18. (Puccamp 95) A função horária da posição s de um móvel é dada por $s=20+4t-3t^2$, com unidades do Sistema Internacional. Nesse mesmo sistema, a função horária da velocidade do móvel é
a) -16 - 3t
b) -6t
c) 4 - 6t
d) 4 - 3t
e) 4 - 1,5t

19. (Fatec 96) Em um teste para uma revista especializada, um automóvel acelera de 0 a 90km/h em 10 segundos. Nesses 10 segundos, o automóvel percorre:
a) 250 m
b) 900 km
c) 450 km
d) 450 m
e) 125 m

20. (Fuvest) Um carro viaja com velocidade de 90 km/h (ou seja, 25m/s) num trecho retilíneo de uma rodovia quando, subitamente, o motorista vê um animal parado na sua pista. Entre o instante em que o motorista avista o animal e aquele em que começa a frear, o carro percorre 15m. Se o motorista frear o carro à taxa constante de 5,0 m/s², mantendo-o em sua trajetória retilínea, ele só evitará atingir o animal, que permanece imóvel durante todo o tempo, se o tiver percebido a uma distância de, no mínimo,
a) 15 m.
b) 31,25 m.
c) 52,5 m.
d) 77,5 m.
e) 125 m.

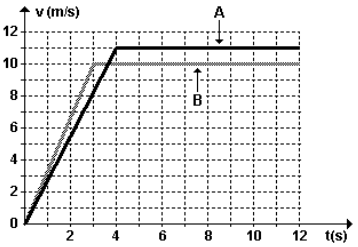
21. (Mackenzie 98) A figura a seguir refere-se ao diagrama horário da posição de uma partícula que descreve um M.R.U.V. a partir do repouso no instante zero. No intervalo (10s, 15s), o deslocamento sofrido pela partícula é:



a) 100 m
b) 125 m
c) 150 m
d) 225 m
e) 250 m

22. (Puc-SP 2001) Ao iniciar a travessia de um túnel retilíneo de 200 metros de comprimento, um automóvel de dimensões desprezíveis movimenta-se com velocidade de 25m/s. Durante a travessia, desacelera uniformemente, saindo do túnel com velocidade de 5m/s. O módulo de sua aceleração escalar, nesse percurso, foi de
a) 0,5 m/s²
b) 1,0 m/s²
c) 1,5 m/s²
d) 2,0 m/s²
e) 2,5 m/s²

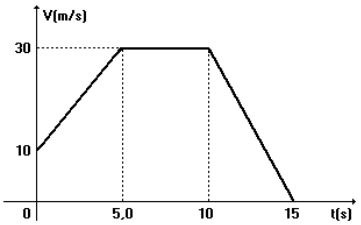
23. (Fuvest 99) Na figura, estão representadas as velocidades em função do tempo, desenvolvidas por um atleta, em dois treinos A e B, para uma corrida de 100m rasos.



Com relação aos tempos gastos pelo atleta para percorrer os 100m, podemos afirmar que, aproximadamente,
a) no B levou 0,4s a menos que no A.
b) no A levou 0,4s a menos que no B.
c) no B levou 1,0s a menos que no A.
d) no A levou 1,0s a menos que no B.
e) no A e no B levou o mesmo tempo.

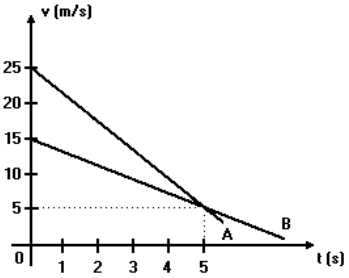
24. (Unifesp 2003) Uma ambulância desloca-se a 108 km/h num trecho plano de uma rodovia quando um carro, a 72 km/h, no mesmo sentido da ambulância, entra na sua frente a 100 m de distância, mantendo sua velocidade constante. A mínima aceleração, em m/s², que a ambulância deve imprimir para não se chocar com o carro é, em módulo, pouco maior que
a) 0,5.
b) 1,0.
c) 2,5.
d) 4,5.
e) 6,0.

25. (Puccamp 97) O gráfico a seguir representa a velocidade escalar de um móvel durante 15 s de movimento.



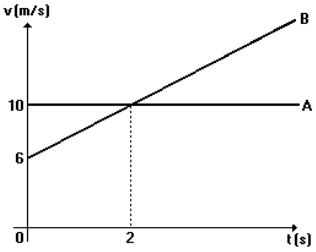
Com base no gráfico é correto afirmar que
a) o móvel está parado entre os instantes 5,0 s e 10 s.
b) o movimento do móvel é sempre acelerado.
c) o móvel muda de sentido nos instantes 5,0 s e 10 s.
d) a velocidade escalar média do móvel foi de 15m/s.
e) o móvel percorreu 100 m nos primeiros 5,0 s.

26. (Mackenzie 96) Dois móveis A e B se movimentam no mesmo sentido numa estrada retilínea. No instante em que um ultrapassa o outro, eles iniciam um processo de freagem. A distância entre os dois móveis, no instante em que suas velocidades são iguais, é:



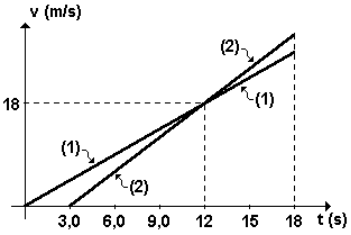
a) 10 m.
b) 15 m.
c) 20 m.
d) 25 m.
e) 50 m.

27. (Mackenzie 97) Em certo instante passam pela origem de uma trajetória retilínea os móveis A, com M.R.U. e B, com M.R.U.V.. A partir desse instante, constrói-se o diagrama a seguir. O tempo gasto pelo móvel B para ficar 32m à frente do A é:



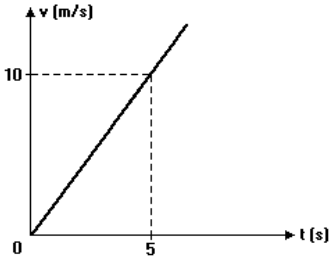
a) 2 s
b) 4 s
c) 6 s
d) 7 s
e) 8 s

28. (UFRJ 2000) Dois móveis, (1) e (2), partem do repouso de um mesmo ponto e passam a se mover na mesma estrada. O móvel (2), no entanto, parte 3, 0s depois do móvel (1). A figura abaixo representa, em gráfico cartesiano, como suas velocidades escalares variam em função do tempo durante 18s a contar da partida do móvel (1).



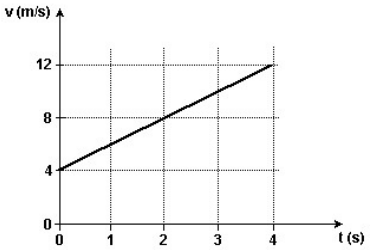
a) Calcule as acelerações escalares dos móveis (1) e (2) depois de iniciados os seus movimentos.
b) Verifique se, até o instante t=18s, o móvel (2) conseguiu alcançar o móvel (1). Justifique sua resposta.

29. (Fei 95) Um móvel tem movimento com velocidade descrita pelo gráfico a seguir. Após 10s qual será sua distância do ponto de partida?

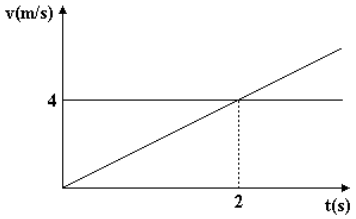


a) 500m
b) 20m
c) 75m
d) 25m
e) 100m

30. (Ufpe 2004) O gráfico da velocidade em função do tempo de um ciclista, que se move ao longo de uma pista retilínea, é mostrado a seguir. Considerando que ele mantém a mesma aceleração entre os instantes t = 0 e t = 7 segundos, determine a distância percorrida neste intervalo de tempo. Expresse sua resposta em metros.



31. (Ufrj 96) Duas partículas se deslocam ao longo de uma mesma trajetória. A figura a seguir representa, em gráfico cartesiano, como suas velocidades variam em função do tempo.



Suponha que no instante em que se iniciaram as observações (t=0) elas se encontravam na mesma posição.
a) Determine o instante em que elas voltam a se encontrar.
b) Calcule a maior distância entre elas, desde o instante em que se iniciaram as observações até o instante em que voltam a se encontrar.

32. (Fuvest) Numa via com neblina, dois moveis avistam-se frente a frente quando estão a 200 m um do outro, caminhando com velocidades opostas de 72Km/h e 108Km/h respectivamente.Nesse momento começam a frear com desacelerações constantes de 4,0 e 5,0 respectivamente (em unidades do SI).
a) Os carros conseguirão parar antes de haver colisão?
b) Esboce em um ÚNICO gráfico a velocidade em função do tempo dos dois moveis.

LANÇAMENTOS

QUEDA LIVRE

Num movimento de queda em trajetória vertical, a velocidade de um corpo aumenta conforme o tempo passa, portanto, as quedas fazem parte do bloco de movimentos uniformemente variados.

Galileu, estudando a queda dos corpos, percebeu uma característica importante: esse aumento da velocidade acontece igualmente em corpos com massas diferentes e depende da aceleração da gravidade local. O que significa dizer que numa queda sem a influência do ar, uma bola de bilhar e uma de boliche, se abandonadas do mesmo ponto, cairiam ao mesmo tempo.

Como o movimento de queda livre é um movimento acelerado utilizamos as mesmas equações do MUV, e no lugar da aceleração colocamos a aceleração da gravidade, $\vec{g}$.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R1. Um corpo é abandonado em queda livre de determinada altura. Depois de 2 s eles está a 60 m do solo.
a) de que altura foi abandonado?
b) em que instante ele atinge o solo?
c) com que velocidade ele atinge o solo?
Resolução
a) A altura em que foi abandonado é igual ao tanto que deslocou durante os dois segundos de queda mais os 60 metros que faltam para chegar ao chão:

$$h = \Delta S + 60m$$

O deslocamento pode ser calculado pela equação da posição no MUV, sendo que a aceleração igual a da gravidade, $a=g$ e a velocidade inicial é nula, $v_0=0$ e o tempo são os dois segundos, $t=2s$. Com isso temos,

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{a.t^2}{2} \Rightarrow \Delta S = \frac{g.t^2}{2} = \frac{10(m/s^2).(2s)^2}{2} = 20\frac{m^2.s^2}{s^2} \Rightarrow \Delta S = 20m$$

substituindo na expressão da altura temos,

$$h = 20m + 60m \Rightarrow h = 80m$$

portanto foi abandonado a 80 metros acima do chão.

b) De acordo com o item anterior, ele chega no chão após cair 80 metro, usando novamente a equação do MUV, mas agora a incógnita é o tempo e sabemos que o deslocamento $\Delta S = 80$, ou seja,

$$\Delta S = \frac{g.t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2.\Delta S}{g}} = \sqrt{\frac{2.80m}{10(m/s^2)}} = \sqrt{16\frac{m.s^2}{m}} \Rightarrow t = 4s$$

c) Sabendo o tempo que durou a queda, obtido no item anterior, podemos usar a equação da velocidade no MUV, lembrando que a aceleração continua sendo a da gravidade e que a velocidade inicial nula. Sendo assim,

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = g.t = 10\frac{m}{s^2}.4s = 40\frac{m.s}{s^2} \Rightarrow v = 40\frac{m}{s}$$

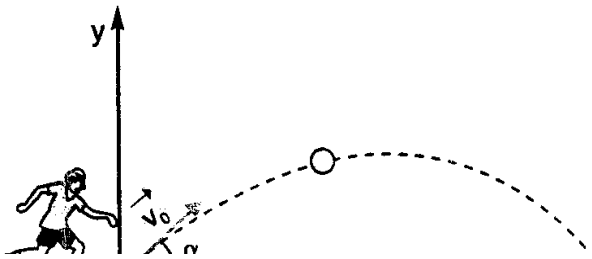
LANÇAMENTO VERTICAL

Chamamos de lançamento vertical o movimento de um corpo lançado verticalmente para cima. Podemos dividir o movimento em duas partes, a subida e a descida, mas ambas se tratam de movimentos uniformemente variados e, portanto podemos utilizar as equações do MUV.

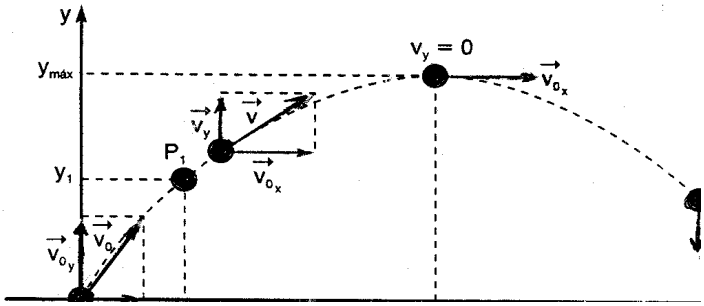
Na subida, como está sujeito a ação da aceleração da gravidade, a velocidade diminui até parar, quando atinge a altura máxima e a velocidade nula. Depois, a velocidade passa a aumentar, provocada mais uma vez pela ação de $\vec{g}$., como na queda livre.

3.3. LANÇAMENTO OBLÍQUO

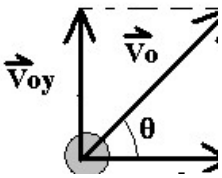
Consideremos um corpo (uma bola) lançado obliquamente, com velocidade inicial V e formando um ângulo θ com o eixo x. Considerando que a atmosfera não tenha influência alguma no movimento do corpo, a trajetória dele será parabólica, devido à atração da Terra.



Podemos estudar esse movimento imaginando o lançamento oblíquo como sendo resultante da composição de dois movimentos: um na direção horizontal x, com velocidade V_x, e outro na direção vertical y com velocidade V_y.



Perceba que na direção horizontal o corpo realiza movimento retilíneo uniforme, ou seja, v_x é constante. Já na direção vertical, ele realiza movimento retilíneo uniformemente variado, e a aceleração é igual à aceleração da gravidade (g).



Decompondo a velocidade inicial, v_0, em duas componentes v_{0x} e v_{0y} conforme o diagrama acima, obtemos:

$$v_{0x} = v_0.\cos\theta \qquad v_{0y} = v_0.\cos\theta$$

e, então, analisando o movimento horizontal e vertical separadamente:

Movimento Horizontal

Na direção horizontal não atuam forças quaisquer, portanto não existe aceleração nessa direção. O movimento desenvolvido nessa direção é, assim, retilíneo e uniforme (MRU), com velocidade escalar inicial v_{0x}. Seja x a coordenada horizontal, e $x(t)$ as coordenadas do corpo nesse eixo em função do tempo, temos:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}.t$$

Movimento Vertical

O movimento que ocorre na direção vertical consiste de um Movimento Uniformemente Variado (MUV), cuja aceleração é $-g$, e a velocidade escalar inicial v_{0y}, onde g é um número positivo ($g = 10m/s^2$). Assim a equação de movimento para a coordenada y do corpo é:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}.t - \frac{g.t^2}{2}$$

Ambos os movimentos vertical e horizontal ocorrem simultaneamente (e, conforme argumentamos independente-mente), assim podemos obter: o tempo de vôo (t_v), o Alcance do lançamento (A), a Altura máxima (H) e a forma da trajetória, que mostraremos ser uma *parábola*.

O tempo de vôo pode ser calculado a partir do tempo necessário para o corpo no movimento vertical sair da posição inicial e retornar a ela, i.e $y(t_v) = y_0$, aplicando a equação de movimento na direção *y*:

$$y(t_v) = y_0 + v_{0y}.t_v - \frac{g.t_v^2}{2} \Rightarrow y_0 = y_0 + v_{0y}.t_v - \frac{g.t_v^2}{2}$$

$$0 = v_{0y}.t_v - \frac{g.t_v^2}{2} \Rightarrow 0 = t_v\left(v_{0y} - \frac{g.t_v}{2}\right)$$

e, portanto, como o tempo de vôo não pode ser o resultado trivial (instante inicial), dessa equação a quantidade entre parênteses precisa ser nula:

$$v_{0y} - gt_v/2 = 0$$
$$t_v = 2v_{0y}/g$$

Que determina, portanto, o tempo de vôo em termos dos valores de v_{0x} e g. v_{0x} por sua vez depende do módulo da velocidade inicial de lançamento e do ângulo de inclinação do vetor de velocidade inicial, utilizando a equação que corresponde à isso (começo da seção):

$$t_v = 2\, v_0 . \mathrm{sen}\theta/g$$

Esse resultado condiciona a distância percorrida horizontalmente em todo o lançamento já que o lançamento chega ao fim quando o corpo volta ao chão. Como conhecemos o movimento na direção x, então calcular o Alcance é apenas calcular a distância percorrida no intervalo $[0,t_v]$. Aplicando a equação do movimento horizontal:

$$x(t_v) = x_0 + v_{0x}\, t_v$$
$$x(t_v) - x_0 = 2\, v_{0x}\, v_{0y}/g$$
$$A = 2\, V_{0x}\, v_{0y}/g$$

Substituindo v_{0x} e v_{0y} por suas expressões dependentes do modulo da velocidade inicial e da inclinação do vetor velocidade inicial:

$$A = 2\, v_0^2\, \sin\theta \cos\theta\, /g$$

Como: $2 \sin\theta \cos\theta = \sin(2\theta)$, então podemos reescrever essa equação como:

$$A = v_0^2\, \mathrm{sen}(2\theta)\, /g$$

A altura máxima atingida pelo corpo lançado, nesse esquema em que estamos considerando, pode ser obtida a partir da metade do tempo de vôo, pois a aceleração constante ($-g$) ao frear o corpo que tinha velocidade inicial v_{0y} à uma certa altura H (em relação à altura inicial y_0), irá passar à acelerá-lo dispondo de uma mesma distância H, resultando ao final das contas em um corpo com velocidade $-v_{0y}$ quando o corpo retornar à posição y_0. Como o tempo total gasto é tv, o movimento em ambas as situações é equivalente, então o tempo para descer deve ser igual ao gasto para subir, e, conseqüentemente o tempo para subir é metade do tempo total, ou seja: $t_H = t_v/2$. Usando a equação para o movimento vertical:

$$y(t_H) = y_0 + v_{0y}\, t_H - g\, t_H^2/2$$
$$y(t_H) - y_0 = v_{0y}\, t_v/2 - g\, (t_v/2)^2/2$$
$$H = v_{0y}^2/g - v_{0y}^2/2g$$
$$H = v_{0y}^2/(2g),$$

Que também pode ser posta em termos de v_0 e θ:

$$H = v_0^2\, \mathrm{sen}^2\theta/(2g)$$

E, enfim, terminamos com o tratamento mais geral em que obteremos a equação da forma da trajetória, e segue que conhecendo a forma da trajetória podemos extrair dela esses mesmos resultados.

Como os movimentos se dão simultaneamente, então podemos usar a equação do movimento horizontal para expressar o tempo em função das coordenadas x, e então estas podem ser introduzidas nas equações para o y, que descreve o movimento vertical.

$$x(t) = x_0 + v_{0x}\, t$$
$$t = (x - x_0)/v_{0x}$$

Vamos assumir por simplicidade que a posição inicial x_0 esteja na origem do plano cartesiano, assim:

$$t = x/v_{0x}$$

Substituindo na equação para $y(t)$:

$$y = y_0 + v_{0y}\, t - g\, t^2/2$$
$$y = y_0 + v_{0y}\, x/\, v_{0x} - g\, (x/v_{0x})^2/2$$
$$y = -[g/(2v_{0x}^2)]x^2 + (v_{0y}/v_{0x})x + y_0$$

Que o estudante pode reconhecer como sendo uma equação da forma:

$$y(x) = ax^2 + bx + c$$

Que descreve usualmente uma parábola, e, como $g/(2v_{0x}^2)$ é um coeficiente positivo segue que o coeficiente $a=-g/(2v_{0x}^2)$, leva à uma parábola com a concavidade negativa (parábola com a boca para baixo conforme o desenho do início da seção).

O estudante pode colocar essa expressão em termos das quantidade v_0 e θ. Vamos obter os valores para (x,y) do vértice da parábola, y do vértice corresponde ao valor de altura máxima a que chegamos, utilizando:

$$x_{\text{vertice}} = -b/(2a) = -\, (v_{0y}/v_{0x})\, /\, [-2g/(2v_{0x}^2)]$$
$$x_{\text{vertice}} = v_{0x}v_{0y}/\, g$$

e como $y_{\text{vertice}} = y\, (\, x_{\text{vertice}})$ temos,

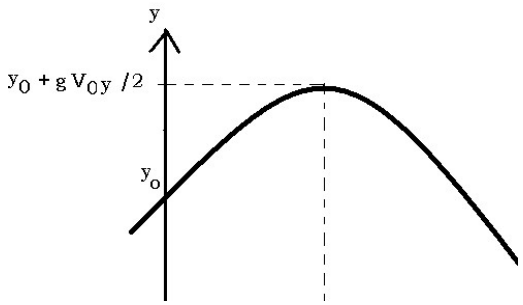
$$y_{\text{vertice}} = -\, \Delta/(4a)$$

onde $\Delta = b^2 - 4ac$.

Calculando explicitamente:

$$y_{\text{vertice}} = -[g/(2v_{0x}^2)]\, (v_{0x}v_{0y}/\, g)^2 + (v_{0y}/v_{0x})\, v_{0x}v_{0y}/\, g + y_0$$
$$y_{\text{vertice}} = -\, g\, v_{0y}/2 + v_{0y}2/g + y_0$$
$$y_{\text{vertice}} - y_0 = g\, v_{0y}/2$$

Resultado que o aluno identifica imediatamente com o que havíamos obtido anteriormente. Sumarizamos os resultados na figura seguinte.



Para o caso em que $y_0 = 0$, temos a parábola representada na figura 1. Perceba que a simetria que utilizamos quando dissemos que o tempo de subida e descida são equivalentes para distâncias iguais, está associado à simetria da parábola em relação ao eixo perpendicular ao eixo x que corta o vértice da parábola.

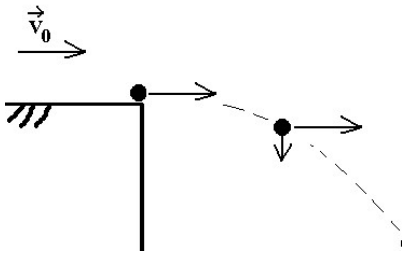
Para obter para a parábola acima o ponto em que o corpo toca o chão, fazermos y=0 e obtemos o valor de x correspondente:

$$0 = ax^2 + bx + c,$$

que corresponde a uma equação de segundo grau, que pode ser resolvida pela fórmula de Bhaskhara, a raiz que nos interessa é a positiva.

LANÇAMENTO HORIZONTAL

Outro caso típico do lançamento de projéteis consiste naquele onde o corpo chega a um penhasco e dispõem, assim, de apenas velocidade horizontal. Esquematicamente:



Aqui note que o tempo de queda é aquele para o corpo chegar ao fundo do desnível no MUV vertical, note que $v_{0y} = 0$, pois o movimento inicial é apenas horizontal.

EXERCÍCIOS

33. Uma pedra é abandonada do repouso da beira de um precipício. Depois de 1 s, outra pedra é lançada, desse mesmo lugar, verticalmente para baixo, com velocidade escalar de 20 m/s. Sabendo-se que a aceleração da gravidade é de 10 m/s², a que distância da beira do precipício a segunda pedra alcança a primeira? Faça, em um mesmo eixo de coordenadas os gráficos v x t das duas pedras. Redija comentários sobre a inclinação das retas, comparando-as.

34. Se alguém der um tiro verticalmente para cima, desprezando a resistência do ar, com que velocidade a bala pode atingir o ponto de partida?

35. Um menino joga uma pedra para o alto e, depois de 3 s ela volta as suas mãos. Desprezando a resistência do ar, determine:
a) a velocidade com que a pedra foi lançada
b) a altura máxima atingida
c) a velocidade com que ela atinge o solo.

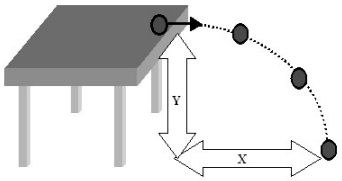
36. Uma bolinha é lançada para cima por um disparador mecânico com uma velocidade de 40 m/s. Qual a altura máxima que ela atingirá em relação ao solo se sua altura inicial em relação a ele é 20 cm? Construa o gráfico S x t para a bolinha. Redija uma análise sobre o gráfico.

37. Um foguete é disparado verticalmente a partir de uma base de lançamentos, onde seu peso é P. Inicialmente, sua velocidade cresce por efeito de uma aceleração constante. Segue-se, então, um estágio durante o qual o movimento se faz com velocidade constante relativamente a um observador inercial. Durante esse estágio, do ponto de vista desse observador, o módulo da força resultante sobre o foguete é
a) zero.
b) maior do que zero, mas menor do que P.
c) igual a P.
d) maior do que P, mas menor do que 2 P.
e) igual a 2 P.

38. Um projétil é lançado verticalmente para cima, a partir do nível do solo, com velocidade inicial de 30 m/s. Admitindo g= 10m/s² a desprezando a resistência do ar, analise as seguintes afirmações a respeito do movimento desse projétil.
I. 1 s após o lançamento, o projétil se encontra na posição de altura 25 m com relação ao solo.
II. 3 s após o lançamento, o projétil atinge a posição de altura máxima.
III. 5 s após o lançamento, o projétil se encontra na posição de altura 25 m com relação ao solo.
Quais estão corretas?
a) Apenas I.
b) Apenas II.
c)Apenas III.
d) Apenas II a III.
e) I, II e III.

39. Os mísseis Scud, de origem russa, foram modernizados por engenheiros iraquianos, que aumentaram seu alcance. Os resultados foram o Al-Hussein, com 650 km de alcance e o Al-Abbas, com 900 km de alcance. O tempo de vôo deste último míssil entre o Iraque e a Palestina invadida por Israel é de apenas seis a sete minutos. Sobre o movimento de qualquer desses mísseis, após um lançamento bem-sucedido, é correto afirmar:
a) Quando lançado, as forças que atuam no míssil são a força de propulsão e a força peso. Após o lançamento, as forças peso e de resistência do ar atuam em toda a trajetória, ambas na mesma direção e com sentidos contrários.
b) A força propulsora atua durante o lançamento e, em seguida, o míssil fica apenas sob a ação da força gravitacional, que o faz descrever uma trajetória parabólica.
c) A força de resistência do ar, proporcional ao quadrado da velocidade do míssil, reduz o alcance e a altura máxima calculados quando são desprezadas as forças de resistência.
d) Durante o lançamento, a única força que atua no míssil é a força de propulsão.
e) Durante toda a trajetória, há uma única força que atua no míssil: a força peso.

40. Uma esfera está deslizando sobre uma mesa sem atritos, com certa velocidade v_0 . Quando a esfera abandona a superfície da mesa, projetando-se no vácuo, descreve a trajetória representada na figura abaixo.
A altura da mesa Y é de 5 m e o alcance horizontal X é 10 m. Qual a velocidade inicial v_0 da esfera, em m/s?
a) 2
b) 4
c) 5
d) 8
e) 10

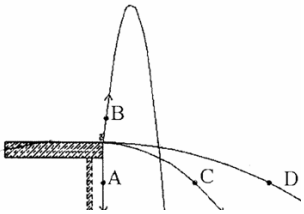


41. Um corpo é lançado horizontalmente do alto de uma plataforma de 180m de altura em relação ao solo, com velocidade inicial de 40 m/s. Compare este tipo de lançamento com o lançamento oblíquo e determine:
a) O tempo gasto para atingir o solo.
b) Suas coordenadas no instante 3 s.
c) Sua velocidade no instante 2s.
d) O alcance. (Dados:g = 10m/s²)

42. Um objeto é lançado <u>horizontalmente</u> de um avião a 2420 m de altura.
a) Considerando a queda livre, ou seja, desprezando o atrito com o ar, calcule quanto tempo duraria a queda.
b) Devido ao atrito com o ar, após percorrer 200 m em 7,0 s, o objeto atinge a velocidade terminal constante de 60 m/s. Neste caso, quanto tempo dura a queda?

43. Considere o lançamento de um projétil de massa m, com a velocidade inicial fazendo um ângulo 0° em relação à horizontal (lançamento oblíquo). O projétil percorre uma trajetória parabólica e cai a uma distância horizontal *R* (alcance) a partir do ponto inicial de lançamento. Desprezando o atrito com o ar, é afirmar:
a) o módulo da aceleração sobre o projétil é constante e igual à aceleração da gravidade g.
b) o movimento do projétil pode ser descrito separadamente nas direções vertical e horizontal, sendo um MRU na horizontal e um MRUV na vertical.
c) o alcance R depende do ângulo de lançamento , atingindo seu maior valor quando é 45°.
d) o tempo de subida do projétil é igual ao tempo de descida.
e) quanto maior a massa, maior é a velocidade vertical da descida e maior é o alcance *R* do lançamento.

44. A figura abaixo representa as trajetórias dos projéteis idênticos A, B, C e D, desde seu ponto comum de lançamento, na borda de uma mesa, até o ponto de impacto no chão, considerado perfeitamente horizontal. O projétil A é deixado cair a partir do repouso, a os outros três são lançados com velocidades iniciais não-nulas.



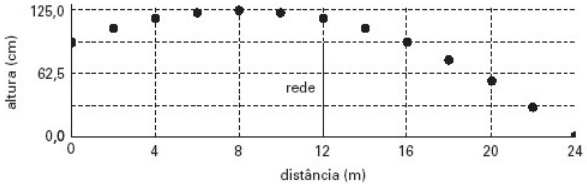
Desprezando o atrito com o ar, um observador em repouso no solo pode afirmar que, entre os níveis da mesa a do chão,
a) o projétil A é o que experimenta major variação de energia cinética.
b) o projétil B é o que experimenta major variação de energia cinética.
c) o projétil C é o que experimenta major variação de energia cinética.
d) o projétil D é o que experimenta major variação de energia cinética.
e) todos os projéteis experimentam a mesma variação de energia cinética.

45. Um projétil é lançado do solo para cima segundo um ângulo de 30^0 com a horizontal, com velocidade de 80m/s. Dados g=10 m/s² e $\sqrt{3}$ =1,7, calcule:
a) O tempo que o corpo leva para atingir a altura máxima.
b) A altura máxima
c) As coordenadas do projétil no instante 1s.
d) O tempo gasto para atingir o solo.
e) O alcance.

46. No skate, modalidade street, há uma manobra chamada rampa, a qual está esquematizada na figura abaixo. Nessa manobra, o skatista entra no ponto A com velocidade inicial de 5m/s, sobe a rampa e, ao final da mesma, ponto B, é projetado em lançamento oblíquo até atingir o solo. Despreze os efeitos de resistência do ar e do atrito entre o skate e a rampa. Considere o valor da aceleração da gravidade igual a 10m/s².
Adotar: $\text{sen}\,15° = 0,26;\ \cos 15° = 0,97;\ \sqrt{2} = 1,4;\ \sqrt{3} = 1,7;\ \sqrt{5} = 2,2.$

47. Um atirador de facas faz seus arremessos a partir de um ponto P, em direção a uma jovem que se encontra em pé, encostada em um painel de madeira. A altura do ponto P é de 2,0 m e sua distância ao painel é de 3,0 m. A primeira faca é jogada para o alto com a componente horizontal da velocidade igual a 3,0 m/s e a componente vertical igual a 4,0 m/s. A faca se move em um plano vertical perpendicular ao painel. Desprezando a resistência do ar e qualquer movimento de giro da faca em torno de seu centro de gravidade, determine a altura do ponto em que ela atinge o painel.

48. Uma bola de tênis rebatida numa das extremidades da quadra descreve a trajetória representada na figura abaixo, atingindo o chão na outra extremidade da quadra. O comprimento da quadra é de 24m.



a) Calcule o tempo de vôo da bola, antes de atingir o chão. Desconsidere a resistência do ar nesse caso.
b) Qual é a velocidade horizontal da bola no caso acima?
c) Quando a bola é rebatida com efeito, aparece uma força, FE, vertical, de cima para baixo e igual a 3 vezes o peso da bola. Qual será a velocidade horizontal da bola, rebatida com efeito para uma trajetória idêntica à da figura?

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Para um corpo realizar um movimento circular uniforme (MCU) é necessário que atue sobre ele uma força resultante perpendicular à trajetória que apontando, sempre, para o centro da curva. A resultante das forças que cumpre esse papel é chamada de força resultante centrípeta (F_c) ,

$$F_c = F_1 + F_2 + F_3 + \cdots \text{ (componentes perpendiculares à trajetória)}$$

Dizemos, também, que estas forças têm direção radial.

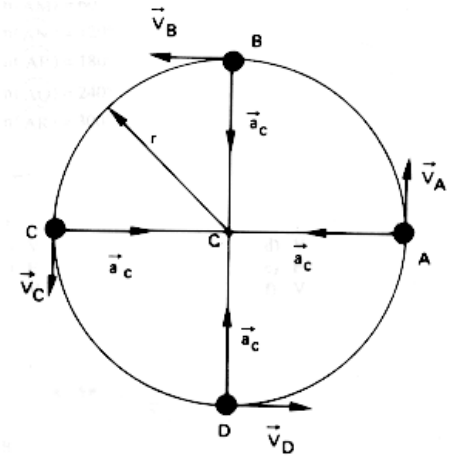
A força centrípeta é escrita como,

$$F_c = ma_c$$

onde a_c é conhecida como aceleração centrípeta e está relacionada com a velocidade e o raio da trajetória por:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Estas grandezas estão representadas na figura a seguir, cuja trajetória é circular de raio *r*:



O movimento circular uniforme é periódico, ou seja, é composto por um cilco se repete como, por exemplo: o giro da roda de uma bicileta com velocidade constante, das hélices do ventilador, dos ponteiros do relógio etc.

Esses ciclos sãocaracterizados pelas seguintes seguintes grandezas:

Período (T): tempo que a partícula demora em efetuar uma volta completa.

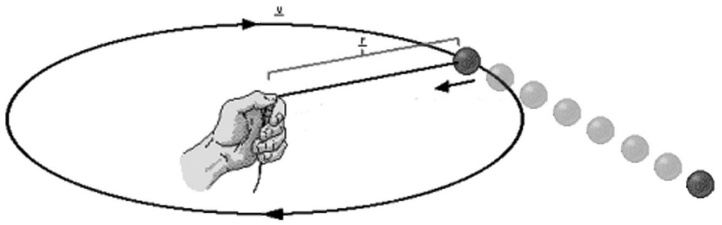
Freqüência (f): inverso do período, ou seja, o número de ciclos por tempo $f = \frac{1}{T}$.

Módulo da velocidade: $v = \frac{\text{dist. percorrida}}{\text{tempo gasto}} = \frac{2\pi r}{T}$

Velocidade Angular: $\omega = \frac{\text{ângulo percorrido}}{\text{tempo gasto}} = \frac{2\pi}{T}$

A relação entre velocidades angular e vetorial é: $v = \omega . r$

Se amarrarmos uma pedra num barbante e nos pusermos a girá-la, verificaremos que ao soltar o barbante a pedra deixará de descrever a curva circular, sendo lançada para frente. Isto se dá porque a pedra, não sofrendo mais a força de tração do barbante, continuará o movimento na direção que é tangente à trajetória no instante em que foi solta. O vetor velocidade indica em cada instante a tendência de movimento do móvel!



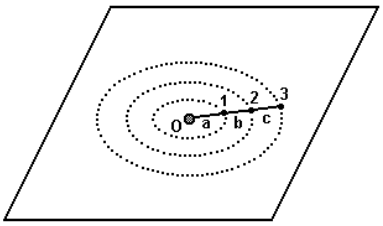
EXERCÍCIOS

Movimento circular uniforme.

49) (Pucmg 99) Na figura, 1, 2 e 3 são partículas de massa m. A partícula 1 está presa ao ponto O pelo fio a. As partículas 2 e 3 estão presas, respectivamente, à partícula 1 e à partícula 2, pelos fios b e c. Todos os fios são inextensíveis e de massa desprezível. Cada partícula realiza um movimento circular uniforme com centro em O.

Sobre as freqüências angulares ω e as velocidades lineares v para cada partícula, é CORRETO dizer que:

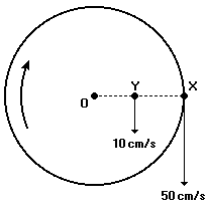
a) $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ e $v_1 = v_2 = v_3$
b) $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$ e $v_1 = v_2 = v_3$
c) $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ e $v_1 < v_2 < v_3$
d) $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ e $v_1 > v_2 > v_3$
e) $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ e $v_1 < v_2 < v_3$



50) A figura mostra um disco que gira em torno do centro O. A velocidade do ponto X é 50cm/s e a do ponto Y é de 10cm/s.

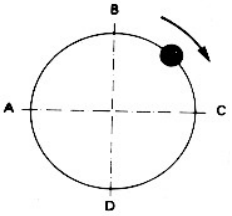
A distância XY vale 20cm. Pode-se afirmar que o valor da velocidade angular do disco, em radianos por segundo, é:

a) 2,0
b) 5,0
c) 10,0
d) 20,0



51) Uma partícula descreve uma trajetória circular uniforme no sentido horário, conforme figura a seguir

a) Desenhar o vetor velocidade de quando o móvel se encontra no ponto B.
b) A velocidade escalar varia?
c) E a velocidade vetorial?



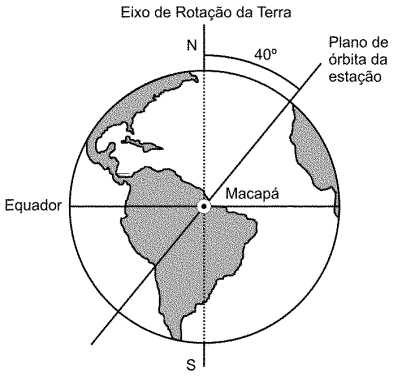
52) (Unesp 90) Um farol marítimo projeta um facho de luz contínuo, enquanto gira em torno do seu eixo à razão de 10 rotações por minuto. Um navio, com o costado perpendicular ao facho, está parado a 6km do farol. Com que velocidade um raio luminoso varre o costado do navio?

a) 60 m/s
b) 60 km/s
c) 6,3 km/s
d) 630 m/s
e) 1,0 km/s

53) (Fuvest 2006) A Estação Espacial Internacional mantém atualmente uma órbita circular em torno da Terra, de tal forma que permanece sempre em um plano, normal a uma direção fixa no espaço. Esse plano contém o centro da Terra e faz um ângulo de 40° com o eixo de rotação da Terra. Em um certo momento, a Estação passa sobre Macapá, que se encontra na linha do Equador. Depois de uma volta completa em sua órbita, a Estação passará novamente sobre o Equador em um ponto que está a uma distância de Macapá de, aproximadamente,

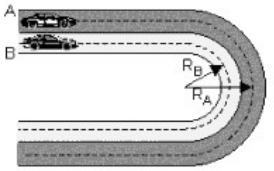
a) zero km
b) 500 km
c) 1000 km
d) 2500 km
e) 5000 km

Obs: Dados da Estação:
Período aproximado: 90 minutos
Altura acima da Terra ¸ 350 km
Dados da Terra:
Circunferência no Equador ¸ 40 000 km



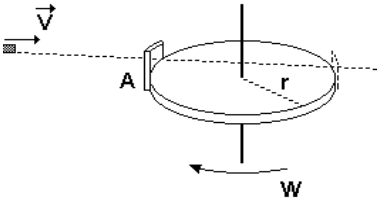
54) (Fuvest) Em uma estrada dois carros A e B, entram simultaneamente em curvas paralelas, com raios R_a e R_b. Os velocímetros de ambos os carros indicam, ao longo de todo trecho curvo, valores constantes V_a e V_b. Se os carros saem da curva ao mesmo tempo, a relação entre V_a e V_b é

a) $V_a = V_b$
b) $V_a/V_b = R_a/R_b$
c) $V_a/V_b = (R_a/R_b)^2$
d) $V_a/V_b = R_b/R_a$
e) $V_a/V_b = (R_b/R_a)^2$



55) (Fuvest) Um disco de raio r gira com velocidade angular w constante. Na borda do disco, está presa uma placa fina de material facilmente perfurável. Um projétil é disparado com velocidade **v** em direção ao eixo do disco, conforme mostra a figura, e fura a placa no ponto A. Enquanto o projétil prossegue sua trajetória sobre o disco, a placa gira meia circunferência, de forma que o projétil atravessa mais uma vez o mesmo orifício que havia perfurado. Considere a velocidade do projétil constante e sua trajetória retilínea. O módulo da velocidade **v** do projétil é:

a) wr/π
b) $2wr/\pi$
c) $wr/2\pi$
d) wr
e) $\pi w/r$



56) (Unesp) O comprimento da banda de rodagem (circunferência externa) do pneu de uma bicicleta é de aproximadamente 2m.
a) Determine o número N de voltas (rotações) dadas pela roda da bicicleta, quando o ciclista percorre uma distância de 6,0km.
b) Supondo que esta distância tenha sido percorrida com velocidade constante de 18km/h, determine, em hertz, a freqüência de rotação da roda durante o percurso.

57) (Fuvest) É conhecido um processo utilizado por povos primitivos para fazer fogo. Um jovem, tentando imitar parcialmente tal processo, mantém entre sua mão um lápis de forma cilíndrica e com raio igual a 4cm de tal forma que, quando movimenta a mão esquerda para frente e a direita para trás, em direção horizontal, imprime ao lápis um rápido movimento de rotação. O lápis gira, mantendo seu eixo fixo na direção vertical, como mostra a figura ao lado. Realizando diversos deslocamentos sucessivos e medindo o tempo necessário para executa-los, o jovem conclui que pode deslocar a ponta dos dedos de sua mão direita de uma distância L=15cm, com velocidade constante, em aproximadamente 0,3s.
Podemos afirmar que, enquanto gira num sentido, o número de rotações por segundo executadas pelo lápis é aproximadamente igual a:
a) 5
b) 8
c) 10
d) 12
e) 20

58) (Unifesp) Três corpos estão em repouso em relação ao solo, situados em três cidades: Macapá, localizada na linha do Equador, São Paulo, no trópico de Capricórnio, e Selekhard, na Rússia, localizada no círculo Polar Ártico. Pode-se afirmar que esses três corpos giram em torno do eixo da Terra descrevendo movimentos circulares uniformes, com
a) as mesmas freqüência e velocidade angular, mas o corpo localizado em Macapá tem a maior velocidade tangencial.
b) as mesmas freqüência e velocidade angular, mas o corpo localizado em São Paulo tem a maior velocidade tangencial.
c) as mesmas freqüência e velocidade angular, mas o corpo localizado em Selekhard tem a maior velocidade tangencial.
d) as mesmas freqüência, velocidade angular e velocidade tangencial, em qualquer cidade.
e) freqüência, velocidade angular e velocidade tangencial diferentes entre si, em cada cidade.

59) (Mack)Um motor elétrico tem seu eixo girando em MCU, com uma freqüência de 2400 r.p.m.. Prendendo-se uma polia de 20,00 cm de diâmetro a esse eixo, de forma que seus centros coincidam, o conjunto se movimenta praticamente com a mesma freqüência. Nesse caso, podemos afirmar que:
a) o módulo da velocidade tangencial de todos os pontos do eixo é igual ao módulo da velocidade tangencial de todos os pontos da polia.
b) a velocidade angular de todos os pontos do eixo é maior que a velocidade angular de todos os pontos da polia.
c) a velocidade angular de todos os pontos do eixo é igual à velocidade angular de todos os pontos da polia.
d) o módulo da velocidade tangencial de todos os pontos do eixo é maior que o módulo da velocidade tangencial de todos os pontos da polia.
e) o módulo da aceleração centrípeta de todos os pontos do eixo é igual ao módulo da aceleração centrípeta de todos os pontos da polia.

60) (Unesp) Um cilindro oco de 3,0 m de comprimento, cujas bases são tampadas com papel fino, gira rapidamente em torno de seu eixo com velocidade angular constante. Uma bala disparada com velocidade de 600 m/s, paralelamente ao eixo do cilindro, perfura suas bases em dois pontos, P na primeira base e Q na segunda. Os efeitos da gravidade e da resistência do ar podem ser desprezados.
a) Quanto tempo a bala levou para atravessar o cilindro?
b) Examinando as duas bases de papel, verifica-se que entre P e Q há um deslocamento angular de 9°. Qual é a freqüência de rotação do cilindro, em hertz, sabendo que não houve mais do que uma rotação do cilindro durante o tempo que a bala levou para atravessá-lo?

61) (Unicamp)Em 1885, Michaux lançou o biciclo com uma roda dianteira diretamente acionada por pedais (Fig. A). Através do emprego da roda dentada, que já tinha sido concebida por Leonardo da Vinci, obteve-se melhor aproveitamento da força nos pedais (Fig. B). Considere que um ciclista consiga pedalar 40 voltas por minuto em ambas as bicicletas.
a) Qual a velocidade de translação do biciclo de Michaux para um diâmetro da roda de 1,20 m?
b) Qual a velocidade de translação para a bicicleta padrão aro 60 (Fig. B)?

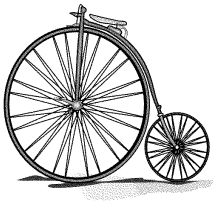


Fig.A

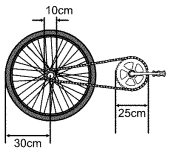
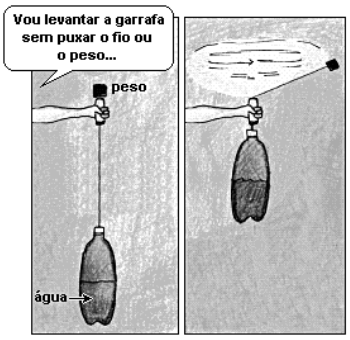


Fig.B

Resultante Centrípeta.

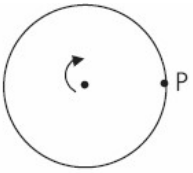
62) (Enem)Observe o fenômeno indicado na tirinha a seguir.
A força que atua sobre o peso e produz o deslocamento vertical da garrafa é a força
a) de inércia.
b) gravitacional.
c) de empuxo.
d) centrípeta.
e) elástica

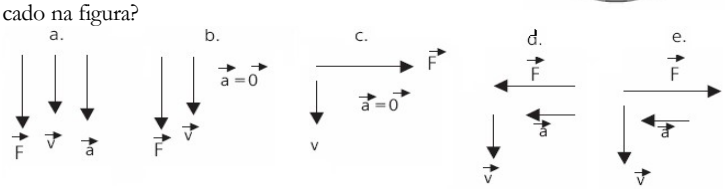


(Adaptado. Luisa Daou & Francisco Caruso, Tirinhas de Física, vol. 2, CBPF, Rio de Janeiro, 2000.)

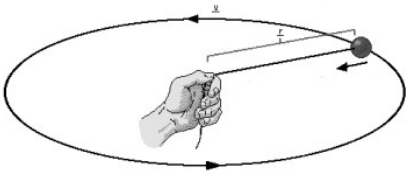
63) A aceleração centrípeta de um corpo é $12 m/s^2$. Sendo um movimento uniforme circular de raio 3m , determine a intensidade da velocidade.

64) (UNESP - 2000) Uma partícula de massa m descreve uma trajetória circular com movimento uniforme, no sentido horário, como mostra a figura.
Qual dos seguintes conjuntos de vetores melhor representa a força resultante F atuando na partícula, a velocidade v e a aceleração a da partícula, no ponto P indicado na figura?





65) Um móvel realiza um movimento circular e uniforme, com velocidade de 5 m/s. Sendo a aceleração centrípeta igual a $10 m/s^2$, determine o raio de sua trajetória



66) (Fei) Um garoto gira sobre a sua cabeça, na horizontal, uma pedra de massa m=500g, presa a um fio de 1m de comprimento. Desprezando-se a massa do fio, qual é a força que traciona o fio quando a velocidade da pedra é v=10m/s?
a) F = 2500 N
b) F = 5000 N
c) F = 25 N
d) F = 50 N
e) F =100N

67) . (Pucsp) Um avião de brinquedo é posto para girar num plano horizontal preso a um fio de comprimento 4,0m. Sabe-se que o fio suporta uma força de tração horizontal máxima de valor 20N. Sabendo-se que a massa do avião é 0,8kg, a máxima velocidade que pode ter o avião, sem que ocorra o rompimento do fio, é
a) 10 m/s
b) 8 m/s
c) 5 m/s
d) 12 m/s
e) 16 m/s

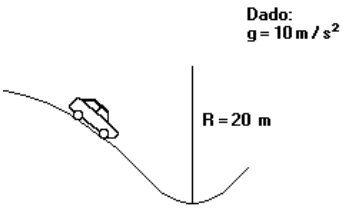
68) (Puc-rio 2006) Um carro de massa m = 1000 kg realiza uma curva de raio R = 20 m com uma velocidade angular ω = 10 rad/s. A força centrípeta atuando no carro em newtons vale:
a) $2{,}0.10^6$.
b) $3{,}0.10^6$.
c) $4{,}0.10^6$.
d) $2{,}0.10^5$.
e) $4{,}0.10^5$.

69) (Unesp) Um pequeno bloco de massa m é colocado sobre um disco giratório, plano e horizontal, inicialmente em repouso, a uma distância R do eixo do disco. O disco é então posto a girar com pequena aceleração angular, até que sua velocidade angular atinja um certo valor Ÿ. A partir deste valor de velocidade angular, o bloco começa a deslizar sobre o disco. Representando por g a aceleração da gravidade, e considerando o instante em que o bloco está prestes a deslizar sobre o disco,
a) determine, em função desses dados, o módulo da força centrípeta F(c) que atua sobre o bloco.
b) calcule, em função desses dados, o coeficiente de atrito estático ˜(e) entre o bloco e o disco

70) (Fuvest) Um caminhão, com massa total de 10.000kg está percorrendo uma curva circular plana e horizontal a 72km/h (ou seja, 20m/s) quando encontra uma mancha de óleo na pista e perde completamente a aderência. O caminhão encosta então no muro lateral que acompanha a curva que o mantém em trajetória circular de raio igual a 90m. O coeficiente de atrito entre o caminhão e o muro vale 0,3. Podemos afirmar que, ao encostar no muro, o caminhão começa a perder velocidade à razão de,aproximadamente,
a) 0,07 m . s^{-2}
b) 1,3 m . s^{-2}
c) 3,0 m . s^{-2}
d) 10 m . s^{-2}
e) 67 m . s^{-2}

71) (Ita) Considere a Terra uma esfera homogênea e que a aceleração da gravidade nos pólos seja de $9{,}8 m/s^2$. O número pelo qual seria preciso multiplicar a velocidade de rotação da Terra de modo que o peso de uma pessoa no Equador ficasse nulo é:
a) 4π
b) 2π.
c) 3.
d) 10.
e) 17.

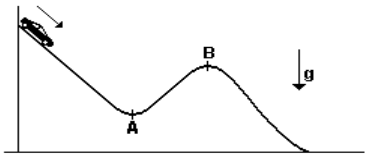
72) (Uel) Em uma estrada, um automóvel de 800 kg com velocidade constante de 72km/h se aproxima de um fundo de vale, conforme esquema a seguir.Dado: $g=m/s^2$
Sabendo que o raio de curvatura nesse fundo de vale é 20m, a força de reação da estrada sobre o carro é, em newtons, aproximadamente,
a) $2{,}4.10^5$
b) $2{,}4.10^4$
c) $1{,}6.\ 10^4$
d) $8{,}0.10^3$
e) $1{,}6.\ 10^3$



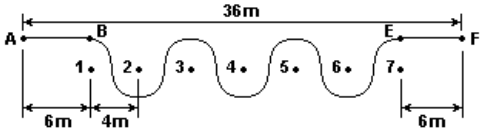
73) Antes de Newton expor sua teoria sobre a força da gravidade, defensores da teoria de que a Terra se encontrava imóvel no centro do Universo alegavam que, se a Terra possuísse movimento de rotação, sua velocidade deveria ser muito alta e, nesse caso, os objetos sobre ela deveriam ser arremessados para fora de sua superfície, a menos que uma força muito grande os mantivesse ligados à Terra. Considerando o raio da Terra de 7×10^6 m, o seu período de rotação de 9×10^4 s e $\pi^2 = 10$, a força mínima capaz de manter um corpo de massa 90kg em repouso sobre a superfície da Terra, num ponto sobre a linha do Equador, vale, aproximadamente,
a) 3 N. b) 10 N. c) 120 N. d) 450 N. e) 900 N.

74) (Mack - adaptado) Uma massa de 2 Kg gira num plano horizontal, com frequência 5Hz.Se o raio da trajetória permanecer constante, mas a frequência for aumentada até que dobre a sua força centrípeta, a razão entre as velocidades final e inicial será:
a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{5}$

75) Um carrinho é largado do alto de uma montanha russa, conforme a figura.Ele se movimenta, sem atrito e sem soltar-se dos A trilhos, até atingir o plano horizontal. Sabe-se que os raios de curvatura da pista em A e B são iguais. Considere as seguintes afirmações:
I . No ponto A, a resultante das forças que agem sobre o carrinho é dirigida para baixo.
lI. A intensidade da força centrípeta que age sobre o carrinho é maior em A do que em B.
lII. No ponto B, o peso do carrinho é maior do que a intensidade da força normal que o trilho exerce sobre ele.
Está correto apenas o que se afirma
a) I
b) II
c) III
d) I e II
e) II e III

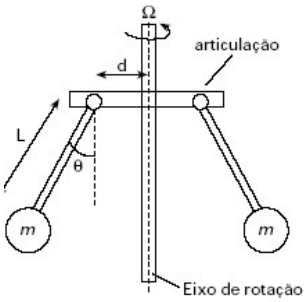


76) A figura representa o percurso de um ciclista, num plano horizontal, composto de dois trechos retilíneos (AB e EF), cada um com 6,0 m de comprimento, e de um trecho sinuoso intermediário formado por arcos de circunferências de mesmo diâmetro, igual a 4,0m, cujos centros se encontram numerados de 1 a 7. Considere pontual o sistema ciclista-bicicleta e que o percurso é completado no menor tempo, com velocidade escalar constante.

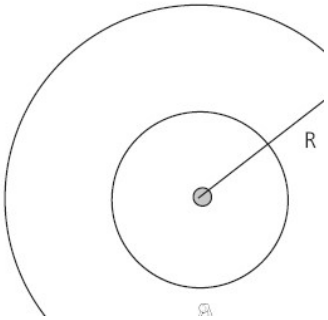


Se o coeficiente de atrito estático com o solo é ˜=0,80, assinale a opção correta que indica, respectivamente, a velocidade do ciclista, o tempo despendido no percurso e a freqüência de zigue-zague no trecho BE.
a) 6,0 m/s; 6,0s; 0,17 s^{-1} b) 4,0 m/s; 12s; 0,32 s^{-1}
c) 9,4 m/s; 3,0s; 0,22 s^{-1} d) 6,0 m/s; 3,1s; 0,17 s^{-1}
e) 4,0 m/s; 12s; 6,0 s^{-1}

77. As máquinas a vapor, que foram importantíssimas na Revolução Industrial, costumavam ter um engenhoso regulador da sua velocidade de rotação, como é mostrado esquematicamente na figura abaixo. As duas massas afastavam-se do eixo devido ao movimento angular e acionavam um dispositivo regulador da entrada de vapor, controlando assim a velocidade de rotação, sempre que o ângulo θ atingia 30º. Considere hastes de massa desprezível e comprimento L=0,2m, com massas m=0,18kg em suas pontas, d=0,1m.
a) Faça um diagrama indicando as forças que atuam sobre uma das massas m.
b) Calcule a velocidade angular para a qual θ=30º.



78. (Unicamp-2000) Algo muito comum nos filmes de ficção científica é o fato dos personagens não flutuarem no interior das naves espaciais. Mesmo estando no espaço sideral, na ausência de campos gravitacionais externos, eles se movem como se existisse uma força que os prendesse ao chão das espaçonaves. Um filme que se preocupa com esta questão é .2001, uma Odisséia no Espaço., de Stanley Kubrick. Nesse filme a gravidade é simulada pela rotação da estação espacial, que cria um peso efetivo agindo sobre o astronauta.
A estação espacial, em forma de cilindro oco, mostrada abaixo, gira com velocidade angular constante de 0,2 rad/s em torno de um eixo horizontal E perpendicular à página. O raio R da espaçonave é 40 m.
a) Calcule a velocidade tangencial do astronauta representado na figura.
b) Determine a força de reação que o chão da espaçonave aplica no astronauta que tem massa m = 80 kg.



4. OS CAMPOS DE INTERAÇÃO E A MATÉRIA

INTRODUÇÃO

Neste capítulo introduzimos três das interações fundamentais presentes na realidade física. Fixamo-nos no conceito de campo em virtude da uniformidade do tratamento de problemas conceitualmente muito próximos e que são costumeiramente tratados separadamente em outros materiais didáticos.

O movimento dos corpos, conforme visto no capítulo acerca das Leis de Newton, depende crucialmente da existência de forças que sobre eles atuam. Essas forças os tiram do estado de equilíbrio (movimento inercial ou repouso) e conferem aos corpos trajetórias específicas. Por sua vez as forças sempre provêem da ação mutua entre corpos materiais, e descrever a totalidade do problema acabaria consistindo no tratamento da ação e do movimento de todos os corpos envolvidos.

Newton após formular a dinâmica enfrentou um problema de importância capital para demonstrar o poder da teoria: como descrever o movimento da Terra e dos outros planetas em torno do sol, das luas em torno dos seus respectivos planetas e da queda dos corpos nas vizinhanças dos planetas? Àquele tempo eram conhecidos muitos fatos acerca de todas essas questões: J. Kepler já havia formulado três leis que são obedecidas pelo movimento dos planetas em torno do sol no séc. XVI; Galileu (e demais homens de ciência de seu tempo) já havia determinado muitas coisas sobre a queda dos corpos como a lei de que caiam com aceleração constante e independente da massa, assim como elaborado o princípio da Inércia.

Com espetacular sucesso Newton conseguiu dar o passo unificador: Não só conseguiu determinar as forças que gerariam o movimento dos planetas e obter demonstrações matemáticas para as leis descobertas por Kepler (história no apêndice – Gravitação Universal), como ainda mostrou a coerência de que essa mesma força entre os planetas e o sol operava entre os demais corpos materiais, como luas e maçãs.

A partir da suposição da existência dessa força – que foi então batizada de 'força gravitacional' – Newton conseguiu, matematicamente, extrair resultados para o movimento dos planetas que podiam ser confrontados com observações experimentais tiradas ao longo dos anos. Ao longo dos séculos, seguintes ao sucesso da teoria de Newton, verificou-se uma ampla coerência, que permitiu, inclusive, encontrar planetas novos (como urano, netuno e, o agora ex-planeta, plutão).

Entretanto Newton trata a ação gravitacional como uma força, que misteriosamente conecta os corpos que estão distantes e que não dispunham de nenhum tipo de contato material direto. O próprio Newton ao tempo de sua descoberta se fazia reticente acerca da realidade dessa descrição. Ainda assim ela permaneceu reinante pela sua eficácia.

Ao longo dos séculos seguintes, XVIII e XIX, a física dedicou-se, dentre outras coisas, aos problemas do magnetismo e da eletricidade, onde os corpos agem uns sobre os outros por uma força diferente da que se atribuía à interação gravitacional.

O trabalho com a eletricidade e o magnetismo permitiu que se elaborasse a linguagem que pôde dar suporte físico à difícil condição da ação à distância em termos de realidade. Descobriu-se ainda que se tratavam, o magnetismo e a eletricidade, de fenômenos complementares. Criou-se o conceito de campo, e a própria conexão instantânea entre dois corpos agora dispunha de linguagem para ser tratada. A 'imagem' do campo passou a ser considerada na gravitação.

Em geral a interação da matéria através de forças advindas da interação com os campos serão sempre descritas em termos da intensidade e da direção desses campos. Portanto, assim como a força, o campo é uma quantidade vetorial. Quanto mais intenso o campo, maior a força sentida pelo corpo que o sente. Depende, ainda, a força sentida por um corpo pela imersão em um campo, de quantidade que diz respeito ao corpo que sente o campo. Essa quantidade é a massa no caso da interação gravitacional, a carga elétrica no caso da interação eletrostática e a carga elétrica e a velocidade para a interação entre uma carga em movimento e um campo magnético.

$$\vec{F}_g = m\vec{g}$$
$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$
$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

A última expressão serve apenas para indicar que não se trata de apenas um produto de vetor por escalar que já estamos acostumados. Será definido ao seu tempo.

onde:

- m é a massa, g o campo gravitacional que está presente na região do espaço onde ela se encontra (não é o campo dela!);
- q é a carga elétrica e E o campo elétrico presente na região do espaço onde ela se encontra (idem à nota anterior).
- v é a velocidade com que a carga se desloca e B é o campo magnético na região onde ela se encontra (idem às duas notas anteriores).

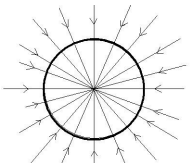
Os corpos dotados de massa e carga elétrica, por sua vez, além de sentirem campos de outros geram os seus próprios campos. Que é tanto mais intenso quanto maior for sua massa ou carga elétrica.

Em resumo: o campo é um conceito físico que utilizamos para dar suporte à noção de que um corpo pode agir sobre outro, essa ação é intermediada por um novo elemento da realidade física: o campo. O próprio Einstein observou que dar realidade ao conceito de campo foi dos maiores feitos do eletromagnetismo de Maxwell. Não exploraremos a variedade de efeitos que um campo pode incorporar, entretanto, esperamos principalmente chamar a atenção para a imagem da realidade que ele traz no que diz respeito às interações à distância. Também é intenção apelar para a simplicidade incorporada com o estudo conjunto desses três casos, que deverá se converter em ganho de tempo de estudo.

O CAMPO GRAVITACIONAL

Ao redor de todo o corpo dotado da propriedade **"massa"** existe um campo gravitacional $\vec{g}$ que se distribui pelo espaço de acordo com a sua forma. Representa-se o campo pelas chamadas "linhas de campo", sendo assim, definido um conjunto de linhas que representa a direção do campo em todo o espaço. O campo gravitacional local é tangente à linha de campo que cruze aquele ponto do espaço. No caso do campo gravitacional os vetores do campo sempre apontam na direção da massa.

Para um corpo esférico, como os planetas, as **linhas de campo são radiais,** conforme a figura abaixo.



Para este caso (da simetria esférica), a intensidade do campo a uma distância *d*, em relação ao centro do corpo, é dada por:

$$|\vec{g}| = \frac{GM}{d^2},$$

onde G é uma constante de proporcionalidade que, no SI, vale:

$$G = 6{,}7 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg}$$

Perceba que este valor é bastante pequeno e faz com que a intensidade da força gravitacional seja considerável apenas quando ao menos uma das massas envolvidas na interação seja grande (como é o caso dos planetas, por exemplo) o que faz com que sintamos a atração da terra, mas não sintamos a atração – gravitacional – em relação a outros seres humanos. Massas maiores geram campos mais fortes, portanto atrairão outras massas com mais força.

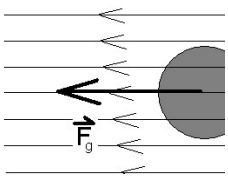
A massa associada ao campo gravitacional coincide com a massa inercial dos corpos – aquela que aparece na equação de Newton ($F = ma$). Essa coincidência é bastante curiosa, porque são princípios distintos, concorda? Mas esse problema ficou para o Einstein.

A FORÇA GRAVITACIONAL

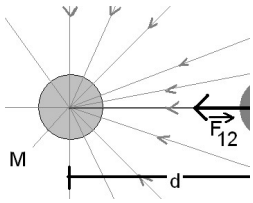
A influência sentida por um corpo dotado de uma massa, m, pela presença de um campo gravitacional, corresponde ao surgimento de uma força $\vec{F}$. Essa força depende da massa do corpo em questão, m, e da intensidade e direção do [vetor] campo gravitacional definido no centro do corpo, para corpos pontuais e esféricos, ou seja:

$$F = m\vec{g},$$

sendo $m > 0$ (sempre) então essa força sempre estará na direção do campo (definido localmente).



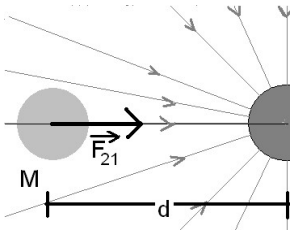
Isso é válido de maneira geral, entretanto o campo em questão pode ser gerado por um corpo de massa *M*.



A interpretação é a mesma e, portanto, o corpo (*m*) sente uma força na direção daquele o campo. Utilizando a intensidade do vetor campo gravitacional (seção anterior), então a intensidade da força sentida pela massa m é dada por:

$$F_{12} = mg_2 \Rightarrow F_{12} = m\left(\frac{GM}{d^2}\right) \Rightarrow F_{12} = \frac{GMm}{d^2}$$

Esse resultado é igual ao que foi descoberto por Newton, que, entretanto, não dispunha do conceito de campo. Essa equação é conhecida como "Lei da Gravitação Universal de Newton".



Observe que o outro corpo, o de massa *M*, sentirá uma força também, mas nessa concepção de realidade que adotamos, de que as interações se dão com os campos localmente definidos, a igualdade entre ambas não é originária da Terceira Lei de Newton. A força que a massa *M* sente se deve à resposta dessa massa ao campo gerado pelo compor de massa *m*!

A Terceira Lei de Newton é então satisfeita como se pode ver: pois as forças são opostas e as intensidades iguais por envolverem as mesmas quantidades:

$$F_{21} = Mg_m \Rightarrow F_{21} = \frac{GMm}{d^2}$$

O CAMPO GRAVITACIONAL DA TERRA

Pelo fato da terra ser um corpo praticamente esférico podemos utilizar a expressão do campo já conhecida. E se estivermos a uma altura *h* da superfície da terra a distância *d* utilizada na expressão toma a seguinte forma,

$$d = \mathrm{R} + h$$

onde R é o raio da terra. Substituindo na expressão para a intensidade do campo no ponto onde se localiza o corpo temos,

$$|\vec{g}| = \frac{GM}{(\mathrm{R} + h)^2}.$$

Para o caso em que a altura é *h* é muito menor que o raio, ($h \ll \mathrm{R}$), ou seja, ele está próximo das vizinhanças da terra, podemos desprezar a altura e o campo gravitacional toma a forma simples:

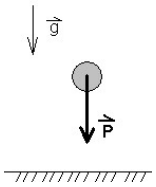
$$|\vec{g}| = \frac{GM}{\mathrm{R}^2}.$$

Colocando os valores para *G*, *M* (massa da terra) e *R* (raio da terra), chega-se, ao valor 9,8 m/s². Portanto, o campo gravitacional nas vizinhanças da Terra é constante dependendo exclusivamente da massa e do raio dela.

Note, ainda, que isso está totalmente de acordo com a definição de força peso que dada no capítulo sobre Leis de Newton.

Corpos de diferentes massas caem com a mesma aceleração. Esse fato, que havia sido observado experimentalmente por Galileu, pode ser obtido da teoria de Newton.

Considere um corpo, de massa m, nas vizinhanças da terra que cai sob a ação da gravidade:



A força peso é de origem gravitacional e, portanto:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Mas se queremos obter a aceleração do corpo precisamos da 2ª. Lei de Newton:

$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

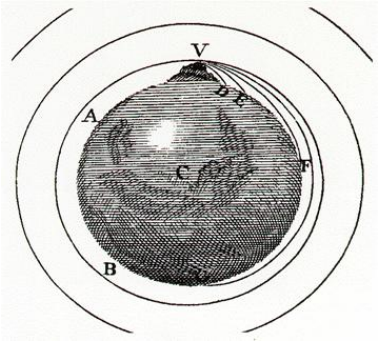
Assim:

$$\vec{F}_R = \vec{P} \quad m\vec{g} = m\vec{a} \quad \vec{a} = \vec{g}$$

Perceba que o cancelamento das massas decorre do fato de que tanto a massa da 2ª. Lei (massa inercial) e a massa envolvida na interação gravitacional (massa gravitacional) serem a mesma.

ENTRANDO EM ÓRBITA

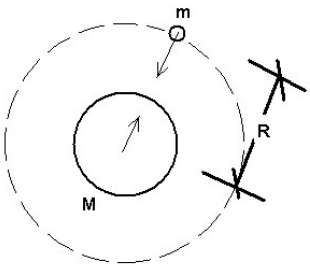
Newton compôs o diagrama abaixo acerca de colocar corpos em órbita, é interessante observar a simplicidade que chama atenção para a famosa formulação de que um corpo em órbita é um corpo em queda constante.



A satélite em órbita circular

A órbita circular é um caso particular de órbita elíptica (excentricidade nula – focos coincidentes, ou equivalentemente semi-eixos equivalentes). Podemos para esse caso simples explorar alguns resultados.

Uma órbita circular precisa da existência de uma resultante centrípeta como sabemos. Assim:



$$\vec{F}_g = \vec{F}_c \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Da teoria do movimento circular sabemos que o período da órbita é dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{v}{R}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{R}\sqrt{\frac{GM}{R}}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

Com esse resultado conseguimos provar a terceira lei de Kepler (vide apêndice "Gravitação Universal"):

$$T^2 = \left[2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}\right]^2 \Rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Note que

$$\frac{4\pi^2}{GM} = const.$$

Precisamente a razão constante de T^2/R^3. Para todos os planetas que orbitam em torno do sol.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. (Cefet-PR) Um corpo de 6kg encontra-se a uma altura igual ao dobro do raio terrestre. Considerando que na superfície terrestre a aceleração da gravidade é de $10m/s^2$, qual o peso desse corpo na altura citada?

Resolução

Note que nesse caso a aproximação que fizemos de que h<<R, não é valida. Assim é preciso aplicar a expressão da força gravitacional (Lei da Gravitação de Newton) sem o auxílio da aproximação que usamos:

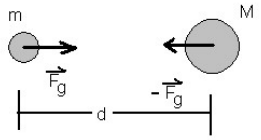
$$F_g = \frac{GMm}{d^2} \Rightarrow$$

$$F_g = \frac{GMm}{(h+R)^2} = \frac{GMm}{(2R+R)^2} = \frac{1}{3^2}\left(\frac{GM}{R^2}\right)m$$

$$F_g = \frac{1}{9}mg = \frac{6kg \cdot 10\,m/s^2}{9} = \frac{20}{3}\frac{kg \cdot m}{s^2} = 6{,}7N$$

R. (UFMA) Seja $\vec{F}$ a força de atração do Sol sobre um planeta. Se a massa do Sol se tornasse três vezes maior, a do planeta cinco vezes maior, e a distância entre eles fosse reduzida à metade, a força de atração entre o Sol e o planeta passaria a ser quanto?

Resolução



Inicialmente a força vale:

$$F_g = \frac{GMm}{d^2}$$

Aumentando a massa do planeta para 5m, do sol para 3M, e reduzindo a distância para d/2:

$$F'_g = \frac{G(3M)(5m)}{\left(d/2\right)^2} = 3 \cdot 5 \cdot 4\frac{GMm}{d^2}$$

$$F'_g = 60F_g$$

Ou seja a força aumenta 60 vezes.

EXERCÍCIOS

1) (UCDB-MT) Em julho de 1997, a sonda norte-americana *Mars Pathfinder* chegou a Marte para uma nova exploração das condições do planeta. Nessa ocasião os jornais publicaram comparações entre a Terra e Marte. Numa matéria publicada no jornal *Folha de São Paulo* verifica-se que o raio de Marte é 53% do raio da Terra e a massa de Marte é 11% da massa da Terra. Partindo desses dados e considerando que a aceleração da gravidade da Terra é de 10 m/s^2, podemos concluir que a aceleração da gravidade na superfície de Marte, em m/s^2, é um valor mais próximo de:

a) 2,0
b) 3,0
c) 4,0
d) 5,0
e) 6,0

2) (Fuvest 1987) Considere um satélite artificial em órbita circular. Duplicando a massa do satélite sem alterar o seu período de revolução, o raio da órbita será:

a) duplicado.
b) quadruplicado.
c) reduzido à metade.
d) reduzido à quarta parte.
e) o mesmo.

3) Leia atentamente os quadrinhos a seguir

A solução pensada pelo gato Garfield para atender à ordem recebida de seu dono está fisicamente correta? Justifique sua resposta.

4) (Ufu 2005) Sabe-se que o peso de um corpo na superfície da Terra (considerada como esférica e de raio R) é o resultado da interação entre as massas da Terra e do corpo. Para que a força de interação entre a Terra e o corpo seja metade do seu peso, a distância d, do corpo ao centro da Terra deverá ser de
a) 4 R.
b) 2 R.
c) $R\sqrt{2}$.
d) R/2.
e) $R\sqrt{2}/2$

5) (Unesp 2005) Uma espaçonave de massa m gira em torno da Terra com velocidade constante, em uma órbita circular de raio R. A força centrípeta sobre a nave é $1{,}5\ GmM/R^2$, onde G é a constante de gravitação universal e M a massa da Terra.
a) Desenhe a trajetória dessa nave. Em um ponto de sua trajetória, desenhe e identifique os vetores velocidade « e aceleração centrípeta da nave.
b) Determine, em função de M, G e R, os módulos da aceleração centrípeta e da velocidade da nave.

6) (Unesp 2003) A força gravitacional entre um satélite e a Terra é F. Se a massa desse satélite fosse quadruplicada e a distância entre o satélite e o centro da Terra aumentasse duas vezes, o valor da força gravitacional seria
a) F/4.
b) F/2.
c) 3F/4.
d) F.
e) 2F.

7) (Fuvest 2002) Satélites utilizados para telecomunicações são colocados em órbitas geoestacionárias ao redor da Terra, ou seja, de tal forma que permaneçam sempre acima de um mesmo ponto da superfície da Terra. Considere algumas condições que poderiam corresponder a esses satélites:
I. ter o mesmo período, de cerca de 24 horas
II. ter aproximadamente a mesma massa
III. estar aproximadamente à mesma altitude
IV. manter-se num plano que contenha o círculo do equador terrestre

O conjunto de todas as condições, que satélites em órbita geoestacionária devem necessariamente obedecer, corresponde a
a) I e III
b) I, II, III
c) I, III e IV
d) II e III
e) II, IV

8) (Fuvest 2001) A Estação Espacial Internacional, que está sendo construída num esforço conjunto de diversos países deverá orbitar a uma distância do centro da Terra igual a 1,05 do raio médio da Terra. A razão R=Fe/F, entre a força Fe com que a Terra atrai um corpo nessa Estação e a força F com que a Terra atrai o mesmo corpo na superfície da Terra, é aproximadamente de
a) 0,02
b) 0,05
c) 0,10
d) 0,50
e) 0,90

9) (Mack 2003) Em uma história de ficção científica, um astronauta, ao descer no planeta Argus, de diâmetro igual a 1/4 do diâmetro da Terra, verifica que o módulo de seu peso é o dobro do que seria na Terra. Lembrando a Lei da Gravitação Universal de Newton, $F = G\ (m_1\ m_2)/d^2$ concluímos que a massa do planeta Argus é:
a) metade da massa da Terra.
b) um quarto da massa da Terra.
c) um oitavo da massa da Terra.
d) o dobro da massa da Terra.
e) o quádruplo da massa da Terra.

10) (Unicamp) A Lua tem sido responsabilizada por vários fenômenos na Terra, tais como, apressar o parto de seres humanos e animais e aumentar o crescimento de cabelos e plantas. Sabe-se que a aceleração gravitacional da Lua em sua própria superfície é praticamente 1/6 daquela Terra (gT_s $10m/s^2$), e que a distância entre a Terra e a Lua é da ordem de 200 raios lunares. Para estimar os efeitos gravitacionais da Lua na superfície da Terra, calcule:
a) A aceleração gravitacional provocada pela Lua em um corpo na superfície da Terra.
b) A variação no peso de um bebê de 3,0kg devido à ação da Lua.

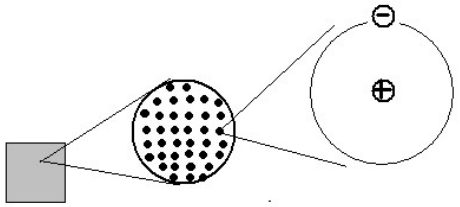
O CAMPO ELÉTRICO

Assim como um corpo material (dotado de massa, portanto) cria em torno de si um campo gravitacional, onde qualquer outro corpo colocado no interior deste campo fica sujeito à ação da força gravitacional, uma carga elétrica cria ao seu redor uma região de influência através do campo elétrico, outras cargas elétricas na presença deste campo, assim, sentirão uma força devida à interação com esse campo.

A carga elétrica é, assim, uma propriedade da matéria como a massa. Ela gera campo elétrico e interage com o campo elétrico local.

Os corpos podem assumir qualquer valor de massa, a carga elétrica já apresenta uma peculiaridade: existem valores mínimos, que corresponde à carga de um elétron (negativa) ou do próton (positiva).

Elétrons e prótons são partículas que constituem os átomos, entidades que compõem a matéria descobertos no séc. XX.



(modelo do átomo de Rutherford-Bohr, 1911/1913)

Os diferentes elementos da natureza diferem entre si pela quantidade de prótons existentes em seu núcleo. O átomo é curiosamente vazio (núcleo é muito menor do que o raio médio do espaço compreendido pelo movimento dos elétrons) e a massa do próton (m_p=1,67262158 x 10^{-27} kg) é significantemente superior à massa do elétron (m_{e-}=9.10938188 × 10^{-31} kg). Para a estabilidade dos núcleos é ainda necessário uma terceira partícula, que só foi descoberta em 1932:o nêutron tem massa próxima à do próton (um pouquinho maior apenas).

A descoberta do elétron foi pouco anterior à descoberta do átomo. Descobrir que a carga elétrica era granulada foi um grande passo que demonstrou que não era a carga um fluido

contínuo presente na matéria, mas tratava-se de um conjunto de elétrons que se deslocavam de um lado a outro. O elétron foi descoberto por Millikan em 1911, num experimento muito engenhoso utilizando pequenas gotas de olho que revelaram a característica (após um intensivo trabalho estatístico) de sempre apresentarem flutuações na carga a partir de múltiplos de um valor fundamental, foi determinado o valor de $1{,}59 \times 10^{-19}$ C, o valor atual é $1.60217646 \times 10^{-19}$C, onde C é a unidade de medir carga: o "Coulomb".

Na imagem da carga elétrica enquanto fluido se supunha que a carga total haveria de ser conservada. Esse princípio é mantido ao estabelecermos que o conjunto de corpúsculos de carga (elétron) também deve permanecer constante ao se deslocar de um lado a outro. (obs: o trabalho com esse tipo de questão, fluxo e acúmulo de carga elétrica, será feito mais adiante quando estudarmos a Eletricidade).

Campo elétrico é uma região do espaço em torno de uma carga (Q), onde qualquer corpo eletrizado fica sujeito à ação de uma força de origem elétrica.

De forma análoga ao vetor campo gravitacional $(\vec{g})$, ao se colocar uma carga de prova q num ponto P do espaço onde existe um campo elétrico $(\vec{E})$, este corpo será submetido a ação da força:

$$\vec{F} = q.\vec{E}$$

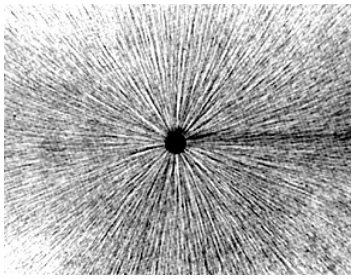
Pelas expressões acima podemos verificar que os vetores $\vec{F}$ e $\vec{E}$ têm a mesma direção, mas os sentidos dependem do sinal de q. Essa é uma diferença fundamental entre a interação gravitacional e a elétrica: enquanto existem apenas massas positivas, cargas elétricas podem ser positivas ou negativas.

$$q > 0 \Rightarrow \vec{F} \text{ e } \vec{E} \text{ têm os mesmos sentidos}$$
$$q < 0 \Rightarrow \vec{F} \text{ e } \vec{E} \text{ têm sentidos opostos}$$

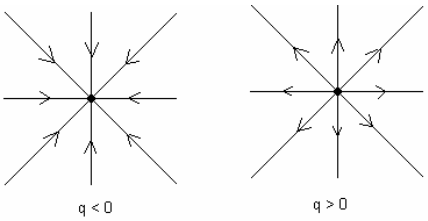
A unidade da intensidade do campo elétrico no SI é N/C (Newton por Coulomb). É utilizada ainda outra unidade V/m (Volt por metro), onde V=J/C, essa unidade é especialmente interessante quando falarmos da energia envolvida no movimento de cargas (eletrodinâmica).

O campo produzido por uma carga pontual tem a direção radial (assim como observamos para o campo gravitacional), fosse produzido por uma carga esférica também.

Pode-se "fotografar" as linhas do campo elétrico a partir de uma substância razoavelmente heterogênea e carregada eletricamente.. Sendo as partículas da substância visíveis pode-se espalhá-las numa região onde esteja um corpo eletrizado. As partículas então se aglutinam em fileiras puxadas ao longo das linhas de campo permitindo a visualização do padrão definido pelo campo:

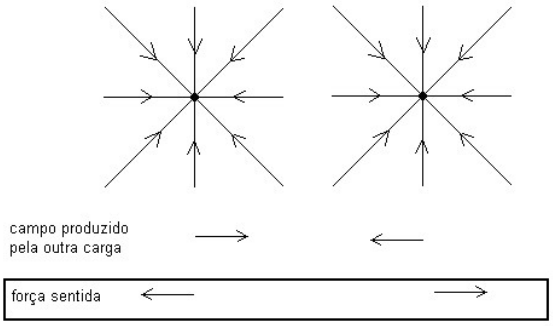


A partir de uma convenção acerca da direção dos campos podemos obter a relação entre as forças entre duas cargas.

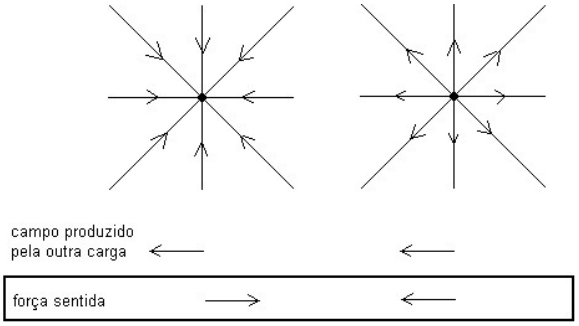


Assim, resultam dessa convenção, adequadamente, a repulsão e a atração entre cargas opostas:

Exemplo: duas cargas negativas.

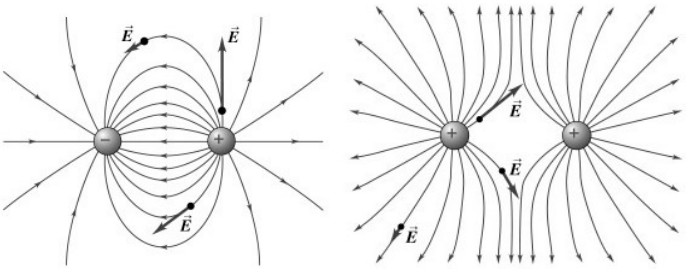


Exemplo: uma carga negativa e uma carga negativa.



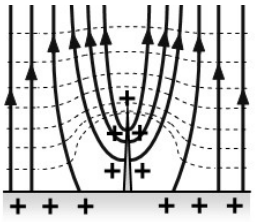
PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

Da mesma forma que as forças que atuam sobre um corpo são somadas para compor a força resultante também são somados os campos. Assim com duas cargas pode-se compor um campo total advindo da soma dos campos em cada ponto do espaço produzindo um padrão distinto daquele produzido por elas individualmente.



De maneira geral se houver influência de mais que uma carga elétrica num determinado ponto P, o campo elétrico resultante será a soma vetorial dos campos elétricos gerados por cada carga individualmente, esse é o chamado Princípio da Superposição.

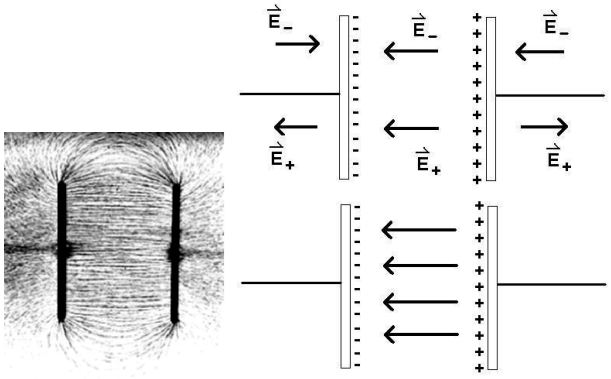
Utilizando o mesmo princípio é possível mapear o campo em toda a região do espaço, por exemplo, próximo de uma 'agulha':



(resourcefulphysics.org)

CAMPO ELÉTRICO HOMOGÊNEO

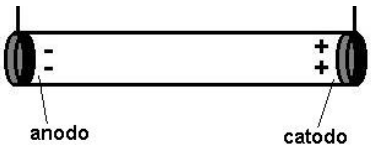
Ao se concentrar cargas ao longo de uma linha (por exemplo juntando cargas na seção de um plano carregado), com um pequeno espaço a direção perpendicular a essa linha terá, pelo princípio da superposição, uma maior quantidade de campo.



Esse padrão unidimensional do campo produzido longe das bordas do conjunto de cargas, assim como a restrição de se considerar apenas a região próxima às placas permite que aproxime do modelo de campo homogêneo, ou seja, um campo constante em toda região do espaço. Com duas placas (cf. a figura anterior) tem-se a construção de uma região de ainda maior homogeneidade. Vamos desconsiderar os efeitos das bordas das placas (que equivale a dizer que as duas placas são bastante grandes) e determinar o valor do campo elétrico no interior do capacitor.

Assim, no interior do capacitor, portanto, temos um campo total que é igual à soma dos campos produzidos pelas placas carregadas com um campo desprezível em seu exterior se desconsideramos.

Podemos utilizar esse mecanismo para construir um "canhão de elétrons", também chamado "tubo de raios catódicos". Trata-se de um tubo onde colocamos dois terminais metálicos e acumulamos cargas nesses terminais. O terminal negativo chamado "anodo" e o terminal positivo "catodo".



Se aumentarmos progressivamente a quantidade de carga positiva e negativa em cada terminal desse tubo o campo elétrico em seu interior arrancará elétrons do terminal negativo que se deslocarão no sentido inverso do campo elétrico indo na direção do catodo onde serão "coletados".

Dessa maneira no interior do tubo temos os elétrons cruzando no sentido do anodo para o catodo e podemos, assim, utilizá-lo como um canhão.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R1. Vamos calcular a velocidade de um elétron quando ele deixa um tubo de comprimento L, se o campo no interior do tubo catódico é E.

Resolução

A força a que o elétron, que tem carga $e=1{,}6 \times 10^{-19}$C, está submetido é dada por:

$$F = e\,E.$$

Essa força é constante e a intensidade de relaciona com a aceleração por meio da eq. de Newton:

$$F = m\,a$$

Assim, a aceleração é:

$$a = eE / m.$$

Essa aceleração é constante e, portanto, o movimento no interior do tubo é uniformemente variado, para esse tipo de movimento sabemos – da cinemática – que as equações horárias que descrevem o movimento são:

$$s = s_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} at^2,$$
$$v = v_0 + at.$$

E, como já foi comentado temos, ao substituirmos a variável tempo em termos de "v" e "a", temos a equação de Torricelli, que nos livra da variável "t":

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s.$$

Como o elétron parte do repouso então $v_0 = 0$, como $\Delta s = L$ para o percurso completo dentro do tubo, então, usando o valor para a acima, temos:

$$v^2 = 2eLE/m \Rightarrow v = (2eLE/m)^{1/2}$$

Assim para cada valor de campo interno, E, teremos uma velocidade final dada pela equação acima. Desde que tenhamos condições de controlar o campo elétrico teremos condições de controlar a velocidade do feixe de elétrons que sai do tubo.

FLORESCÊNCIA E FOSFORESCÊNCIA

Se preenchemos o interior do tubo com um gás, e fechamos o furo que abrimos para fazer o canhão, os elétrons ao se deslocarem no interior do tubo acabam se chocando com os átomos do gás. Desses processos resulta a emissão de luz. Tipicamente utiliza-se esse recurso para produzir luz nas **lâmpadas florescentes**, onde utiliza-se gases nobres como Argônio ou Neônio.

Como os átomos quando bombardeados por elétrons podem emitir luz, na verdade se bombardeados por luz também podem emitir luz. Separam-se em duas classes de fenômenos: a florescência e a fosforescência.

A **fluorescência** na qual a emissão de luz desaparece tão logo cessa a absorção da radiação excitadora. (O tempo de vida de uma fluorescência é da ordem de 10^{-8}s).

A **fosforescência** é semelhante à fluorescência sendo que o produto excitado permanece emitindo radiação por mais tempo (de um microssegundo até minutos) até que a energia seja liberada totalmente.

O "fósforo", elemento químico de número atômico 15, tem a propriedade de 'fosforescência', e seu nome vem do grego, *phosphoros*, que significa "aquele que brilha".

A fosforescência é aplicada, por exemplo, nos interruptores de tomada que brilham no escuro. Mistura-se ao polímero (plástico) do qual é feito o interruptor pigmentos de fósforo, um elemento que possui propriedades fosforescentes.

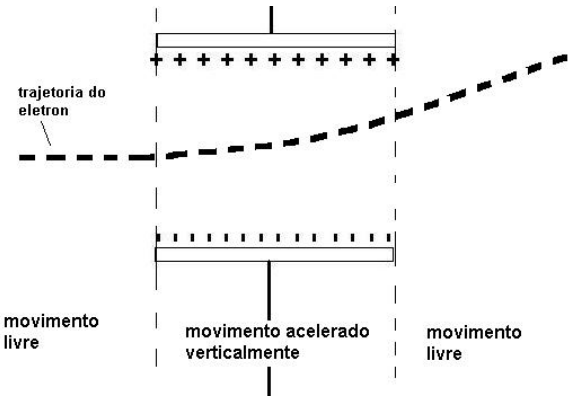
PENSANDO O TELEVISOR

Utiliza-se a fosforescência para construir aparelhos de televisão. Se "pintamos" uma tela com sais de fósforo ao incidirmos um feixe de elétrons sobre um ponto da tela a região impressionada pelo feixe emite luz. Se varemos a tela com esse feixe de elétrons podemos impressionar os pontos que irão compor a imagem emitindo luz.

Mas, assim, é preciso que consigamos controlar a direção do feixe de elétrons que sai de um canhão como o que "fizemos" e então jogá-lo sobre pontos específicos da tela coberta por fósforo.

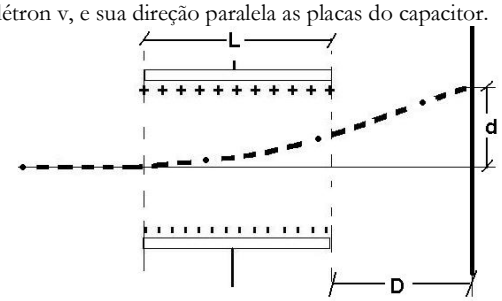
Para controlar a direção do feixe podemos dispor de um sistema de placas carregadas novamente, que chamaremos de 'placas defletoras', outro capacitor pelo meio do qual passe o feixe

de elétrons vindos do canhão. Ao cruzarem o interior do capacitor os elétrons serão puxados na direção da placa carregada positivamente - num movimento acelerado verticalmente apenas.



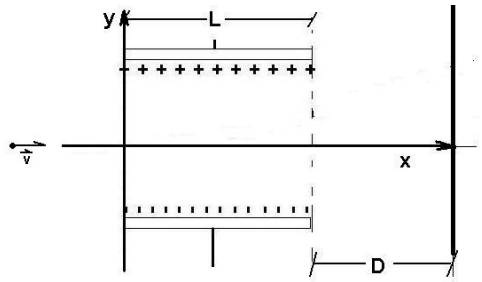
EXERCÍCIO RESOLVIDO

R2. Suponhamos que o campo elétrico no interior do capacitor seja E, que a largura do capacitor seja L e que a distancia entre o final do capacitor e a tela de fósforo seja D. Vamos calcular o desvio, d, dos elétrons do feixe em relação a direção do movimento antes dele cruzar o capacitor, seja a velocidade inicial do elétron v, e sua direção paralela as placas do capacitor.



Resolução

Como o movimento precisa levar em consideração o deslocamento do elétron em duas dimensões vamos adotar um referencial:



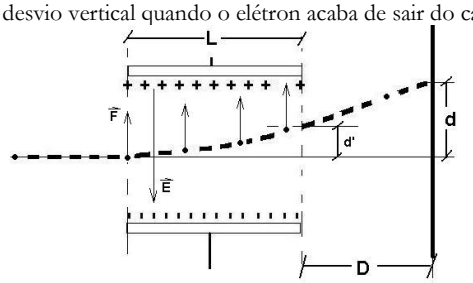
O movimento vertical no interior do capacitor está submetido ah uma forca elétrica constante, F = e E, Onde e = 1,6 x 10^{-19}C. A aceleração resultante da ação dessa forca é dada por:

$$F_y = m\,a \Rightarrow a_y = eE/m$$

Aceleração constante implicará no regime de Movimento Uniformemente Variado na direção y, e as equações horárias são:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \tfrac{1}{2}\,a_y t^2$$
$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

Calculemos o desvio vertical quando o elétron acaba de sair do capacitor, d'.



Para tanto, temos da equação para y(t):

$$y_0 = 0$$
$$v_{0y} = 0$$
$$a_y = eE/m$$

Logo:

$$y = eE\,t^2/2m$$

O desvio d' será, assim, a posição final da partícula quando o tempo decorrido for aquele necessário para a partícula cruzar o capacitor horizontalmente.

O movimento horizontal, por sua vez, é livre, ou seja não existem forcas na direção horizontal, e, portanto, não existe aceleração alguma. Dessa forma como o comprimento da placa é L e a velocidade horizontal, v, permanece inalterada, o tempo para cruzar as placas será:

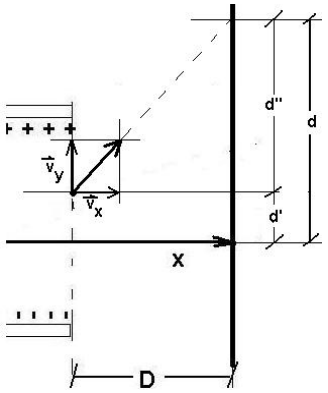
$$x = x0 + vt \Rightarrow L = v\,t_v \Rightarrow t_v = L/v$$

Assim da equação para o movimento vertical tiramos a relação entre d' e t_v, e então substituímos o valor de t_v encontrado acima:

$$d' = eEt_v^2/2m \Rightarrow d' = (e\,L^2/2mv^2).\,E$$

E portanto note que fizemos variar a direção do feixe no interior do capacitor. O próximo trecho do percurso, entre o fim do capacitor e a tela será feita com o movimento livre nas duas direções, assim é preciso conhecer as velocidades nas duas direções. Na direção x a velocidade é v, ou seja $v_x = v$, a mesma que a inicial porque, como observamos, ela não foi alterada no trecho interior ao capacitor. Na direção y a velocidade será dada por:

$$v_y = v_{oy} + at_v \Rightarrow v_y = eEL/vm$$



O tempo para percorrer o trajeto entre o final do capacitor e a tela pode ser obtido do movimento horizontal novamente, assim:

$$x = x_0 + v_x t \Rightarrow t_{v2} = D/v$$

Durante esse intervalo a distancia percorrida verticalmente d'', será (movimento uniforme, lembre-se):

$$y = y_0 + v_{0y}t \Rightarrow d'' = eELt_{v2}/vm \Rightarrow d'' = (eLD/v^2m).E$$

De modo que o deslocamento total na direção y, desde a entrada no capacitor até o choque do elétron contra a tela será:

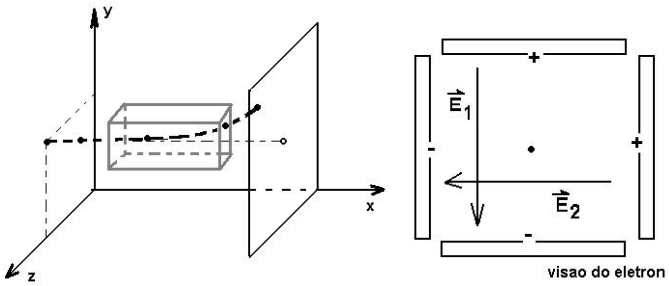
$$d = d' + d'' \Rightarrow d = (e\,L^2/2mv^2).\,E + (eLD/v^2m).E$$

$$d = \{e\,[(L^2/2 + LD)]/mv^2\}.E$$

Ou seja, para cada valor do campo elétrico E, teremos um desvio d.

FINALMENTE: A TEVÊ.

Do resultado anterior vemos, portanto, que podemos controlar a altura da incidência dos elétrons sobre a tela de fósforo, como uma tevê precisa do controle também sobre a incidência vertical do feixe, então basta que coloquemos outro capacitor com o eixo na direção complementar teremos o controle que precisamos:



Podemos dividir, então, a tela em regiões acessíveis, para os valores de campos elétricos E_1 e E_2 representados na figura anterior.

-E 2E	0 2E	E 2E
-E E	0 E	E E
-E 0	0 0	0 E
-E -E	0 -E	E -E
-E -2E	0 -2E	E -2E

E como o brilho do fósforo dura um certo intervalo de tempo (fosforescência), durante esse tempo é possível varrer a tela toda impressionando aqueles pontos onde se quer iluminar afim de compor uma imagem em branco (ponto iluminado) e preto (ponto não-iluminado).

E, assim o feixe de elétrons vai varrendo a tela progressivamente (veja figura abaixo) e a cada vez que termina tem-se um quadro, que será sobreposto ao seguinte e assim essa superposição gera a ilusão no nosso cérebro de uma imagem em movimento.

A informação sobre os pontos que devem ser iluminados é codificada no sinal que as emissoras mandam a partir de suas antenas. Estes sinais consistem de ondas eletromagnéticas (no capítulo sobre o campo magnético voltaremos a elas).

O esquema a baixo ilustra como esse sinal codifica a informação 'ilumina-não ilumina' para o feixe de elétrons.

As ondas eletromagnéticas que transportam os sinais das televisões estão em duas faixas de freqüência denominadas VHF e UHF.

VHF é a sigla para o termo inglês *Very High Frequency*, que significa "freqüência muito alta". Designa a faixa de radiofreqüências de 30 MHZ até 300 MHz. Compreende os sinais televisão entre os canais 2 e 13. Também é utilizada para o rádio FM (88-108 megahertz), em sistemas de comunicação terrestre (como os populares 'rádio amadores') e no sistema de comunicação dos aviões.

Ao contrário das altas freqüências (HF), a ionosfera não reflete geralmente o rádio VHF e as transmissões são restringidas assim, à área local.

Freqüências dos canais de televisão VHF

Canal	Freqüência
2	54 MHz a 60 MHz
3	60 MHz a 66 MHz
4	66 MHz a 72 MHz
5	76 MHz a 82 MHz
6	82 MHz a 88 MHz
7	174 MHz a 180 MHz
8	180 MHz a 186 MHz
9	186 MHz a 192 MHz
10	192 MHz a 198 MHz
11	198 MHz a 204 MHz
12	204 MHz a 210 MHz
13	210 MHz a 216 MHz

Freqüências de Aviação

118 a 136 MHz (AM)

Freqüências de Radioamadores

144 a 148 MHz (*FM Narrow*) Brasil, EUA.

UHF é a sigla para o termo inglês *ultra high frequency*, que significa "freqüência ultra alta". Designa a faixa de radiofreqüências de 300 MHz até 3 GHz. As ondas UHF têm menor reflexão na ionosfera que as ondas VHF.

Em virtude da curvatura da terra e da baixa taxa de reflexão das ondas VHF e UHF na ionosfera é necessário para que as ondas sejam transmitidas aos televisores com eficiência que sejam dispostas estações de retransmissão do sinal em distâncias de cerca de 80km.

LEI DE COULOMB

Da mesma forma como o campo gravitacional o campo elétrico fica menos intenso conforme maior a distância da carga ou distribuição de cargas que a gerou. A dependência do módulo do campo elétrico (intensidade) com a distância, e no caso do campo gerado por uma carga pontual (ou esférica) Q é dada por:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{k|Q|}{d^2},$$

onde k é a constante de proporcionalidade que depende do meio no qual a carga se situa. É denominada de constante eletrostática. Essa dependência com o meio se explica pelo fato de que num meio material existe uma soma sobre as pequenas contribuições do campo gerado pelas estruturas microscópicas que o compõem fazendo com que tenha o seu alcance limitado. No campo gravitacional entre duas massas no qual o campo é relevante não temos a influência de um meio como nessa situação, por uma questão prática, portanto.

O valor k no vácuo (determinado empiricamente) é:

$$k_0 = 9.10^9\, N.m^2/C^2$$

Note que a carga Q é tomada em módulo, ou seja, é considerada positiva independente de ser ou não, isso se deve porque tanto as cargas positivas quanto negativas têm a intensidade do campo gerado dependente pela mesma lei de decaimento com a distância.

Assim, da mesma forma como fizemos no item anterior para a interação gravitacional, temos que a força entre duas cargas, Q e q tem o módulo dado por:

$$F_e = \frac{k|Q||q|}{d^2}$$

A força de interação eletrostática entre partículas carregadas foi medida pela primeira vez por Coulomb (1785) (anteriormente à idéia de campo sob a qual nos fundamentamos) onde que verificou que:

> "As forças de atração ou de repulsão entre duas cargas elétricas são diretamente proporcionais ao produto das cargas e inversamente proporcionais ao quadrado da distância que as separa."

A unidade da força eletrostática é o Newton (N), como qualquer outro tipo de força. A unidade nova que aparece agora é a unidade de carga, ou seja, o Coulomb (C). É comum o uso dos seus submúltiplos:

$$1 \text{ microcoulomb } \Rightarrow 1\mu C = 10^{-6} C$$
$$1 \text{ nanocoulomb } \Rightarrow 1nC = 10^{-9} C$$
$$1 \text{ picocoulomb } \Rightarrow 1pC = 10^{-12} C$$

EXERCÍCIOS

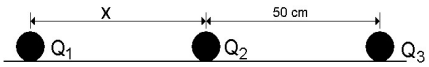
11. Um corpo está eletrizado positivamente com carga de 320 μC. Calcule o número de elétrons perdidos pelo corpo, inicialmente neutro.

12. (FUVEST) Duas cargas elétricas, -q e +q, estão fixas nos pontos A e B, conforme a figura. Uma terceira carga positiva Q é abandonada num ponto qualquer da reta AB.

Podemos afirmar que a carga Q :
a) permanecerá em repouso se for colocada no meio do segmento AB.
b) mover-se-á para a direita se for colocada no meio do segmento AB.
c) mover-se-á para a esquerda se for colocada à direita de B.
d) mover-se-á para a direita se for colocada à esquerda de A.
e) permanecerá em repouso em qualquer posição sobre a reta AB.

13. As cargas da figura estão localizadas no vácuo. Encontre o valor da distância x para que a carga Q_2 fique em equilíbrio sob a ação exclusiva das forças de eletrostáticas. As cargas Q_1, Q_2 e Q_3 têm os seguintes valores:

Q_1 = 16 μC $\quad$ Q_2 = -8 μC $\quad$ Q_3 = 4 μC



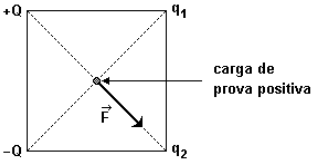
14. Uma carga de 10^{-12} C é colocada a uma distância de 10^{-5} m de uma carga Q. Entre as cargas aparece uma força de atração igual a 27.10^{-4} N. Determine o valor da carga Q. Considere $K_{vácuo} = 9.10^9$ N.m²/C²

15. Calcule o campo elétrico criado por uma carga Q = 2.10^{-6} C, situada no vácuo, em um ponto distante 3.10^{-2} m de Q.

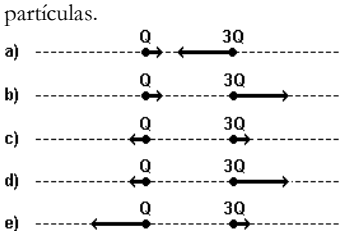
16. (Fuvest 96) O módulo F da força eletrostática entre duas cargas elétricas pontuais q_1 e q_2 separadas por uma distância d, é $F=kq_1q_2/d^2$ onde k é uma constante. Considere as três cargas pontuais representadas na figura adiante por $+Q$, $-Q$ e q. O módulo da força eletrostática total que age sobre a carga q será

a) $2kQq/R^2$.
b) $\sqrt{3}kQq/R^2$.
c) kQ^2q/R^2.
d) $\left(\sqrt{3}/2\right)kQq/R^2$.
e) $\left(\sqrt{3}/2\right)kQ^2q/R^2$.

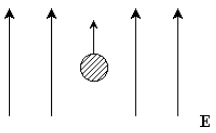
17. (Fuvest 97) Quatro cargas pontuais estão colocadas nos vértices de um quadrado. As duas cargas +Q e -Q têm mesmo valor absoluto e as outras duas, q1 e q2 são desconhecidas. Afim de determinar a natureza destas cargas, coloca-se uma carga de prova positiva no centro do quadrado e verifica-se que a força sobre ela é $\vec{F}$ mostrada na figura a seguir. Podemos afirmar que



18. (Ufpe 2002) Duas partículas de mesma massa têm cargas Q e 3Q. Sabendo-se que a força gravitacional é desprezível em comparação com a força elétrica, indique qual das figuras melhor representa as acelerações vetoriais das partículas.



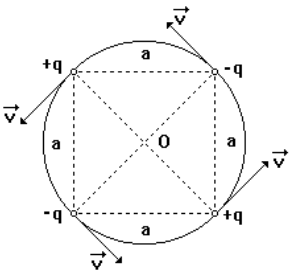
19. (Ufpe 95) Uma gota de óleo de massa m=1mg e carga q=$2x10^{-7}$ C é solta em uma região de campo elétrico uniforme E, conforme mostra a figura a seguir. Mesmo sob o efeito da gravidade, a gota move-se para cima, com uma aceleração de 1m/s². Determine o módulo do campo elétrico, em V/m.



20. (Fuvest 98) Quatro pequenas esferas de massa m, estão carregadas com carga de mesmo valor absoluto q, sendo duas negativas e duas positivas, como mostra a figura. As esferas estão dispostas formando um quadrado de lado a e giram numa trajetória circular de centro O, no plano do quadrado, com velocidade de módulo constante v. Suponha que as ÚNICAS forças atuantes sobre as esferas são devidas à interação eletrostática. A constante de permissividade elétrica é ε_0. Todas as grandezas (dadas e solicitadas) estão em unidades SI.

a) Determine a expressão do módulo da força eletrostática resultante $\vec{F}$ que atua em cada esfera e indique sua direção.

b) Determine a expressão do módulo da velocidade tangencial **v** das esferas.



21. (CESCEA) Uma partícula de massa *M* e carga elétrica *q*, se desloca com velocidade v numa região do espaço onde existem um campo elétrico uniforme e um campo magnético uniforme. Sabendo-se que a força, resultante da força elétrica e magnética sobre a carga, é nula, podemos afirmar que os campos elétricos e magnéticos têm direções:

a) paralelas
b) formando 45°
c) perpendiculares
d) formando 60°
e) formando 30°

22. (Unesp 95) Dois corpos pontuais em repouso, separados por certa distância e carregados eletricamente com cargas de sinais iguais, repelem-se de acordo com a Lei de Coulomb.

a) Se a quantidade de carga de um dos corpos for triplicada, a força de repulsão elétrica permanecerá constante, aumentará (quantas vezes?) ou diminuirá (quantas vezes?)?

b) Se forem mantidas as cargas iniciais, mas a distância entre os corpos for duplicada, a força de repulsão elétrica permanecerá constante, aumentará (quantas vezes?) ou diminuirá (quantas vezes?)?

23. (Unesp 2002) Uma pequena esfera, P, carregada positivamente, está fixa e isolada, numa região onde o valor da aceleração da gravidade é g. Uma outra pequena esfera, Q, também eletricamente carregada, é levada para as proximidades de P. Há duas posições, a certa distância d de P, onde pode haver equilíbrio entre a força peso atuando em Q e a força elétrica exercida por P sobre Q. O equilíbrio ocorre numa ou noutra posição, dependendo do sinal da carga de Q. Despreze a força gravitacional entre as esferas.

a) Desenhe um esquema mostrando a esfera P, a direção e o sentido de e as duas posições possíveis definidas pela distância d para equilíbrio entre as forças sobre Q, indicando, em cada caso, o sinal da carga de Q.

b) Suponha que a esfera Q seja trazida, a partir de qualquer uma das duas posições de equilíbrio, para mais perto de P, até ficar à distância d/2 desta, e então abandonada nesta nova posição. Determine, exclusivamente em termos de g, o módulo da aceleração da esfera Q no instante em que ela é abandonada.

24. (Unicamp 91) Duas cargas elétricas Q1 e Q2 atraem-se, quando colocadas próximas uma da outra.

a) O que se pode afirmar sobre os sinais de Q1 e de Q2?

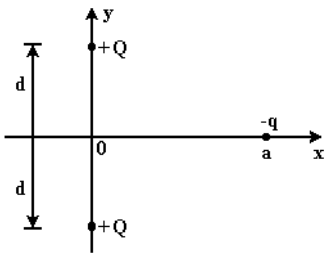
b) A carga Q1 é repelida por uma terceira carga, Q3, positiva. Qual é o sinal Q2?

25. (Unicamp 91) Considere o sistema de cargas na figura. As cargas +Q estão fixas e a carga -q pode mover-se somente sobre o eixo x.

Solta-se a carga -q, inicialmente em repouso, em x=a.

a) Em que ponto do eixo x a velocidade de -q é máxima?

b) Em que ponto(s) do eixo x a velocidade de -q é nula?

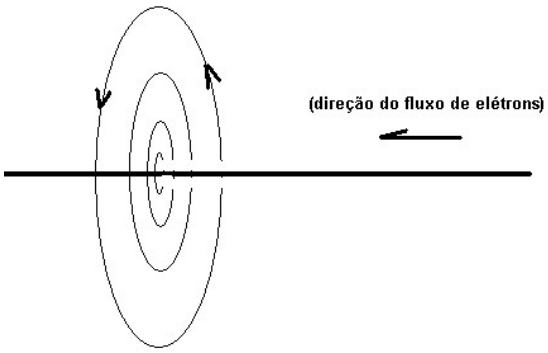


O CAMPO MAGNÉTICO

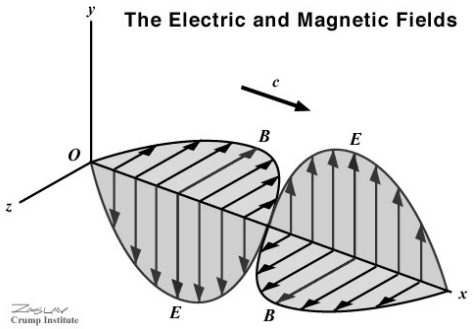
Numa certa cidade da Ásia Menor chamada Magnésia, local que hoje pertence à Turquia, há muitos séculos observou-se a propriedade de certas pedras de atraírem pedaços de ferro. Denominou-se esta pedra, composta de óxidos de ferro, de magnetita e, mais tarde, de imã natural.

A interação de atração ou repulsão entre dois imãs é assim originado em outro campo, o campo magnético. A moeda de metal é atraída pela magnetita porque a interação com o campo da magnética faz surgir na magnetita alguma atividade magnética (Apêndice: Magnetismo nos Materiais).

No início do séc. XIX (1920) Oersted descobriu, que era gerado um campo magnético em torno de um fio metálico pelo qual fluía uma corrente elétrica. Foi descoberto, ainda, que ao movimentar imãs podia-se gerar corrente elétrica (princípio da indução de Faraday). Ou seja, a eletricidade e o magnetismo deveriam corresponder a um único fenômeno.



Em meados do mesmo século (Maxwell, 1873) foi formulado o Eletromagnetismo que definiu a forma como se dava a conversa entre os campos Elétrico (E) e Magnético (B). Com essa teoria pôde-se, inclusive, determinar que a luz corresponderia a uma ondulação resultante da flutuação desses campos, dando condições de se avançar na compreensão a respeito da origem dos fenômenos ondulatórios observados para os raios luminosos.



A luz visível, as ondas de UHF/VHF, as microondas, os raios UVA e UVB,os raios infravermelhos, os raios-X, os raios os raios gama.... São todos o mesmo tipo de objeto físico: a radiação eletromagnética.

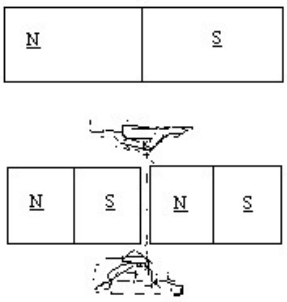
Nesse capítulo não trataremos em detalhe a relação entre os campos elétrico e magnético que compõem a teoria do Eletromagnetismo. Trataremos de questões conceituais ligadas ao magnetismo e do problema do movimento de partículas carregadas em um campo magnético.

O MAGNETISMO E OS ÍMÃS

Os ímãs, ou corpos magnetizados, constituem-se de materiais dos quais emana o campo magnético. Deste campo, conforme observado na seção anterior, se origina mais uma forma distinta de interação entre a matéria.

Para a orientação desses campos convencionalmente adotamos o nome Norte, ponto extremo do corpo do qual emanam as linhas de campo que chegam ao outro extremo, chamado Sul.

Mesmo quando são divididos, os imãs continuam a ter defin dos os pólos Norte e Sul, ou seja, ao quebrar um imã ao meio cada metade passará a dispor de pólos norte e sul.



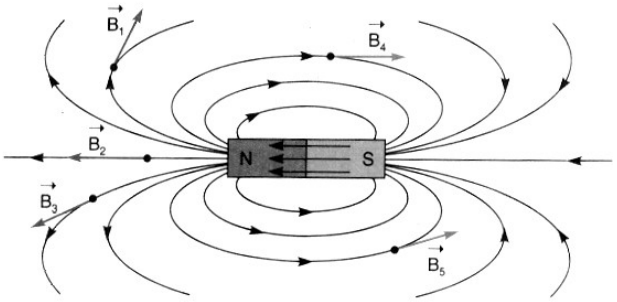
Esse fenômeno está ligado ao fato de que as linhas de campo magnético não são emitidas a partir de um ponto (como o campo elétrico gerada pela carga elétrica), mas sim correspondem a linhas de campo fechadas. A esse fenômeno associamos a inexistência de um "monopólo magnético".

A magnetização de um corpo macroscópico é um efeito conjunto dos átomos e moléculas que compõem o material. Essas estruturas microscópicas são dotadas de magnetismo intrínseco (veja o apêndice). Assim, do magnetismo microscópico (associado, portanto, a essas estruturas atômicas internas) provém o magnetismo macroscópico dos corpos.

Do arranjo organizado dessas estruturas microscópicas (submicroscópicas) dentro do material resulta que o campo magnético gerado por cada uma se soma, implicando no aparecimento de um campo total não nulo, ou seja, surge a atividade magnética macroscópica.

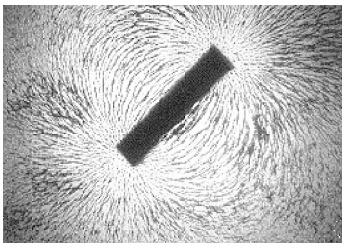
As linhas de campo magnético satisfazem um princípio de que elas **são fechadas**. Surgindo, então, uma orientação do eixo magnético em relação ao material magnetizado.

O vetor campo magnético é tangente às linhas de indução e é também chamado de vetor indução magnética:



Essa é a representação mais popular das linhas de campo sob um imã onde não se enfatiza o aspecto de que as linhas de campo magnético são fechadas. Uma representação adequada com essa idéia foi vista, por exemplo, no vestibular Fuvest-2006:

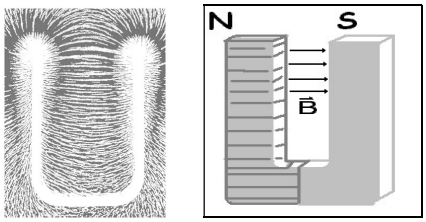
Experimentalmente é possível mapear essas linhas a partir de limalha de ferro espalhadas sobre um papel sob o qual coloquemos um imã.



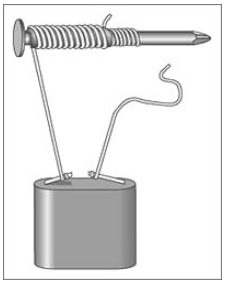
A unidade do vetor $\vec{B}$, no sistema internacional (S.I.) é o Tesla (T). A intensidade do campo magnético, assim, está associada à concentração das linhas de indução num ponto do espaço.

CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME

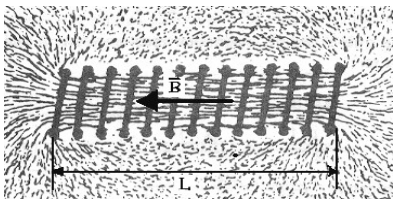
Um campo magnético uniforme (ou homogêneo) – isso é, constante em toda uma região do espaço – pode ser obtido através de um imã em forma de ferradura, como mostra a figura:



Em 1820 Oersted descobriu a possibilidade de gerar campos magnéticos a partir de correntes elétricas, e assim é possível construir ímãs artificiais dessa forma.

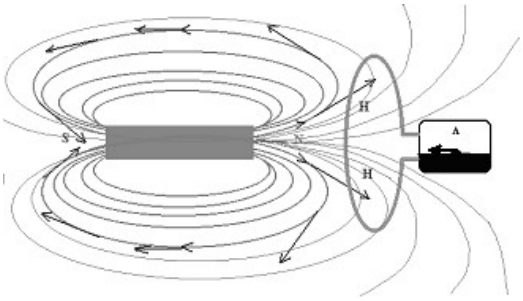


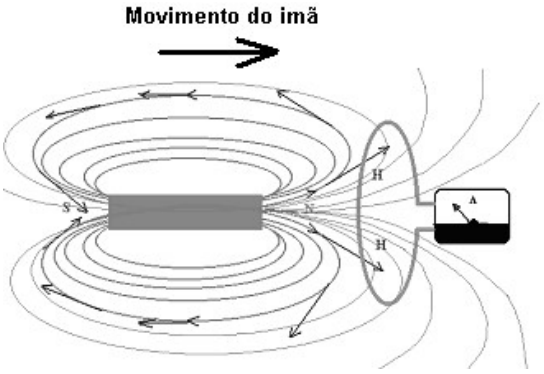
Utilizando-se uma bobina introduzir uma região de campo magnético uniforme em seu interior:



(obs: Estudaremos esse efeito no segundo volume desta apostila)

O inverso do fenômeno de se obter campo magnético à partir de corrente elétrica, foi demonstrado alguns anos mais tarde por Faraday e especialmente mostrava que movimentar imãs poderia dar origem a campos elétricos e, então, a correntes elétricas





Nesse desenho temos uma espira (circunferência feita com um fio condutor de eletricidade, isso é, pelo qual podem fluir as cargas elétricas – elétrons) ligada à um amperímetro (dispositivo que permite saber se o fio a que está ligado está sendo percorrido por corrente), ao mover o imã contra a espira o dispositivo acusa a passagem de corrente.

Nesse experimento tem-se a base conceitual que permitiu a construção dos geradores elétricos, onde o giro de um imã produz a corrente elétrica nos fios condutores ligados aos seus terminais. Voltaremos à isso mais adiante (volume 2).

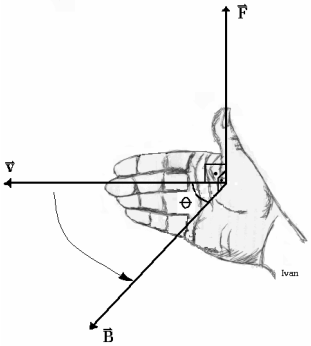
FORÇA MAGNÉTICA SOBRE CARGAS

Uma partícula dotada de carga elétrica sente a ação de campos magnéticos, quando se desloca em relação a ele. Note que essa situação é bastante distinta das demais situações até aqui abordadas onde uma carga em repouso sentia a mesma força associada a um campo do que se ela estivesse se deslocando.

Você pode achar muito estranho, mas nesse caso cabe uma pergunta que é, em essência, uma baixaria: e um avião, ele consegue voar sem possuir alguma velocidade em relação ao ar? A força de uma carga em relação ao campo magnético é bem distinta daquela que sustenta o ar, claro está, entretanto o comentário serve para chamar a atenção de que essas coisas mais complicadas às vezes acontecem.

A expressão que relaciona a força sentida pela partícula, dotada de carga, que se desloca numa região onde existe um campo magnético é conhecida como Força de Lorentz.

A <u>direção</u> dessa Força Magnética é <u>perpendicular</u>, tanto ao campo magnético, como à velocidade da carga lançada, é dada pela chamada <u>regra da mão direita</u>.



A carga (positiva) lançada na direção $\vec{v}$, que forma um ângulo θ com a direção do campo magnético uniforme $\vec{B}$, sofre a ação de uma força $\vec{F}$ perpendicular a $\vec{v}$ e $\vec{B}$.

A intensidade (módulo) da força F é dada pela equação:

$$F = q.v.B.\text{sen}\,\theta$$

onde:

q é o módulo da carga elétrica lançada;

v é o módulo da velocidade com a qual a partícula é lançada;

B é o módulo do campo magnético;

θ é o ângulo entre o campo magnético e a direção da velocidade, podendo variar entre 0º a 180º.

Se a carga for negativa (um elétron, por exemplo) o sentido da força será o oposto àquele dado pela regra da mão direita.

Note que essa força depende apenas da intensidade local do campo $\vec{B}$. Entretanto iremos apenas nos ocupar do caso de uma partícula se deslocando numa região onde o campo magnético é uniforme.

É comum nessas situações precisarmos das três direções do espaço para representar toda a situação:

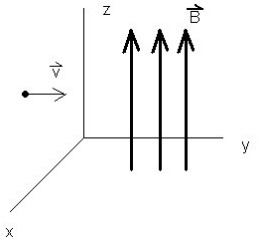
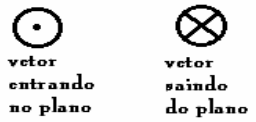


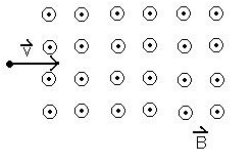
figura X

Entretano o movimento desenvolvido pela carga (como veremos abaixo) é plano. Ou seja, a trajetória descrita pela corpo está restrito à um plano, e assim é possível simplificar esse diagrama introduzindo uma nova simbologia para representar vetores:



Assim consideremos o caso em que a carga elétrica, q, negativa se desloca numa região onde temos um campo magnético uniforme $\vec{B}$, segundo a mesma situação apresentada

na *figura X* (acima) adotada essa simbologia para representar os vetores do campo magnético.

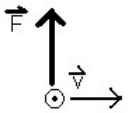


A intensidade da força magnética será:

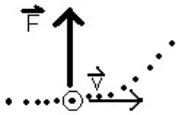
$$F = q \cdot v \cdot B \cdot sen\theta \Rightarrow F = q \cdot v \cdot B$$

Pois a velocidade é perpendicular ao campo magnético.

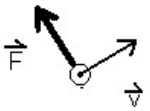
Assim, pela regra da mão direita (com a inversão da direção, pois temos uma carga negativa) teremos que a direção da força assim que entra na região onde está o campo magnético será:



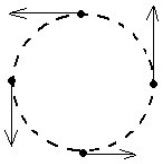
portanto a trajetória da particula se inclinará:



Entretanto ao se inclinar um pouco note a direção da força mudará de direção porque mudou a direção o vetor velocidade:



E essa força sempre se manterá no plano da folha e ao mesmo tempo perpendicular à velocidade, que é sempre tangente à trajetória. Como a força continuará a valer F = qvB, teremos, assim, um **Movimento Circular Uniforme**!



Como não haveriam outras forças atuando sobre a partícula (não é bem assim, mas vamos com calma) ela permaneceria girando indeterminadamente com uma freqüência fixa.

Note que a força resultante, *F*, é uma Força Resultante Centrípeta então:

$$F = ma_{cp} \qquad F = m\frac{v^2}{R}$$

onde *R* é o raio da trajetória, e *F* é a própria força magnética. Assim:

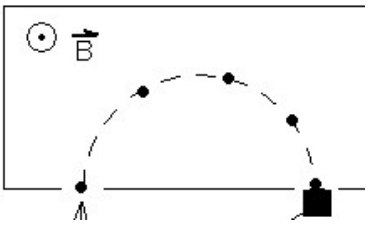
$$qvB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

Ou seja, conhecidos os valores do campo magnético B, da massa da partícula de sua velocidade e carga fica determinado o raio de sua trajetória circular.

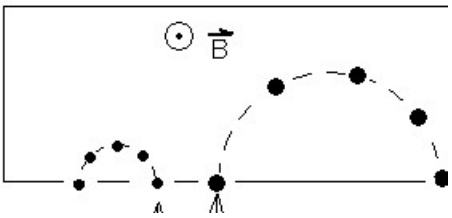
Note que conhecida a velocidade inicial sabemos, da cinemática do movimento circular, quanto valem a velocidade, a frequência e o período, pois:

$$v = \omega R \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad f = \frac{1}{T}$$

A dependência do raio da trajetória circular com a massa da partícula pode ser usada num laboratório para determinar a relação entre as cargas e massas, o chamado espectrômetro de massa.

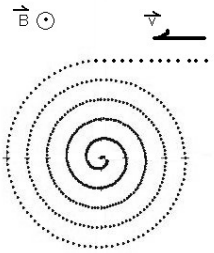


Ou seja um átomo de Hidrogênio ionizado H^+ (um único próton) descreverá uma circunferência de raio maior do que aquela descrita por um elétron. Em virtude da maior massa do H^+ que é de m_{H+}=1,67262158 x 10^{-27} kg, ao passo que a massa do elétron é m_{e-}=9.10938188 × 10^{-31} kg. Note que o módulo da carga elétrica de ambos é igual, entretanto são de sinais opostos e, portanto, se o elétron construir uma circunferência encurvando a trajetória à esquerda, o próton o fará para a direita.



Mas fica girando mesmo?

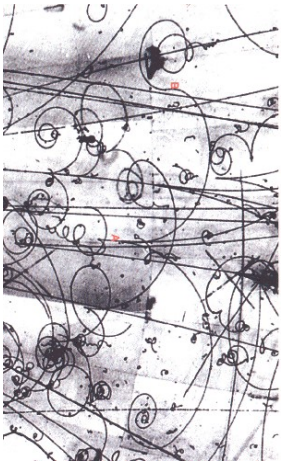
No problema em que a carga fica girando indeterminadamente não temos nenhum problema efetivamente. Sabemos que se pudéssemos idealmente manter um corpo ligado à um fio que está fixado em um ponto e em seguida fosse posto em movimento sem que hajam forças externas, então o corpo permaneceria girando indefinidamente em MCU



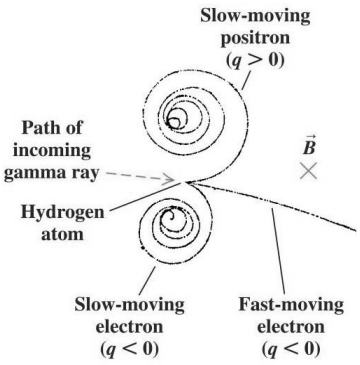
Entretanto se considerássemos por completo o fenômeno da carga girando isso não ocorreria. O Eletromagnetismo de Maxwell determina que a carga não ficará girando indefinidamente em virtude de um resultado: cargas aceleradas emitem radiação – ou seja, luz – e assim acabam perdendo energia passando a espiralar na direção do centro da trajetória até parar. Entretanto não se considera esse tipo de problema por demandar análise mais profunda do eletromagnetismo o que foge aos objetivos atuais.

Na física do século XX utilizou-se muito dos campos magnéticos para descobrir partículas. Quando descobriu-se um mecanismo de fotografar a trajetória de as partículas subatômicas utilizou-se de campos magnéticos para extrair mais informação sobre as partículas que fossem dotadas de carga elétrica (que podiam ser frações das cargas fundamentais do elétron e do próton na realidade subatômica)

As partículas da física moderna estão envolvidas como subproduto de reações nucleares, que compõem, por exemplo, uma ducha de partículas que adentra a atmosfera terrestre vindas de explosões de estrelas no espaço sideral. Fotos como a do lado povoaram a realidade das descobertas da física de partículas elementares. Assim, você consegue à esse momento saber da origem dos padrões espirais e circulares: partículas carregadas se deslocando sob a ação de um campo magnético uniforme.



Um curiosíssimo efeito descoberto já no século vinte é a produção de pares, passível de ser compreendida apenas com a física moderna. Nesse efeito a radiação eletromagnética que seja muito energética pode criar um par de partículas: partícula e anti-partícula (uma irmã que tem algumas características como a carga elétrica opostas).

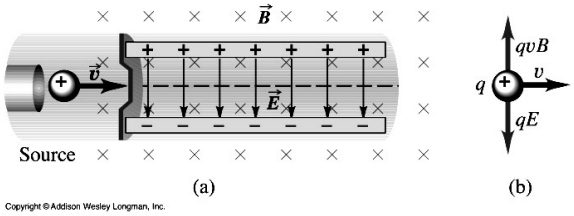


A anti-partícula associada ao elétron é o chamado 'pósitron', tem mesma massa que o elétron mas carga oposta. A câmara de bolhas pode ser usada para sondar esse efeito A figura abaixo ilustra a produção de pares a partir de uma imagem de

Seletor de velocidades:

Supondo uma configuração de campos elétricos e magnéticos perpendiculares entre si e com a velocidade da partícula v, como na figura abaixo, é possível que a força magnética $F_M = q\,v\,B \text{ sen } 90 = q\,v\,B$ seja equilibrada pela força elétrica $F_E = q\,E$, temos que $q\,v\,B = q\,E$

$$\boxed{v = \frac{E}{B}}$$

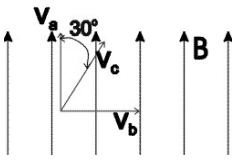


Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

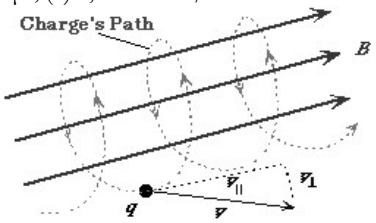
Se a força resultante na direção perpendicular ao movimento é nula, a partícula estará em MRU com a velocidade v = E/B. Caso v seja diferente de E/B, uma das forças será maior que a outra, e a partícula irá experimentar uma deflexão para cima ou para baixo. Colocando um anteparo, podemos selecionar , dentro de um feixe com partículas de várias velocidades, apenas as partículas com velocidade E/B.

Caso onde a velocidade é oblíqua ao campo magnético

Há duas componentes da velocidade: uma paralela ao campo magnético $v_\parallel = v \cos \varphi$, e uma perpendicular ao campo $v_\perp = v \text{ sen } \varphi$, onde φ é o ângulo que a velocidade faz com a direção do campo magnético. A componente perpendicular $v_\perp$ causa o MCU que vimos antes. A componente paralela $v_\parallel$ ao campo magnético B não leva a uma força magnética (lembre que $\theta = 0$, e sen $\theta = 0$ neste caso!). Logo, na direção de $v_\parallel$ temos um MRU, já que esta componente da velocidade permanece constante. A combinação de um MRU com um MCU perpendicular dá origem a uma trajetória helicoidal.



R1. Um próton move-se numa trajetória circular de raio 21 cm, perpendicular a um campo magnético de 4 kG. Ache: (a) o período; (b) a velocidade. Respostas: (a) 0,164 μs; (b) 8,05 x 10^6 m/s.



R2. Um elétron com velocidade com módulo $2{,}05.10^7\, m/s$ e uma direção que faz um ângulo φ = 65,5º com a direção de um campo magnético uniforme de módulo 4,67 G. Ache: (a) o raio da trajetória helicoidal; (b) o passo da hélice.
Solução: (a) No plano perpendicular ao campo magnético a componente da velocidade é $v_\perp$

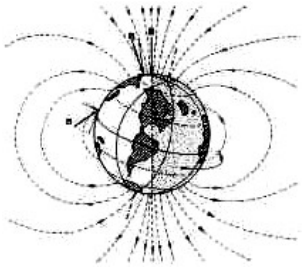
$$r = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{mv \text{ sen } \varphi}{qB} = \frac{9{,}11\text{x}10^{-31}\text{x}2{,}05\text{x}10^{7}\text{x sen } 65{,}5°}{1{,}6\text{x}10^{-19}\text{x}4{,}67\text{x}10^{-4}} = 3{,}20cm$$

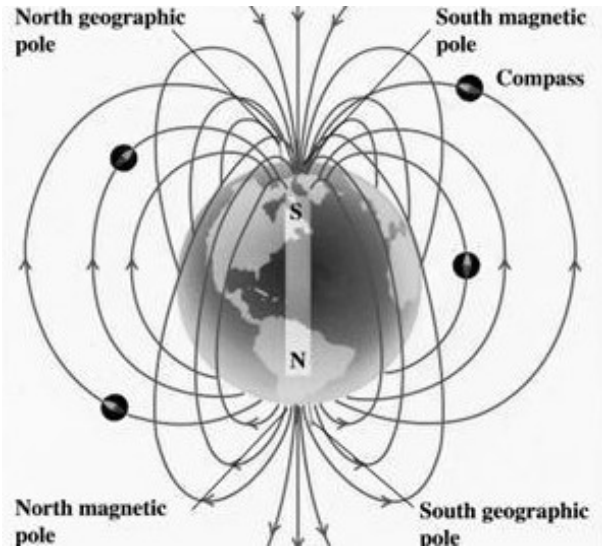
(b) O passo p é a distância percorrida pela partícula na direção do campo magnético durante um período T completo do movimento. Então usamos a componente $v_\parallel$. Como o movimento é um MRU na direção do campo, e usando o resultado do ítem (d) anterior:

$$p = v_\parallel T = v \cos \varphi\, T = 2{,}05\text{x}10^{7}\text{x} \cos 65{,}5° \text{ x } 7{,}7 \text{ x } 10^{-8} = 9{,}16 \text{ cm}$$

O CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA

No interior da terra encontramos um núcleo terrestre composto por átomos ionizados de Níquel e Ferro (conforme visto na apostila de Geografia, tópico 2) o movimento interno de rotação desse fluido carregado eletricamente gera ao seu redor um campo magnético.

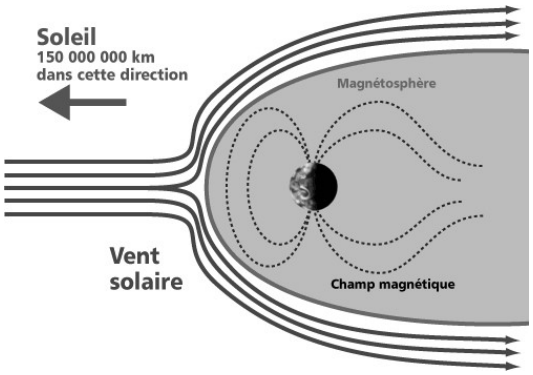




Assim a própria Terra se comporta como um imã. Disso segue a possibilidade de se utilizar os imãs com fins de orientação na superfície da terra, em virtude destes se posicionarem em relação ao campo magnético local da terra, apontando, assim, a direção do Norte/Sul magnéticos do planeta. Esses pólos magnéticos variam um pouco em relação à direção geográfica (conforme representado abaixo) e possuem algumas imperfeições locais, mas, em geral, serve como uma boa ajuda.

Ventos solares e a importância da magnetosfera

As reações nucleares que ocorrem no Sol geram como produto partículas carregadas (elétrons, prótons) com grande energia. Esse fluxo de partículas consiste do chamado vento solar, ele atinge a Terra, e poderia gerar um desgaste progressivo da atmosfera, que entretanto acaba sendo parcialmente poupada por conta de serem desviadas pelo campo magnético da terra (a magnetosfera).



Dessas partículas que compõem o vento solar, que não se refletem nas regiões próximas aos pólos magnéticos terrestres e penetram na atmosfera, colidindo com moléculas do ar, as quais emitem luz provocando o aparecimento das auroras.

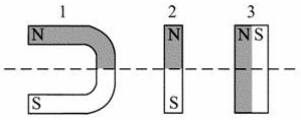
EXERCÍCIOS

Campo Magnético

26. (Fgv 2005) Da palavra 'aimant', que traduzido do francês significa amante, originou-se o nome ímã, devido à capacidade que esses objetos têm de exercer atração e repulsão. Sobre essas manifestações, considere as proposições:
I. assim como há ímãs que possuem os dois tipos de pólos, sul e norte, há ímãs que possuem apenas um.
II. o campo magnético terrestre diverge dos outros campos, uma vez que o pólo norte magnético de uma bússola é atraído pelo pólo norte magnético do planeta.
III. os pedaços obtidos da divisão de um ímã são também ímãs que apresentam os dois pólos magnéticos, independentemente do tamanho dos pedaços.

Está correto o contido em
a) I, apenas.
b) III, apenas.
c) I e II, apenas.
d) II e III, apenas.
e) I, II e III.

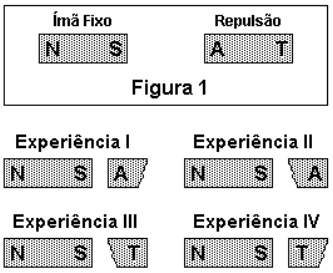
27. (Fgv 2006) Os ímãs 1, 2 e 3 foram cuidadosamente seccionados em dois pedaços simétricos, nas regiões indicadas pela linha tracejada.



Analise as afirmações referentes às conseqüências da divisão dos ímãs:
I. todos os pedaços obtidos desses ímãs serão também ímãs, independentemente do plano de secção utilizado;
II. os pedaços respectivos dos ímãs 2 e 3 poderão se juntar espontaneamente nos locais da separação, retomando a aparência original de cada ímã;
III. na secção dos ímãs 1 e 2, os pólos magnéticos ficarão separados mantendo cada fragmento um único pólo magnético.

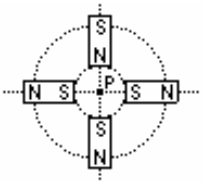
Está correto o contido apenas em
a) I.
b) III.
c) I e II.
d) I e III.
e) II e III.

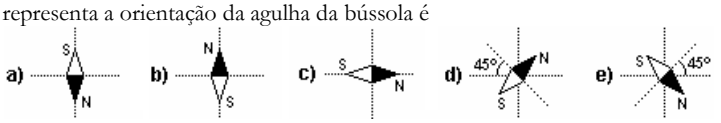
28. (Fuvest 99) Um imã, em forma de barra, de polaridade N (norte) e S (sul), é fixado numa mesa horizontal. Um outro imã semelhante, de polaridade desconhecida, indicada por A e T, quando colocado na posição mostrada na figura 1 , é repelido para a direita. Quebra-se esse imã ao meio e, utilizando as duas metades, fazem-se quatro experiências, representadas nas figuras I, II, III e IV, em que as metades são colocadas, uma de cada vez, nas proximidades do imã fixo.



Indicando por "nada" a ausência de atração ou repulsão da parte testada, os resultados das quatro experiências são, respectivamente,
a) I - repulsão; II - atração; III - repulsão; IV - atração.
b) I - repulsão; II - repulsão; III - repulsão; IV - repulsão.
c) I - repulsão; II - repulsão; III - atração; IV - atração.
d) I - repulsão; II - nada; III - nada; IV - atração.
e) I - atração; II - nada; III - nada; IV - repulsão.

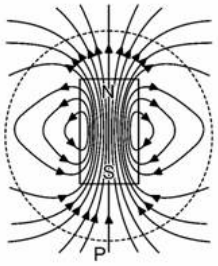
29. (Fuvest 2002) Quatro ímãs iguais em forma de barra, com as polaridades indicadas, estão apoiados sobre uma mesa horizontal, como na figura, vistos de cima. Uma pequena bússola é também colocada na mesa, no ponto central P, eqüidistante dos ímãs, indicando a direção e o sentido do campo magnético dos ímãs em P. Não levando em conta o efeito do campo magnético terrestre, a figura que melhor representa a orientação da agulha da bússola é



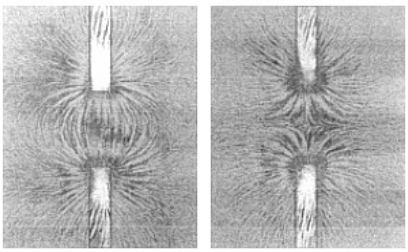


30. (Fuvest 2006) Sobre uma mesa plana e horizontal, é colocado um ímã em forma de barra, representado na figura, visto de cima, juntamente com algumas linhas de seu campo magnético. Uma pequena bússola é deslocada, lentamente, sobre a mesa, a partir do ponto P, realizando uma volta circular completa em torno do ímã.

Ao final desse movimento, a agulha da bússola terá completado, em torno de seu próprio eixo, um número de voltas igual a
a) 1/4 de volta.
b) 1/2 de volta.
c) 1 volta completa.
d) 2 voltas completas.
e) 4 voltas completas.
Obs: Nessas condições, desconsidere o campo magnético da Terra.



31. (Ufmg 2003) Fazendo uma experiência com dois ímãs em forma de barra, Júlia colocou-os sob uma folha de papel e espalhou limalhas de ferro sobre essa folha. Ela colocou os ímãs em duas diferentes orientações e obteve os resultados mostrados nas figuras I e II:

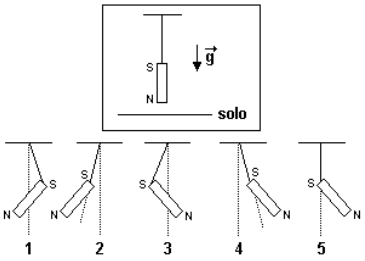


I II

Nessas figuras, os ímãs estão representados pelos retângulos. Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que as extremidades dos ímãs voltadas para a região entre eles correspondem aos pólos
a) norte e norte na figura I e sul e norte na figura II.
b) norte e norte na figura I e sul e sul na figura II.
c) norte e sul na figura I e sul e norte na figura II.
d) norte e sul na figura I e sul e sul na figura II.

32. (Unesp 2002) A figura mostra um ímã em repouso, suspenso por um fio de massa desprezível e não magnetizável. Em seguida, um campo magnético uniforme é aplicado paralelamente ao solo, envolvendo todo o ímã, no sentido da esquerda para a direita da figura (pólo norte do campo à esquerda, e sul à direita).

Analisando as forças magnéticas nos pólos do ímã, a força do fio sobre o ímã e o peso do ímã, identifique a alternativa que melhor representa as orientações assumidas pelo fio e pelo ímã no equilíbrio.



a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

Força de Lorentz

33. (Mackenzie 2003) Uma partícula eletrizada movimenta-se com velocidade **v**, numa região onde existe um campo magnético de vetor indução **B**, ficando sujeita, por isso, à ação da força **F**. Com relação a esse fato, considere as afirmações abaixo:
I. **v** é sempre perpendicular a **B**
II. **F** é sempre perpendicular a **B**
III. **F** é sempre perpendicular a **v**

Assinale:
a) se todas as afirmações estão corretas.
b) se somente as afirmações I e II estão corretas.
c) se somente as afirmações II e III estão corretas.
d) se somente as afirmações I e III estão corretas.
e) se todas as afirmações estão incorretas.

34. (Pucmg 2004) Uma partícula carregada com uma carga positiva está numa região onde existe um campo magnético **B**. Assinale a afirmativa CORRETA.
a) Se a partícula estiver em movimento na direção de **B**, atuará sobre ela uma força devido ao campo magnético, proporcional ao módulo de **B**.
b) Se a partícula estiver inicialmente em repouso, ela será posta em movimento pela ação da força do campo magnético e sua trajetória será um espiral.
c) Em qualquer circunstância, atuará sobre a partícula uma força proporcional ao módulo de **B** e perpendicular à direção do campo.
d) Se a partícula estiver em repouso, nenhuma força devido ao campo magnético **B** agirá sobre ela.

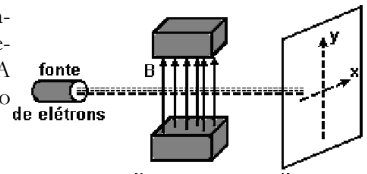
35. (Pucmg 2006) Uma partícula de carga q, com velocidade **v** e massa m dentro de um campo magnético B, fica sujeita a uma força ù pela ação desse campo. Sobre a situação, foram feitas três afirmações.
I. A intensidade da força depende do valor de q.
II. O sentido da força **F** depende do sinal de q.
III. A intensidade da força depende da velocidade v e da massa m da partícula.

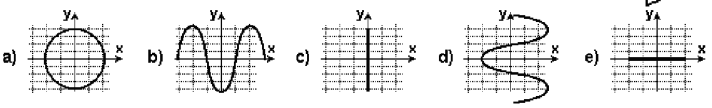
A afirmativa está CORRETA em:
a) I e III apenas. b) I e II apenas. c) II e III apenas. d) I, II e III.

36. (Fuvest 2003) Um feixe de elétrons, todos com mesma velocidade, penetra em uma região do espaço onde há um campo elétrico uniforme entre duas placas condutoras, planas e paralelas, uma delas carregada positivamente e a outra, negativamente. Durante todo o percurso, na região entre as placas, os elétrons têm trajetória retilínea, perpendicular ao campo elétrico. Ignorando efeitos gravitacionais, esse movimento é possível se entre as placas houver, além do campo elétrico, também um campo magnético, com intensidade adequada e
a) perpendicular ao campo elétrico e à trajetória dos elétrons.
b) paralelo e de sentido oposto ao do campo elétrico.
c) paralelo e de mesmo sentido que o do campo elétrico.
d) paralelo e de sentido oposto ao da velocidade dos elétrons.
e) paralelo e de mesmo sentido que o da velocidade dos elétrons.

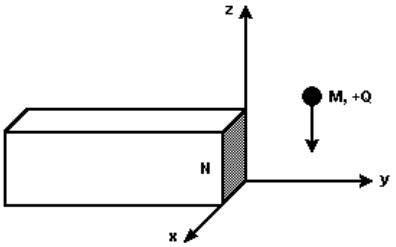
37. (Fuvest 2005) Assim como ocorre em tubos de TV, um feixe de elétrons move-se em direção ao ponto central O de uma tela, com velocidade constante. A trajetória dos elétrons é modificada por um campo magnético vertical B, na direção perpendicular à trajetória do feixe, cuja intensidade varia em função do tempo t como indicado no gráfico.

Devido a esse campo, os elétrons incidem na tela, deixando um traço representado por uma das figuras a seguir. A figura que pode representar o padrão visível na tela é:





38. (Ufu 2004) Um objeto de massa M, carregado com uma carga positiva +Q, cai devido à ação da gravidade e passa por uma região próxima do pólo norte (N) de um ímã, conforme mostra figura a seguir.



De acordo com o sistema de eixos representado acima, assinale a alternativa que contém a afirmativa correta.
a) O objeto sofrerá um desvio no sentido positivo do eixo y, devido à presença do campo magnético na região.
b) O objeto cairá verticalmente, não sofrendo desvio algum até atingir o solo, pois campos gravitacionais e magnéticos não interagem.
c) O objeto sofrerá um desvio no sentido positivo do eixo x, devido à presença do campo magnético na região.
d) O objeto sofrerá um desvio no sentido negativo do eixo x, devido à presença do campo magnético na região.

39. (Pucpr 2004) Uma carga positiva q se movimenta em um campo magnético uniforme **B**, com velocidade **v**. Levando em conta a convenção a seguir, foram representadas três hipóteses com respeito à orientação da força atuante sobre a carga q, devido à sua interação com o campo magnético.

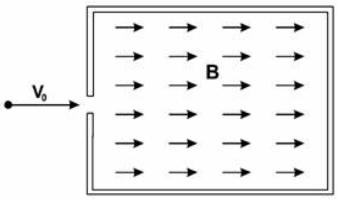
Está correta ou estão corretas:

a) somente I e III.
b) somente I e II.
c) somente II.
d) I, II e III.
e) somente II e III.

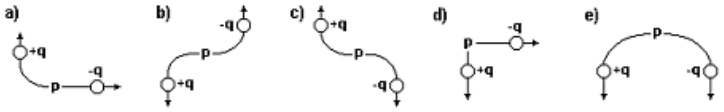
40. (Pucpr 2006) Quando uma partícula carregada positivamente se desloca com velocidade v perpendicular a um campo magnético uniforme, ela sofre a ação de uma força que:
a) é coincidente com as linhas de campo, causando uma redução na velocidade da partícula.
b) é coincidente com as linhas de campo, causando um aumento na velocidade da partícula.
c) é perpendicular à velocidade, causando um desvio na trajetória da partícula.
d) é perpendicular à velocidade, causando um aumento na velocidade da partícula.
e) é perpendicular à velocidade, causando uma redução na velocidade da partícula.

41. (Ufrrj 2006) Uma partícula de carga q entra com velocidade Vo numa região onde existe um campo magnético uniforme **B**. No caso em que Vo e B possuem a mesma direção, podemos afirmar que a partícula

a) sofrerá um desvio para sua direita.
b) sofrerá um desvio para sua esquerda.
c) será acelerada na direção do campo magnético uniforme B.
d) não sentirá a ação do campo magnético uniforme B.
e) será desacelerada na direção do campo magnético uniforme B.



42. (Unesp 2003) Uma partícula eletricamente neutra está em repouso no ponto P de uma região com campo magnético uniforme. Ela se desintegra em duas outras partículas com massas iguais, porém com cargas de sinais opostos. Logo após a desintegração, elas são impulsionadas para lados opostos, com velocidades constantes perpendiculares ao campo magnético. Desprezando a força de atração entre as cargas e considerando o sentido do campo magnético entrando perpendicularmente a esta página, da frente para o verso, podemos concluir que a figura que melhor representa as trajetórias dessas partículas é

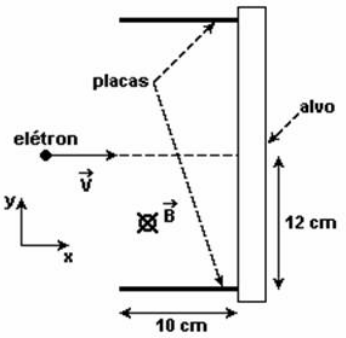


43. (Unesp 2002) Uma partícula eletrizada com carga q e massa m descreve uma trajetória circular com velocidade escalar constante v, sob a ação exclusiva de um campo magnético uniforme de intensidade B, cuja direção é perpendicular ao plano do movimento da partícula.

Para responder, utilize somente as variáveis necessárias, dentre aquelas fornecidas no enunciado (q, m, v, B).

a) Qual é a expressão que fornece o módulo da força magnética Fm que age sobre a partícula?
b) Obtenha a expressão que fornece o raio R da trajetória e a que fornece o período T do movimento circular.

44. (Unicamp 2006) A utilização de campos elétrico e magnético cruzados é importante para viabilizar o uso da técnica híbrida de tomografia de ressonância magnética e de raios X. A figura a seguir mostra parte de um tubo de raios X, onde um elétron, movendo-se com velocidade $v = 5{,}0 \times 10^5$ m/s ao longo da direção x, penetra na região entre as placas onde há um campo magnético uniforme, **B**, dirigido perpendicularmente para dentro do plano do papel. A massa do elétron é $me = 9 \times 10^{31}$ kg e a sua carga elétrica é $q=-1{,}6\times10^{19}$ C.

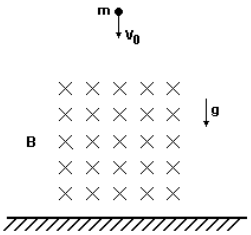


a) Sendo o módulo do campo magnético B = 0,010T, qual é o módulo do campo elétrico que deve ser aplicado na região entre as placas para que o elétron se mantenha em movimento retilíneo uniforme?
b) Numa outra situação, na ausência de campo elétrico, qual é o máximo valor de B para que o elétron ainda atinja o alvo? O comprimento das placas é de 10 cm.

45. (Fuvest 2000) Uma partícula, de massa m e com carga elétrica Q, cai verticalmente com velocidade constante vo. Nessas condições, a força de resistência do ar pode ser considerada como R(ar)=kv, sendo k uma constante e v a velocidade. A partícula penetra, então, em uma região onde atua um campo magnético uniforme e constante B, perpendicular ao plano do papel e, nele entrando, conforme a figura. A velocidade da partícula é, então, alterada, adquirindo, após certo intervalo de tempo, um novo valor v2 constante.

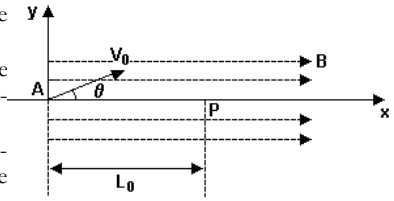
(Lembre-se de que a intensidade da força magnética $|F(M)|=|q|.|v|.|B|$, em unidades SI, para v perpendicular a B).

a) Expresse o valor da constante k em função de m, g e vo.
b) Esquematize os vetores das forças [Peso, R(ar) e F(M)] que agem sobre a partícula, em presença do campo B, na situação em que a velocidade passa a ser a velocidade v2. Represente, por uma linha tracejada, direção e sentido de v2.
c) Expresse o valor da velocidade v2 da partícula, na região onde atua o campo B, em função de m, g, k, B e Q.



46. (Fuvest 2001) Um próton de massa $M=1{,}6\times10^{-27}$kg, com carga elétrica $Q=1{,}6\times10^{-19}$ C, é lançado em A, com velocidade Vo, em uma região onde atua um campo magnético uniforme B, na direção x. A velocidade Vo, que forma um ângulo θ com o eixo x, tem componentes $Vox = 4{,}0\times10^6$m/s e $Voy = 3{,}0\times10^6$m/s. O próton descreve um movimento em forma de hélice, voltando a cruzar o eixo x, em P, com a mesma velocidade inicial, a uma distância Lo=12m do ponto A. Desconsiderando a ação do campo gravitacional e utilizando $\pi = 3$, determine:

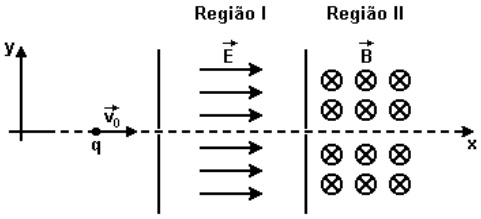
a) O intervalo de tempo t, em s, que o próton leva para ir de A a P.
b) O raio R, em m, do cilindro que contém a trajetória em hélice do próton.
c) A intensidade do campo magnético B, em tesla, que provoca esse movimento.



47. (Ufg 2003) Um acelerador de partículas é uma instalação na qual partículas são aceleradas e mantidas em uma trajetória curvilínea fechada, podendo atingir velocidades próximas à da luz. As colisões que elas podem ter com outras partículas são extremamente importantes para o melhor entendimento da estrutura interna da matéria.

O princípio básico de funcionamento de um acelerador de partículas consiste na aplicação combinada de campos elétricos e magnéticos, no interior de um anel no qual as partículas estão confinadas.

A figura a seguir representa duas regiões distintas onde se movimenta uma carga elétrica positiva q, inicialmente com velocidade vo.



Região I: existe somente campo elétrico E.
Região II: existe somente campo magnético B, entrando no plano da folha.

a) Represente a trajetória da carga q ao passar pela Região I e, posteriormente, pela Região II.
b) Considerando que a partícula tenha carga $q = 1{,}6\times10^{-19}$ C, massa $m = 1{,}6\times10^{-27}$ kg, e que $E = 10^3$ V/m, $vo = 10^5$ m/s e que o tempo gasto pela partícula na Região I seja $t = 10^{-6}$ s, calcule a velocidade com que a partícula entrará na Região II.
c) Se $B = 10^{-1}$ T, calcule o raio do arco de circunferência que a partícula descreve no campo magnético.

Campo Magnético Terrestre

48. (Ufpi 2003) "O vento solar, um plasma fino de alta velocidade, sopra constantemente do Sol a uma velocidade média de 400 km/s. Se a Terra não tivesse um campo magnético global, ou magnetosfera, o vento solar teria um impacto direto em nossa atmosfera e a desgastaria gradualmente. Mas o vento solar bate na magnetosfera da Terra e é desviado ao redor do planeta...." (http://www.uol.com.br/inovacao/ultimas/ult762u212.shl)

Para que ocorra o desvio acima mencionado é absolutamente necessário que as partículas do vento solar tenham:
a) carga positiva e alta velocidade.
b) carga negativa e baixa velocidade.
c) carga diferente de zero e velocidade alta.
d) carga diferente de zero e velocidade diferente de zero.
e) carga positiva e baixa velocidade.

49. (Ufrn 2005) O estudioso Robert Norman publicou em Londres, em 1581, um livro em que discutia experimentos mostrando que a força que o campo magnético terrestre exerce sobre uma agulha imantada não é horizontal. Essa força tende a alinhar tal agulha às linhas desse campo. Devido a essa propriedade, pode-se construir uma bússola que, além de indicar a direção norte-sul, também indica a inclinação da linha do campo magnético terrestre no local onde a bússola se encontra. Isso é feito, por exemplo, inserindo-se uma agulha imantada num material, de modo que o conjunto tenha a mesma densidade que a água e fique em equilíbrio dentro de um copo cheio de água, como esquematizado na figura 1.

figura 1

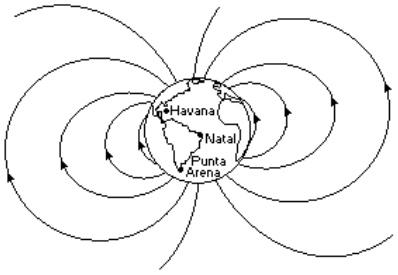


figura 2

A figura 2 representa a Terra e algumas das linhas do campo magnético terrestre. Foram realizadas observações com a referida bússola em três cidades (I, II e III), indicando que o pólo norte da agulha formava, APROXIMADAMENTE,

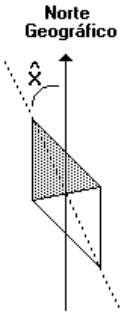
- para a cidade I, um ângulo de 20° em relação à horizontal e apontava para baixo;
- para a cidade II, um ângulo de 75° em relação à horizontal e apontava para cima;
- para a cidade III, um ângulo de 0° e permanecia na horizontal.

A partir dessas informações, pode-se concluir que tais observações foram realizadas, RESPECTIVAMENTE, nas cidades de
a) Punta Arenas (sul do Chile), Natal (nordeste do Brasil) e Havana (noroeste de Cuba).
b) Punta Arenas (sul do Chile), Havana (noroeste de Cuba) e Natal (nordeste do Brasil).
c) Havana (noroeste de Cuba), Natal (nordeste do Brasil) e Punta Arenas (sul do Chile).
d) Havana (noroeste de Cuba), Punta Arenas (sul do Chile) e Natal (nordeste do Brasil).

50. (Ufrrj 2000) Abaixo, mostramos a figura da Terra onde N' e S' são os pólos norte e sul geográficos e N e S são os pólos norte e sul magnéticos.

Sobre as linhas do campo magnético é correto afirmar que
a) elas são paralelas ao equador.
b) elas são radiais ao centro da terra.
c) elas saem do pólo norte magnético e entram no pólo sul magnético.
d) , o campo magnético é mais intenso no equador.
e) o pólo sul magnético está próximo ao sul geográfico.

51. (Puc-Camp 98) Quando se suspende uma agulha imantada pelo centro de gravidade, ela assume uma posição que forma um ângulo y com o plano horizontal e outro ângulo x com o plano meridiano geográfico do local. Somente o ângulo x está representado no esquema. Esses ângulos variam de ponto para ponto na superfície terrestre.



De acordo com o conhecimento científico atual, a causa mais provável dessa variação é
a) o movimento de translação da Terra.
b) o movimento de rotação da Terra.
c) a radiação resultante das explosões solares.
d) o efeito magnético da água no subsolo.
e) o efeito das correntes elétricas no interior da Terra.

52. (Ueg 2005) A Terra comporta-se como um grande imã. Então, no espaço em torno dela, existe um campo magnético denominado campo magnético terrestre, que é o responsável pela orientação das agulhas magnéticas das bússolas. Os cientistas, há muitos anos, vêm procurando uma explicação para a existência desse campo. Presume-se, atualmente, que ele tem sua origem em correntes elétricas estabelecidas no núcleo metálico líquido presente na parte central da Terra.

Com relação aos fenômenos magnéticos, é INCORRETO afirmar:
a) A constatação de que fenômenos magnéticos também são causados por cargas elétricas em movimento fez surgir um ramo do conhecimento denominado eletromagnetismo.
b) Os pólos norte e sul de um imã são fisicamente inseparáveis.
c) Campos eletromagnéticos variáveis induzem tensão em uma bobina que atravessam.
d) O pólo sul geográfico é, na verdade, um pólo norte magnético.
e) O campo magnético é um campo elétrico em que não circulam correntes elétricas.

UNIDADE 2: ONDULATÓRIA
1. ONDAS: INTRODUÇÃO.

Se uma pessoa segurar uma corda esticada, presa na outra extremidade, e movimentar sua mão para cima e para baixo, o movimento vibratório da sua mão vai ser transmitido para os pontos da corda, que passarão a vibrar também (figura 3, abaixo). Nessas condições dizemos que temos uma onda se propagando na corda.

Na natureza encontramos diversos tipos de ondas, sendo as mais comuns o som e a luz. Há ondas que podemos ver (luz, onda se propagando em uma corda ou ondas formadas no lago quando atiramos uma pedra), outras que podemos escutar (som) e outras que não podemos escutar nem ver, no entanto não deixam de existir e não são menos importantes por isso.

A propriedade fundamental da onda é transmissão de energia sem transmissão de matéria. No caso da onda se propagando numa corda temos que cada ponto da corda vai oscilar para cima e para baixo, mas não vai se deslocar junto com a corda. Isso pode ser observado em qualquer tipo de onda e evidencia que a onda transporta energia de um ponto a outro, mas não transporta matéria.

CLASSIFICAÇÃO DAS ONDAS

Quanto à natureza

- **Ondas Mecânicas:** São aquelas criadas por uma perturbação no meio, ou seja, precisam de um meio material para se propagarem. Ex: ondas sonoras, ondas em uma corda.
- **Ondas eletromagnéticas**: São aquelas produzidas por oscilações de natureza elétrica e magnética e não precisam de um meio material para se propagarem, ou seja, elas podem se propagar no vácuo. Ex: luz, ondas de rádio, de TV, Raios-X, raios laser, raios γ, etc. Uma onda eletromagnética consiste em um campo elétrico e um magnético, variáveis no tempo e com direção de oscilação perpendicular entre si.

Quanto à direção de vibração e de propagação

- **Ondas Longitudinais**: ondas cuja direção de propagação é igual a direção de vibração. Ex: som nos fluidos, onda numa mola vertical sustentando um corpo, som de um alto falante, etc.

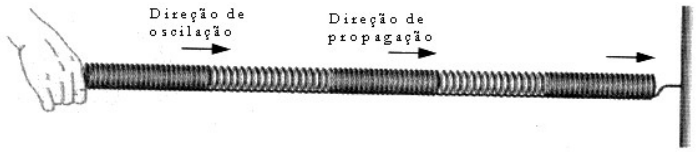
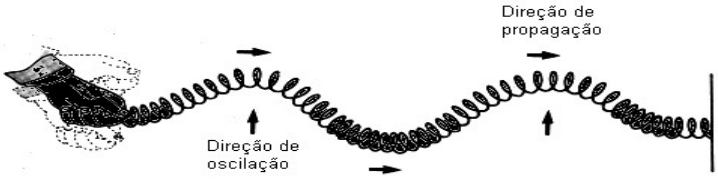


Figura 1: Onda longitudinal em uma mola.

- **Ondas Transversais:** ondas cuja direção de propagação é perpendicular à direção de vibração. Ex: ondas em uma corda, ondas eletromagnéticas.



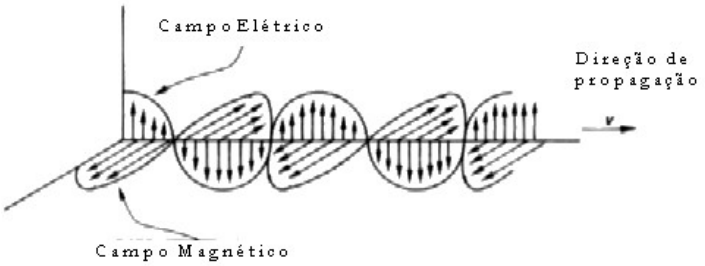


Figura 2: acima onda transversal em uma mola, abaixo outro exemplo de onda transversal – as ondas eletromagnética (as oscilações são oscilações induzidas entre campos elétricos e magnéticos).

DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DAS ONDAS PERIÓDICAS.

Amplitude (*A*) e freqüência (*f*) de uma onda

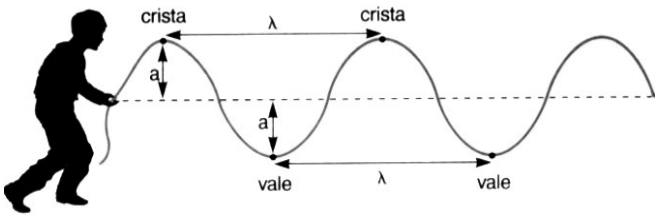


Figura 3: elementos de descrição de uma onda periódica

Se observarmos a onda produzida pela oscilação de uma corda (figura 3), perceberemos que determinados pontos da corda estão em seu afastamento máximo para cima e outros estão em seu afastamento máximo para baixo. Chamamos os pontos máximos para cima de *cristas* e os pontos máximos para baixo de *vales* da onda.

A **Amplitude** da onda é o afastamento máximo de um ponto da corda de sua posição de equilíbrio (linha tracejada na figura acima), representado na figura 3 pela letra "a".

A **Freqüência** da onda é o número de oscilações que ela realiza por segundo.

Unidade de medida: Hertz(*Hz*)

$$[f] = \frac{1}{s} = \text{Hertz}(Hz)$$

Período (*T*) e Comprimento de Onda (λ)

Período é o tempo necessário para que ocorra uma vibração completa. Tem como unidade de medida o *segundo*.

O período e a freqüência têm a seguinte relação:

$$f = \frac{1}{T}$$

O **Comprimento de Onda** é a distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos e é representado por λ. A sua unidade de medida é o *metro*.

Velocidade de Propagação (v)

A onda, ao se propagar, se desloca em um determinado intervalo de tempo. Sendo assim, podemos definir a velocidade escalar de propagação da onda relacionando *f* e λ.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t};$$

fazendo $\Delta S = \lambda$ e $\Delta t = T$, vem:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

A velocidade escalar de propagação da onda em um meio varia de acordo com certas propriedades desse meio. No caso da propagação da onda em uma corda esticada, a velocidade está relacionada com a tensão, ou força de tração (F), aplicada na corda e a densidade linear da mesma (μ).

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

A densidade linear da corda é a massa por unidade de comprimento da corda, ou seja, μ = m/L.
*obs: esta última relação está citada a título de curiosidade, a incidência em vestibulares dita que ela não precisa ser decorada.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R1. (Uerg-RS) Uma rolha flutua na superfície da água de uma piscina e oscila devido às ondas que se propagam a 2m/s. A distância entre duas cristas de ondas sucessivas é de 4m. Nessas condições, qual é o período de oscilação da rolha?

Resolução

A velocidade da onda é $v = 2m/s$.

Sabemos que a distância entre duas cristas sucessivas é chamada de comprimento de onda, que nesse caso é $\lambda = 4m$.

Sabemos ainda que o período de oscilação de uma onda é dado pela equação

$$T = \frac{1}{f}.$$

Sendo assim, podemos usar a relação $v = \lambda f$ para descobrir a freqüência:

$$2 = 4f \qquad f = \frac{1}{2} Hz$$

E então usamos a relação entre freqüência e período:

$$T = \frac{1}{1/2} \rightarrow T = 2s$$

ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO

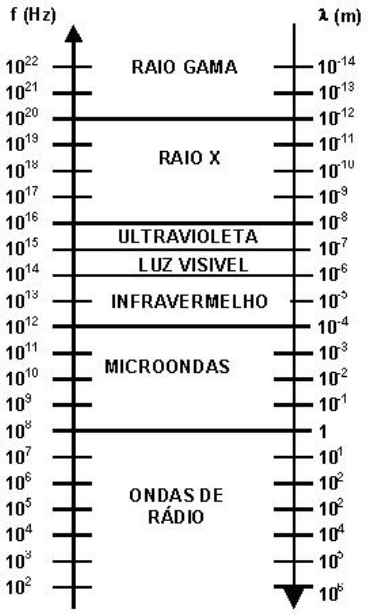


Figura 4

O "espectro eletromagnético" consiste no conjunto de freqüências da radiação eletromagnética. Na figura 4 podemos ver a variação da freqüência das ondas eletromagnéticas Quanto maior a freqüência, menor será o comprimento de onda. As ondas de rádio estão na faixa de freqüências entre 10^2 e 10^8 Hz. No vácuo a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas é constante e igual a 3.10^8 m/s. Note assim, que a diferença entre os Raios X, microondas e luz visível não está na natureza desses raios (são todos radiação eletromagnética), mas apenas nos atributos (comprimento de onda/freqüência).

- **Luz visível**: a retina de nossos olhos não é sensível a todas as ondas eletromagnéticas. A luz visível é um pequeno trecho do espectro eletromagnético. Microondas, ondas de rádio, infravermelho, ultravioleta, raios X e raios gama não podem ser vistos por seres humanos. A luz visível corresponde a freqüências compreendidas entre $3{,}8.10^{14}$ e $8{,}3.10^{14}$ Hz.

(OBS: os exercícios estão no final do próximo capítulo)

2. FENÔMENOS ONDULATÓRIOS

A) REFLEXÃO

Se uma onda está se propagando em um meio e atinge a superfície de separação com outro meio, ela pode ser parcial ou totalmente refletida, retornando para o meio em que estava se propagando.

Na reflexão o comprimento de onda, a freqüência e a velocidade não mudam.

Reflexão de ondas numa corda (unidimensionais)

Imaginemos um pulso se propagando em uma corda (onda unidimensional) que tem uma de suas extremidades fixa. Nesse caso ocorre inversão de fase na reflexão (figura 5).

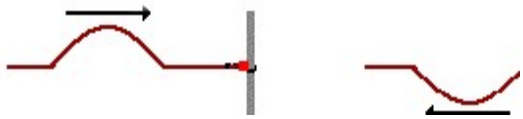


Figura 5

Se as extremidades estiverem livres o pulso apresenta reflexão sem inversão de fase.

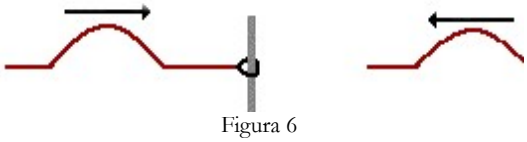


Figura 6

Reflexão de ondas bidimensionais

Se uma frente de onda bidimensional se propaga em um meio e atinge a superfície de separação com outro meio, ela também se reflete.

A figura 7 representa a reflexão de uma frente de onda bidimensional. Nessa figura, *A* e *B* são raios que representam a propagação da frente de onda, λ é o comprimento de onda e *i* e *r* são os ângulos de incidência e reflexão, respectivamente.

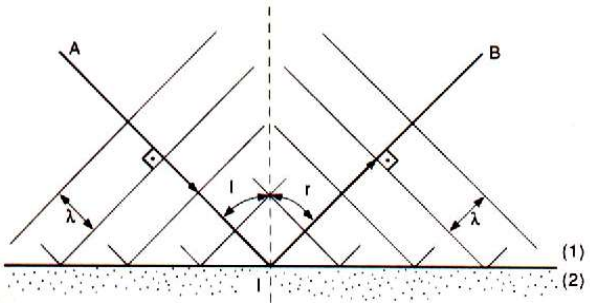


Figura 7

Em ótica vimos que um raio de luz, ao ser refletido, obedece algumas leis. Na verdade essas leis são gerais e valem para qualquer onda (pois a luz apresenta comportamento ondulatório). Vamos relembrar quais são essas leis:

Leis da Reflexão

- **1ª. lei:** o raio incidente (*A*), o raio refletido (*B*) e a normal são coplanares.
- **2ª. lei:** o ângulo de incidência (*i*) e o de reflexão (*r*) são iguais.

B) REFRAÇÃO

Quando uma onda se propaga em um meio e atinge a superfície de separação com um outro meio, pode propagar-se para o interior deste segundo meio. A este fenômeno dá-se o nome de refração.

Na refração, a **freqüência** e a **fase** não variam, já a *velocidade* e o *comprimento de onda* variam na mesma proporção.

Refração de ondas numa corda (unidimensionais)

Duas cordas, com densidades lineares diferentes emendadas, constituem dois meios diferentes de propagação para a onda. Portanto uma onda que se propaga nessa corda tem parte de sua energia refletida e parte dela refratada.

Quando o pulso passa da corda mais fina para a corda mais grossa, parte do pulso é refratado (propagando-se na corda mais grossa) e parte do pulso é refletido com inversão de fase (propagando-se na corda mais fina).

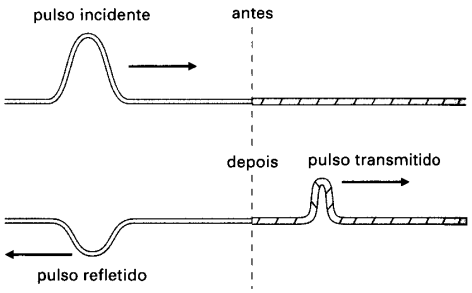


Figura 8

Quando o pulso passa da corda mais grossa para a corda mais fina, parte do pulso é refratado (propagando-se na corda mais fina) e parte do pulso é refletido sem inversão de fase (propagando-se na corda mais grossa).

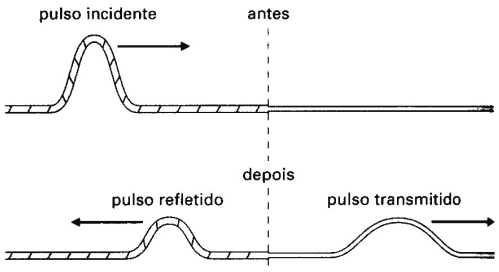


Figura 9

Como a freqüência não varia em função do meio, podemos escrever:

$$f_a = f_b = v_a / \lambda_a = v_b / \lambda_b$$

Refração de ondas bidimensionais

Se uma onda bidimensional se propaga em um meio e atinge a superfície de separação com outro meio, ela também se refrata.

Se a onda atingir a superfície de separação dos meios obliquamente (como é o caso representado na figura 10, onde *A* e *B* são raios que representam a propagação da frente de onda nos meios 1 e 2, respectivamente), haverá mudança na direção de propagação da onda, na sua velocidade e no seu comprimento de onda. Os ângulos de incidência e de refração também serão diferentes nesse caso.

Se a onda tiver ângulo de incidência nulo, a direção de propagação da onda refratada não sofre desvio, embora haja variação de velocidade e de comprimento de onda.

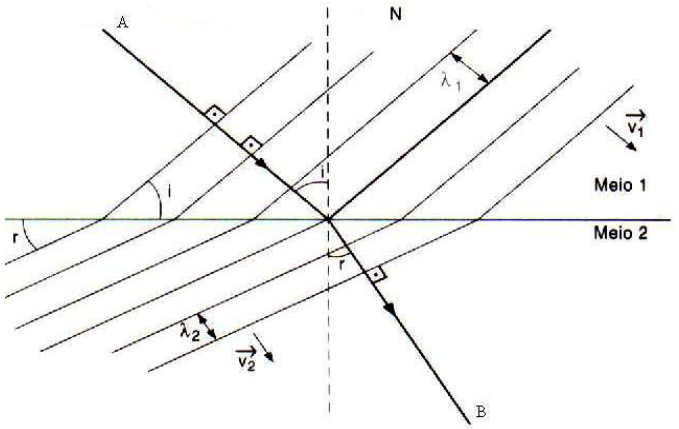


Figura 10

Uma onda que se propaga em um mesmo líquido pode sofrer refração se passar de uma região com uma certa profundidade para outra com profundidade diferente. As diferentes profundidades agirão como dois diferentes meios.

Em ótica vimos que um raio de luz, ao ser refratado, obedece algumas leis. Na verdade essas leis são gerais e valem para qualquer onda (pois a luz é um tipo de onda). Vamos relembrar quais são essas leis:

Leis da Refração

- **1ª. lei:** os raios de onda incidente (*A*) e refratado (*B*) e a normal são coplanares.
- **2ª. lei:** lei de Snell-Descartes que nos fornece as seguintes relações:

$$\frac{seni}{senr} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Temos: n_1 é o índice de refração do meio 1 e n_2 do meio 2, i o ângulo do raio incidente e r do raio refratado. v_1 e v_2 são as velocidades da onda nos meios 1 e 2 respectivamente. λ_1 e λ_2 são os comprimentos de onda nos meios 1 e 2 respectivamente.

Dispersão da Luz

Usando um prisma podemos ver que a luz branca (onda eletromagnética), visível, é composta por componentes de comprimentos de onda diferentes, o que nos dá um espectro de luzes coloridas. Dizemos então que a luz é policromática.

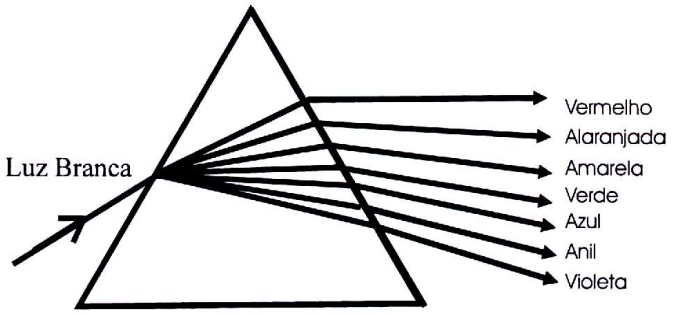


Figura 12: Representação esquemática de um prisma decompondo a luz visível.

A este fenômeno dá-se o nome de dispersão. A dispersão ocorre porque a velocidade da luz depende do meio e da freqüência (é um fenômeno de refração). Dentro do prisma temos o maior desvio para a cor violeta, pois este tem a freqüência maior, e, por conseguinte uma velocidade maior. O menor desvio é para a luz vermelha, pois esta tem a freqüência menor e, portanto, uma velocidade menor.

C) INTERFERÊNCIA DE ONDAS

Quando duas ou mais ondas de mesma natureza se encontram, há uma superposição entre elas, de forma que suas amplitudes podem se somar ou se subtrair. A este fenômeno dá-se o nome de interferência.

- **Interferência construtiva**: as amplitudes se somam durante a interação. Depois cada uma segue seu caminho conservando suas características iniciais.

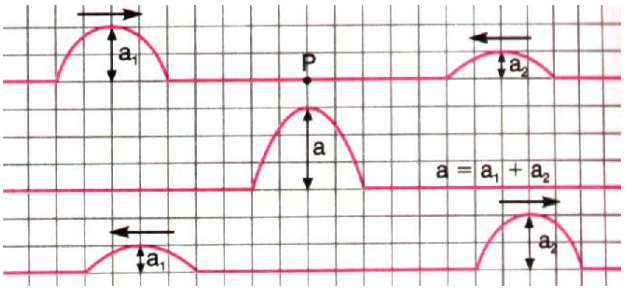


Figura 13

- **Interferência Destrutiva**: as amplitudes se subtraem e podem se anular se suas amplitudes forem iguais. Após a superposição as ondas se propagam como se nada houvesse acontecido.

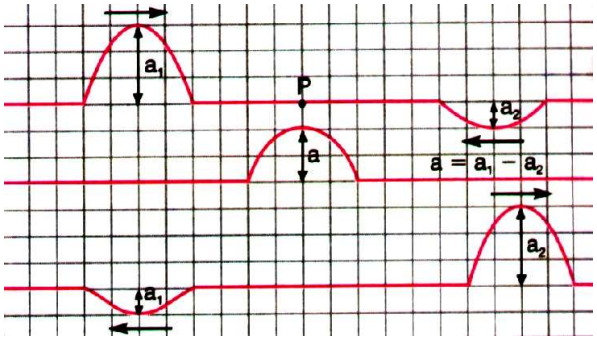


Figura 14

Para ondas luminosas, as interferências construtivas aparecem como pontos luminosos e as interferências destrutivas como pontos escuros. Para ondas sonoras há aumento da intensidade do som para interferências construtivas, e diminuição da sua intensidade para interferências destrutivas.

ONDAS ESTACIONÁRIAS

São ondas resultantes da superposição de duas ondas de mesma freqüência, velocidade e amplitude, mas que se propagam em direção e sentidos opostos.

Podemos observar nas ondas estacionárias pontos que permanecem imóveis, devido à interferência destrutiva, que são chamados de nós (*N*).

Existem, por outro lado, pontos que oscilam com amplitude máxima (interferência construtiva), que são chamados de ventres (*V*).

Os ventres e os nós mantêm sempre a mesma posição, ou seja, eles não se propagam. Os nós permanecem imóveis, ou seja, não oscilam.

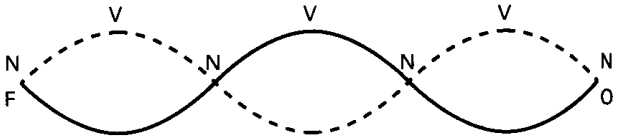


Figura 15

- A velocidade de propagação de uma onda estacionária é nula.
- A distância entre dois nós consecutivos é $\lambda/2$.
- A distância entre dois ventres consecutivos é $\lambda/2$.
- A distância entre um ventre e um nó consecutivo é $\lambda/4$.
- A amplitude (A) da onda estacionária é igual ao dobro da amplitude das ondas que se superpõem.
- A onda estacionária, embora possua energia, não transporta energia. (como não oscilam os nós não há transporte de energia entre eles. A energia permanece, então, "estacionária" entre os nós)

BATIMENTO DE ONDAS

Ocorre quando há superposição de duas ondas de mesma direção, mesma amplitude e freqüências próximas. Considere a figura 16. A terceira onda é a onda resultante da interferência das duas primeiras ondas, que têm freqüências muito próximas. No caso de uma onda sonora, devido às interferências construtivas e destrutivas, a intensidade do som sofre variação periódica.

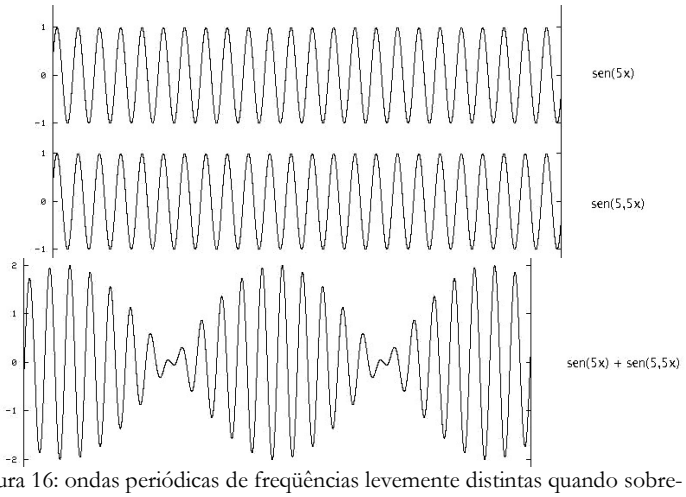


Figura 16: ondas periódicas de freqüências levemente distintas quando sobrepostas exibem muito claramente o padrão de batimentos (regiões de estrangulamento da onda resultante da superposição).

Freqüência de batimentos (f_b): $f_b = f_2 - f_1$ com $f_2 > f_1$

D) RESSONÂNCIA

Qualquer sistema físico tem uma freqüência de oscilação própria ou simplesmente freqüência natural. A ressonância ocorre quando um sistema oscilante vibra com uma freqüência igual à freqüência natural de oscilação de um outro sistema. Dessa forma o primeiro transfere energia para o segundo, que passa a vibrar com amplitude cada vez maior.

Um exemplo de ressonância é uma criança brincando no balanço. O balanço tem uma freqüência natural de oscilação e os empurrões, se tiverem freqüência igual à freqüência natural de oscilação do balanço, passam a funcionar como fonte de movimento. Este então entra em ressonância com a fonte, oscilando com amplitude cada vez maior.

E) DIFRAÇÃO

Difração é a capacidade das ondas de passar por uma fenda ou contornar um obstáculo e permanecer com sua freqüência, comprimento de onda e velocidade inalteradas. Deste modo, se tivermos, por exemplo, uma fonte sonora por trás de um muro, poderemos escutá-la mesmo estando do outro lado do muro.

A difração de uma onda através de uma fenda ou em torno de um obstáculo depende do comprimento de onda, pois se o comprimento de onda for muito pequeno em relação à fenda ou obstáculo a ser contornado, a onda praticamente não será distorcida, ou seja, ela quase não será difratada. Mas se a fenda ou obstáculo tiver dimensão comparável ao comprimento de onda, a difração será mais acentuada.

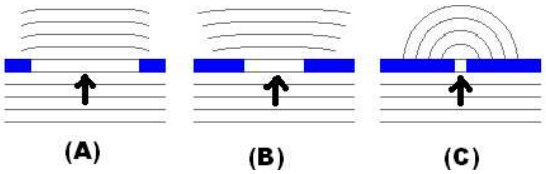
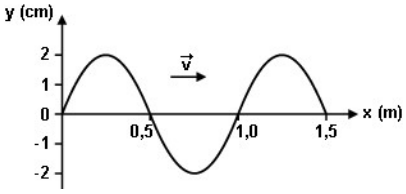


Figura 11: podemos observar a difração de uma onda ao passar por orifícios de diferentes tamanhos. Quanto menor o orifício, mais acentuada é a difração da onda.

EXERCÍCIOS

1) Uma perturbação periódica em uma corda produz ondas de freqüência 40 Hz e comprimento de onda 15 cm. Neste caso, calcule:
a) o período da onda.
b) a velocidade da onda.

2) A figura representa uma onda gerada por um vibrador de 100 Hz, propagando-se em uma corda de grande comprimento. A velocidade de propagação da onda nessa corda é, em m/s,
a) 1
b) 10
c) 50
d) 100
e) 500



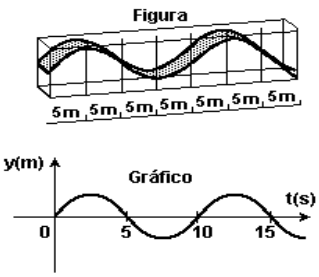
3) Com relação ao movimento ondulatório, podemos afirmar que:
a) a velocidade de propagação da onda não depende do meio de propagação.
b) a onda mecânica, ao se propagar, carrega consigo as partículas do meio.
c) o comprimento de onda não se altera quando a onda muda de meio.
d) a freqüência da onda não se altera quando a onda muda de meio.
e) as ondas eletromagnéticas somente se propagam no vácuo. O ar. A folha. A fuga.

4) (Fgv) No lago, um círculo vago.
No rosto, uma ruga.
(Guilherme de Almeida)

Um peixe, pensando que se tratava de um inseto sobre a água, "belisca" quatro vezes a folha durante o tempo de um segundo, produzindo quatro ondulações de mesmo comprimento de onda. Uma vez que a propagação de um pulso mecânico na água do lago ocorre com velocidade 2,0 m/s, o comprimento de onda de cada abalo produzido é, em m,
a) 0,5.
b) 1,0.
c) 2,0.
d) 4,0.
e) 8,0.

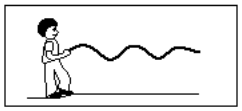
5) (Fuvest)Um grande aquário, com paredes laterais de vidro, permite visualizar, na superfície da água, uma onda que se propaga. A figura representa o perfil de tal onda no instante T_0. Durante sua passagem, uma bóia, em dada posição, oscila para cima e para baixo e seu deslocamento vertical (y), em função do tempo, está representado no gráfico.

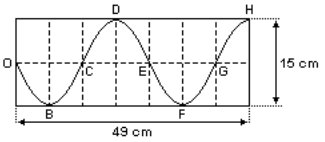
Com essas informações, é possível concluir que a onda se propaga com uma velocidade, aproximadamente, de
a) 2,0 m/s
b) 2,5 m/s
c) 5,0 m/s
d) 10 m/s
e) 20 m/s



6) (Unicamp) Nas últimas décadas, o cinema tem produzido inúmeros filmes de ficção científica com cenas de guerras espaciais, como "Guerra nas Estrelas". Com exceção de "2001, Uma Odisséia no Espaço", estas cenas apresentam explosões com estrondos impressionantes, além de efeitos luminosos espetaculares, tudo isso no espaço interplanetário.
a) Comparando "Guerra nas Estrelas", que apresenta efeitos sonoros de explosão, com "2001, uma Odisséia no Espaço", que não os apresenta, qual deles está de acordo com as leis da Física? Justifique.
b) E quanto aos efeitos luminosos, que todos apresentam? Justifique.

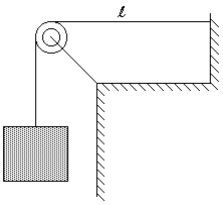
7) O gráfico a seguir registra um trecho de uma corda esticada, onde foi gerada uma onda progressiva, por um menino que vibra sua extremidade com um período de 0,40 s.
A partir do gráfico, obtenha as seguintes informações:
a) amplitude e comprimento de onda;
b) freqüência e velocidade de propagação.
Justifique sua resposta.



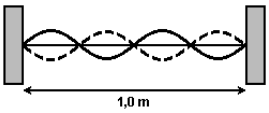


8) (Fuvest) Considerando o fenômeno de ressonância, o ouvido humano deveria ser mais sensível a ondas sonoras com comprimentos de onda cerca de quatro vezes o comprimento do canal auditivo externo, que mede, em média, 2,5cm. Segundo esse modelo, no ar, onde a velocidade de propagação do som é 340m/s, o ouvido humano seria mais sensível a sons com freqüências em torno de
a) 34 Hz b) 1320 Hz c) 1700 Hz d) 3400Hz e) 6800 Hz

9) (ITA) São de 100 Hz e 125 Hz, respectivamente, as freqüências de duas harmônicas adjacentes de uma onda estacionária no trecho horizontal de um cabo esticado, de comprimento
L = 2 m e densidade linear de massa igual a 10 g/m (veja figura).
Considerando a aceleração da gravidade g = 10 m/s², a massa do bloco suspenso deve ser de
a) 10 kg
b) 16 kg
c) 60 kg
d) 100 kg
e) 10000 kg



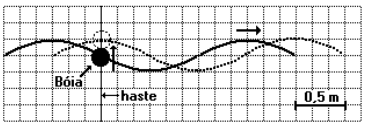
10) (ITA) Uma corda de 1,0 m de comprimento está fixa em suas extremidades e vibra na configuração estacionária conforme a figura a seguir
Conhecida a freqüência de vibração igual a 1000 Hz, podemos afirmar que a velocidade da onda na corda é:
a) 500 m/s
b) 1000 m/s
c) 250 m/s
d) 100 m/s
e) 200 m/s



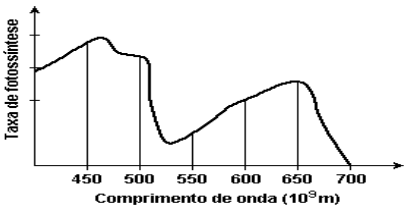
11) (Fuvest) Uma onda eletromagnética propaga-se no ar com velocidade praticamente igual à da luz no vácuo ($c=3\times10^8$m/s), enquanto o som propaga-se no ar com velocidade aproximada de 330m/s. Deseja-se produzir uma onda audível que se propague no ar com o mesmo comprimento de onda daquelas utilizadas para transmissões de rádio em freqüência modulada (FM) de 100MHz (100×10^6Hz). A freqüência da onda audível deverá ser aproximadamente de:
a) 110 Hz
b) 1033 Hz
c) 11.000 Hz
d) 10^8 Hz
e) 9×10^{13} Hz

12) (Unifesp) O eletrocardiograma é um dos exames mais comuns da prática cardiológica. Criado no início do século XX, é utilizado para analisar o funcionamento do coração em função das correntes elétricas que nele circulam. Uma pena ou caneta registra a atividade elétrica do coração, movimentando-se transversalmente ao movimento de uma fita de papel milimetrado, que se desloca em movimento uniforme com velocidade de 25 mm/s. A figura mostra parte de uma fita e um eletrocardiograma.
Sabendo-se que a cada pico maior está associada uma contração do coração, a freqüência cardíaca dessa pessoa, em batimentos por minuto, é
a) 60.
b) 75.
c) 80.
d) 95.
e) 100.

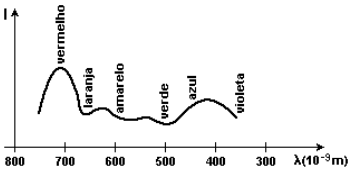
13). (Fuvest)Uma bóia pode se deslocar livremente ao longo de uma haste vertical, fixada no fundo do mar. Na figura, a curva cheia representa uma onda no instante t = 0s e a curva tracejada a mesma onda no instante t = 0,2s. Com a passagem dessa onda, a bóia oscila.
Nesta situação, o menor valor possível da velocidade da onda e o correspondente período de oscilação da bóia, valem:
a) 2,5 m/s e 0,2 s
b) 5,0 m/s e 0,4 s
c) 0,5 m/s e 0,2 s
d) 5,0 m/s e 0,8 s
e) 2,5 m/s e 0,8 s



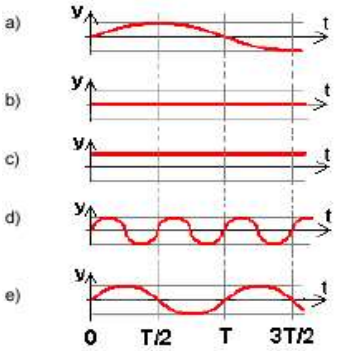
14) (Unifesp)O gráfico mostra a taxa de fotossíntese em função do comprimento de onda da luz incidente sobre uma determinada planta em ambiente terrestre.
Uma cultura dessa planta desenvolver-se-ia mais rapidamente se exposta à luz de freqüência, em terahertz (10^{12} Hz), próxima a
a) 460.
b) 530.
c) 650.
d) 700.
e) 1 380

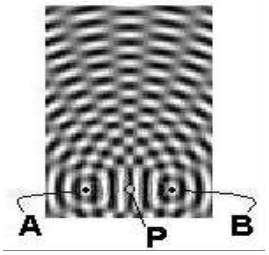


15) (Ufsm)A figura representa, esquematicamente, a quantidade de radiação absorvida (I) por certos tipos de vegetais, em função do comprimento de onda (λ) da radiação eletromagnética proveniente do Sol.
A freqüência, em Hz, que os seres humanos percebem como verde é cerca de:
a) $1,5 \times 10^2$
b) $1,5 \times 10^3$
c) 6×10^5
d) $1,5 \times 10^{11}$
e) 6 × 1014

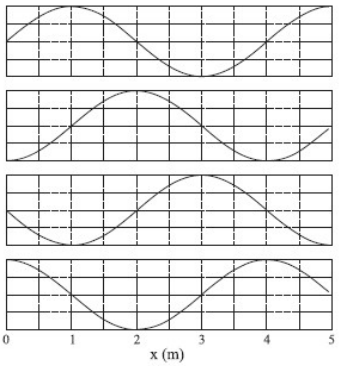


16-(Fuvest-2006) Duas hastes, A e B, movendo-se verticalmente, produzem ondas em fase, que se propagam na superfície da água, com mesma freqüência f e período T, conforme a figura.
No ponto P, ponto médio do segmento AB, uma bóia sente o efeito das duas ondas e se movimenta para cima e para baixo. O gráfico que poderia representar o deslocamento vertical y da bóia, em relação ao nível médio da água, em função do tempo t, é:





17. (UNESP-2007) A propagação de uma onda no mar da esquerda para a direita é registrada em intervalos de 0,5 s e apresentada através da seqüência dos gráficos da figura, tomados dentro de um mesmo ciclo. Analisando os gráficos, podemos afirmar que a velocidade da onda, em m/s, é de

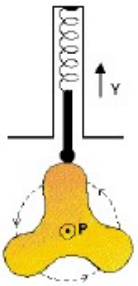


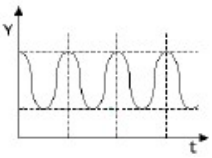
a) 1,5.
b) 2,0.
c) 4,0.
d) 4,5.
e) 5,0.

18. (UFF-RJ) Uma onda se propaga no meio 1, não dispersivo, com velocidade v_1, freqüência f_1 e comprimento de onda λ_1. Ao penetrar no meio 2, sua velocidade de propagação v_2 é três vezes maior que v_1, sua freqüência é f_2 e seu comprimento de onda é λ_2. Logo, conclui-se que:

a) $\lambda_2 = \frac{1}{3}\lambda_1$ e $f_2 = f_1$
b) $\lambda_2 = \lambda_1$ e $f_2 = 3f_1$
c) $\lambda_2 = \lambda_1$ e $f_2 = f_1$
d) $\lambda_2 = 3\lambda_1$ e $f_2 = f_1$
e) $\lambda_2 = \lambda_1$ e $f_2 = \frac{1}{3}f_1$

19. (Fuvest-2001) Uma peça, com a forma indicada, gira em torno de um eixo horizontal P, com velocidade angular constante e igual a π rad/s. Uma mola mantém uma haste apoiada sobre a peça, podendo a haste mover-se apenas na vertical. A forma da peça é tal que, enquanto ela gira, a extremidade da haste sobe e desce, descrevendo, com o passar do tempo, um movimento harmônico simples Y(t) como indicado no gráfico. Assim, a freqüência do movimento da extremidade da haste será de





a) 3,0 Hz
b) 1,5 Hz
c) 1,0 Hz
d) 0,75 Hz
e) 0,5 Hz

20) (Fuvest) O som produzido por um determinado instrumento musical, longe da fonte, pode ser representado por uma onda complexa S, descrita como uma sobreposição de ondas senoidais de pressão, conforme a figura 1. Nela, está representada a variação da pressão P em função da posição, num determinado instante, estando as três componentes de S identificadas por A, B e C.

Figura 1

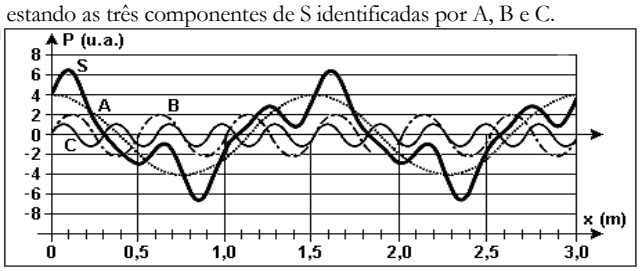
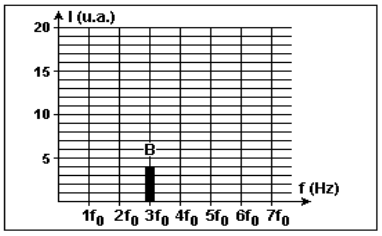


Figura 2

	λ(m)
A	
B	
C	

Figura 3



a) Determine os comprimentos de onda, em metros, de cada uma das componentes A, B e C, preenchendo o quadro na figura 2.
b) Determine o comprimento de onda λ_0, em metros, da onda S.
c) Represente, no gráfico, conforme a figura 3, as intensidades das componentes A e C.

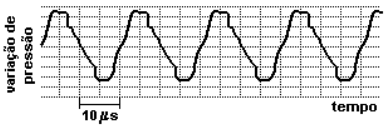
Nesse mesmo gráfico, a intensidade da componente B já está representada, em unidades arbitrárias.

NOTE E ADOTE:
u.a. = unidade arbitrária
Velocidade do som: 340 m/s
A intensidade I de uma onda senoidal é proporcional ao quadrado da amplitude de sua onda de pressão.
A freqüência corresponde à componente que tem menor freqüência.

21. (Fuvest-2002) O som de um apito é analisado com o uso de um medidor que, em sua tela, visualiza o padrão apresentado na figura abaixo. O gráfico representa a variação da pressão que a onda sonora exerce sobre o medidor, em função do tempo, em μs (1 μs = 10^{-6} s).

Analisando a tabela de intervalos de freqüências audíveis, por diferentes seres vivos, conclui-se que esse apito pode ser ouvido apenas por a) seres humanos e cachorros
b) seres humanos e sapos
c) sapos, gatos e morcegos
d) gatos e morcegos
e) morcegos

Seres vivos	Intervalos de Freqüência
cachorro	15 Hz - 45.000 Hz
ser humano	20 Hz - 20.000 Hz
sapo	50 Hz - 10.000 Hz
gato	60 Hz - 65.000 Hz
morcego	1000 Hz - 120.000 Hz



22. (UNESP-2003) Em um exame de audiometria, uma pessoa foi capaz de ouvir freqüências entre 50 Hz e 3 kHz. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é 340 m/s, o comprimento de onda correspondente ao som de maior freqüência (mais agudo) que a pessoa ouviu foi
(A) 3.10^{-2}cm.
(B) 0,5 cm.
(C) 1,0 cm.
(D) 11,3 cm.
(E) 113,0 cm.

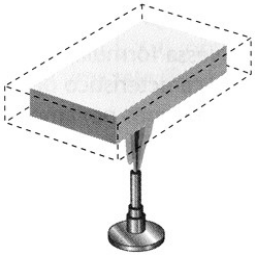
23. (Fuvest-2000) Uma onda eletromagnética propaga-se no ar com velocidade praticamente igual à da luz no vácuo (c=3.10^8 m/s), enquanto o som propaga-se no ar com velocidade aproximada de 330 m/s. Deseja-se produzir uma onda audível que se propague no ar com o mesmo comprimento de onda daquelas utilizadas para transmissões de rádio em freqüência modulada (FM) de 100MHz (100.10^6 Hz). A freqüência da onda audível deverá ser aproximadamente de:
a) 110 Hz
b) 1.033 Hz
c) 11.000 Hz
d) 10^8 Hz
e) 9.10^{13} Hz

UNIDADE 3: FÍSICA TÉRMICA.

1. TERMOFÍSICA: INTRODUÇÃO.

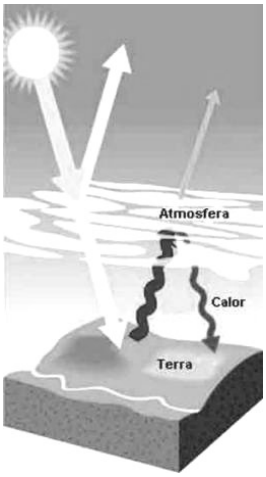
Procuraremos ao longo dos capítulos seguintes, que dizem respeito à Termofísica (ou Física Térmica, ou Termologia), descrever o comportamento de um conjunto de sistemas físicos quando estes estão submetidos a variações de temperatura, pelo contato térmico com o meio no qual está inserido ou com outro corpo.

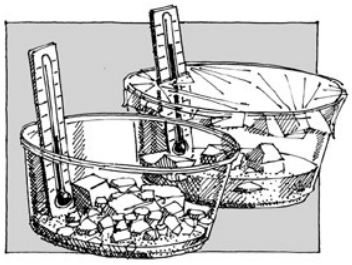
Muitos fenômenos podem ocorrer com a mudança da temperatura de um sistema. Procuraremos abordar alguns dos mais simples. Por exemplo: ao ter a sua temperatura variada um sistema físico, como uma barra de metal, ocorre a variação de seu volume. O tratamento dado pela física a efeitos como este permite desenvolver modelos de fundamental importância para a manipulação da natureza por parte do homem, estando presentes desde os princípios da evolução tecnológica da humanidade..



Esses modelos são utilizados como ponto de partida para modelos mais sofisticados que envolvem a construção de máquinas, pontes, lâmpadas, aquecedores, usinas de geração de energia elétrica, etc. Além disso, servem como método de análise para tratar de importantes problemas tratados inclusive por outras áreas do conhecimento. Questões como os efeitos da variação do clima no planeta, a dinâmica das eras geológicas, questões fundamentais para, por exemplo, a compreensão da evolução da vida no planeta, são formuladas em termos da linguagem desenvolvida no nível da física.

De modo que, através de conceitos que apresentaremos aqui se tem além de ferramentas para resolver testes (que são de grande importância na prática na assimilação o conteúdo formal, além do tocante às famigeradas provas), vão além disto. Consistem de parte significativa da linguagem que possibilita compreender e dialogar com o mundo que o cerca.





TERMÔMETROS E A MEDIDA DA TEMPERATURA

A construção de uma estrutura conceitual que permitisse descrever o comportamento dos materiais quando sua temperatura é variada (através da troca de calor com o meio), parte da admissão de que "a noção de temperatura faz sentido". Ou seja: se você sabe dizer se a temperatura de algo mudou, e que a mudança da temperatura acarreta na observação de outros fenômenos com o corpo em questão, então você está no jogo!

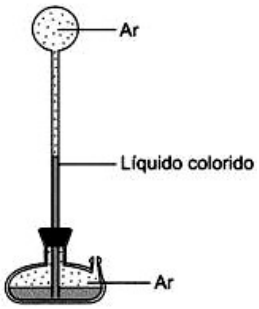
Se a temperatura existe, e se podemos diferenciar um corpo mais quente de outro, então é preciso criar um dispositivo para sua medida. Este é o assunto dessa seção: Os termômetros.

Na Grécia Antiga, há mais de dois mil anos atrás, o homem procurava por um modo de se medir a variação de temperatura atentando para sua inestimável relevância. Àquele momento já se especulava sobre sua natureza, i.e. sobre como compreender sua essência.

"Hoje, dispomos de aparelhos para determinar com precisão a temperatura dos corpos, os chamados termômetros, cujo primeiro deles foi inventado pelo físico e astrônomo italiano Galileu Galilei (1564-1642), em 1592 (...)

Por não adotar nenhuma escala de temperatura, (...) [o termômetro de] de Galileu era mais um termoscópio do que, propriamente, um termômetro."

Bassalo, J. Filardo, "Os Nossos Sentidos, a Realidade e os Termômetros", http://bassalo.com.br



Termoscópio de Galileu representado na prova de vestibular da UNIFESP/06.

A questão sobre a medição mais criteriosa da temperatura de um corpo (ou meio), deixando propostas qualitativas como a do termoscópio de Galileu, avançou os séculos, e no séc. XVIII, René Reaumur, físico francês, chega a um termômetro, medindo a dilatação linear sofrida pelo álcool.

Anos mais tarde, o físico alemão Gabriel Fahrenheit criou um termômetro a base de mercúrio, metal líquido que tem dilatação mais acentuada, o que favorece a precisão das medidas, e, então, décadas depois o sueco Anders Celsius elaborou a escala usada na maior parte dos países, hoje em dia. A unidade da escala é também conhecida como grau centígrado, pelo fato de representar a divisão fundamental em cem partes entre a temperatura de fusão da água pura e de sua temperatura de ebulição (100ºC), ambas tomadas ao nível do mar.

Contudo, foi no séc. XIX com o estudo das máquinas térmicas que o cientista inglês William Thompson, ou lorde Kelvin, dispondo de uma compreensão mais sutil dos processos térmicos, verifica que haveria necessidade de se redefinir a escala de temperatura. Era preciso incorporar a existência de um **zero absoluto**, que corresponderia a mais baixa temperatura atingível (não havendo assim temperaturas negativas nessa escala). Fato que, por exemplo, naturalmente é incorporado na medida do comprimento, onde o zero é o menor número possível.

A compreensão deste fato está ligada à identificação da temperatura como estando relacionada ao movimento interno das estruturas que compõem a matéria: os átomos. Ao conceber-se que existiria a possibilidade de estarem os átomos parados, então por uma extrapolação determinar-se a existência de uma temperatura limite, o zero absoluto do Sr. Thompson.

ESCALAS TERMOMÉTRICAS

Aparentemente parece ser fácil verificar se um corpo está quente ou frio, já que basta pegá-lo. No entanto, em certos casos, podemos nos enganar, como por exemplo, na experiência proposta pelo filósofo inglês John Locke, em 1690:

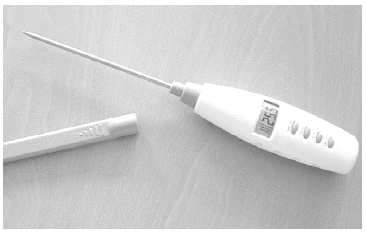
"Admitamos que uma pessoa mergulha uma de suas mãos em água quente e a outra em água fria. Em seguida, se essa pessoa colocar ambas as mãos em um recipiente contendo água em temperatura intermediária, esta lhe parecerá mais fria para a primeira mão e mais quente para a segunda."

(Bassalo, J. Filardo, "Os Nossos Sentidos, a Realidade e os Termômetros", http://bassalo.com.br)

Para medir a temperatura dos corpos utilizamos um dispositivo chamado "termômetro". Ao ser colocado em contato com o corpo durante algum tempo ele entra em equilíbrio térmico com o corpo em questão, ou seja, atingem a mesma temperatura. Observando a dilatação de um fluido conhecido no interior do termômetro (fenômeno que depende da temperatura em que esse fique imerso) pode-se, então, determinar a temperatura do corpo, indiretamente.

Os termômetros, baseados na dilatação de uma coluna de fluido, que são mais usados atualmente são os que medem a altura de uma coluna capilar (capilar = muito fina) de **mercúrio** (vide introdução) em virtude das vantagens desse metal líquido sobre outros fluidos com respeito a esse efeito de dilatação.

Existem outros mecanismos que podem ser utilizados para medir temperaturas, baseados em outros efeitos físicos, como os termômetros digitais.



Não vamos nos fixar no estudo da dilatação da coluna de fluido no termômetro, isso será tema de estudo do próximo capítulo. Iremos neste capítulo nos dedicar ao tratamento da conversão de uma escala de temperatura às outras.

A definição de uma escala de medida é sempre baseada em alguma arbitrariedade, que deve apenas ser assumida claramente para que outras pessoas possam compreendê-la. Assim a adoção de um sistema de unidade em favor de outro passa sempre por questões históricas.

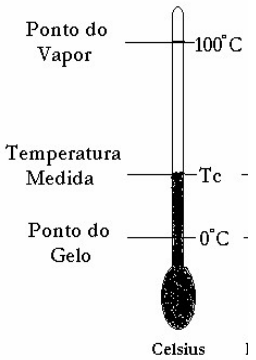
"Somente em 1640, os cientistas da Academia del Cimento da Itália construíram um protótipo do termômetro moderno, usando mercúrio (Hg), porém sem uma escala termométrica definida já que usavam padrões arbitrários, tais como a temperatura do corpo humano e o ponto de fusão da manteiga. Somente em 1701, o físico e matemático inglês Sir Isaac Newton (1642-1727) propôs que as temperaturas de fusão do gelo e a do corpo humano fossem tomadas como padrões referenciais fixos na escala termométrica. É interessante registrar que a famosa escala Celsius (ºC) foi introduzida pelo astrônomo sueco Anders Celsius (1701-1744), em 1742. No início, ele adotou como pontos fixos o ponto de fusão do gelo, considerado por ele como cem (100), e o ponto de ebulição da água, ainda considerado por ele como zero (0). No entanto, foi o botânico sueco Carl von Linné (1707-1778) quem inverteu, em 1743, essa escala termométrica proposta por Celsius".

(Bassalo, J. Filardo, "Os Nossos Sentidos, a Realidade e os Termômetros", http://bassalo.com.br)

A seguir enumeramos três escalas que são comumente usadas modernamente e, adiante, apresentamos a forma de relacioná-las, ou seja, converter uma na outra.

CELSIUS

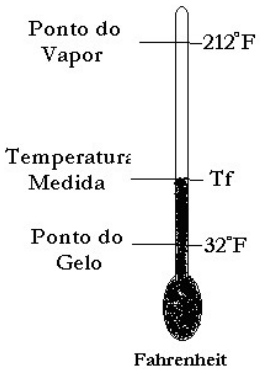
Na escala Celsius adota-se o valor de 0ºC para o ponto de fusão da água (às vezes chamados de ponto do gelo), e 100ºC. Ambas as medidas são feitas sob condições normais de pressão (1atm, a pressão exercida pela atmosfera ao nível do mar).



Assim, o intervalo entre esses dois pontos fixos é de 100 partes iguais, designando a unidade "grau Celsius", ou, em virtude das 100 divisões, "graus centígrados".

FAHRENHEIT

Esta escala foi criada adotando os valores de 0ºF para uma mistura de água, gelo picado e sal. Adota ainda o 100ºF para a temperatura do corpo humano.

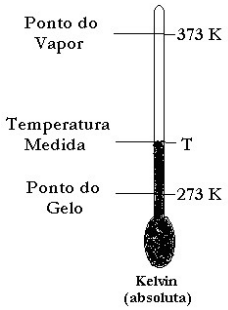


A idéia do Sr. Gabriel Fahrenheit para sua escolha de pontos de referencia provavelmente estaria ligada à tentativa de usar uma mistura próxima à água do mar como padrão. Essa escala é usada em alguns países como os Estados Unidos e Inglaterra.

Na escala Fahrenheit o "ponto do gelo" vale 32ºF e o "ponto do vapor", 212ºF. O intervalo entre estes pontos é, assim, dividido em 180 partes, e a unidade (ou seja, o tamanho de cada um desses pedaços) é, então, chamada de "grau Fahrenheit".

ESCALA ABSOLUTA, OU KELVIN.

A escala absoluta tem sua origem no chamado zero absoluto. Inicialmente obtido teoricamente, trata-se de uma temperatura limite para sistemas físicos: a mais baixa possível, assim como zero é o menor comprimento possível para um corpo físico. Essa temperatura é estimada em aproximadamente -273,15ºC (aproximaremos por -273ºC).



Com a evolução tecnológica pôde-se chegar a temperaturas progressivamente mais baixas, observando-se então, experimentalmente, a consistência física do 'zero absoluto' enquanto limite físico.

A unidade da escala é equivalente à unidade da escala Celsius, com 100 divisões entre o "ponto do gelo" (273K) e o "ponto do vapor" (373K). Em virtude disso é, assim, também uma escala centígrada como a escala Celsius, entretanto não usamos a denominação "grau" nas escalas absolutas, e nem o símbolo (º). De modo que 100K deve ser lido como: '100 kelvin'.

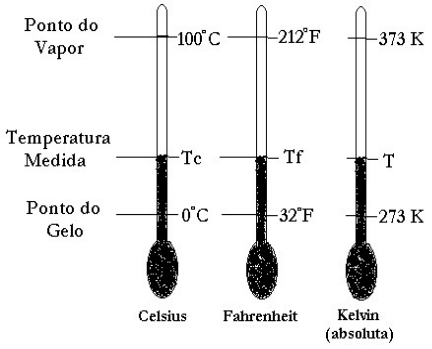
CONVERSÕES ENTRE ESCALAS

Para converter uma temperatura medida em uma escala específica para uma outra escala é preciso estabelecer uma relação entre essas escalas.

Como se faz sempre para converter uma escala de medida qualquer em outra (das ditas 'lineares', no qual o intervalo entre duas marcas consecutivas é sempre constante) lançamos mão de uma da proporção direta (ou regra de três).

Em virtude do desalinhamento entre as escalas apresentadas (o zero de uma não coincide com o zero da outra) é preciso fazer a conversão com um cuidado maior que o que você tem quando converte 'quilograma' para 'grama', ou 'pés' para 'centímetros'.

Considere a figura abaixo onde representamos as três escalas que nos interessam.



Note que na escala Celsius o intervalo [0ºC, Tc] corresponde a uma fração do intervalo [0ºC, 100ºC] que deve ser a mesma que na escala Fahrenheit corresponde ao intervalo [32ºF, Tf] em relação ao intervalo [32ºF, 212ºF]. E, da mesma forma, [273K, T] deve também corresponder à mesma fração do intervalo [273K, 373K].

CELSIUS - FAHRENHEIT

Para considerar a relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit, devemos observar:

Os tamanhos de cada intervalo que representamos na figura acima são proporcionais valendo, cada um:

- O intervalo [0, Tc] tem o tamanho: (Tc – 0)ºC.
- O intervalo [0,100] tem o tamanho: (100 – 0)ºC.
- O intervalo [32, Tf] tem o tamanho: (Tf – 32)ºF.
- O intervalo [32,212] tem o tamanho: (212 – 32)ºF.

Assim usando a igualdade entre as frações relativas à cada escala (vide desenho acima):

$$\frac{Tc-0}{100-0}=\frac{Tf-32}{212-32}\Rightarrow\frac{Tc}{100}=\frac{Tf-32}{180}\Rightarrow\frac{Tc}{5}=\frac{Tf-32}{9}$$

Para quem gosta mais da regra de três pode pensar:

"(Tc – 0)ºC está para (100-0)ºC, assim como (Tf -32)ºF está para (212 -32)ºF". E, em seguida, tomar a proporção direta como sempre se faz nas regras de três.

CELSIUS-KELVIN:

Entre as escalas Celsius e Kelvin, obtemos a relação:

$$T = Tc + 273$$

Essa expressão resulta das mesma análise de proporções que o exercício anterior, entretanto envolvendo as escalas Celsius e Fahrenheit. Monte a conta como no exemplo anterior como exercício para ver se você entendeu. Assim, esse mecanismo é absolutamente geral para converter uma escala em outra.

Exercícios Resolvidos:

R1. (Fuvest) A televisão noticia que a temperatura em Nova York chegou aos 104 graus (naturalmente 104 graus Fahrenheit). Converta para graus Celsius.

a) 44ºC
b) 40ºC
c) 36ºC
d) 30ºC
e) 0ºC

Resolução:

Usando a relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit:

$$\frac{T_C}{5}=\frac{T_F-32}{9}\Rightarrow T_C=5\frac{104-32}{9}\Rightarrow T_C=40^0C$$

item (b) portanto.

R2. Diz que numa certa feita na Sibéria, um sujeito ficou cismado ao ver que um termômetro Celsius marcava o mesmo tanto que um termômetro Fahrenheit. Distraído com o fato o sujeito não pegou nenhuma proteção para o rosto e saiu do iglu... O nariz do sujeito ficou pouco gelado, meio gelado ou muito gelado? Ou seja, qual a temperatura na qual ocorre essa igualdade entre as escalas Celsius e Fahrenheit?

Resolução:

Uma mesma medida nas duas escalas pode ser traduzida com a igualdade: Tc = Tf = x.

Da relação entre as escalas:

$$\frac{T_C}{5}=\frac{T_F-32}{9}\Rightarrow\frac{x}{5}=\frac{x-32}{9}\Rightarrow 9x-5x=160\Rightarrow x=-40^oC$$

Ficou o nariz gelado? Bem, na Sibéria faz muito frio... e, especialmente para um brasileiro, isso é muito gelado.

EXERCÍCIOS

1. (PUC-SP) Dois termômetros, um Celsius correto e um Fahrenheit incorreto, são colocados dentro de um mesmo líquido. Se o termômetro Celsius acusar 40ºC e o Fahrenheit 109,2ºF, o erro percentual cometido na medida pelo termômetro Fahrenheit é de:
a) 5,0%
b) 5,2%
c) 8,4%
d) 72,0%
e) 104,0%

2. (Mackenzie 99) As escalas termométricas constituem um modelo pelo qual se traduz quantitativamente a temperatura de um corpo. Atualmente, além da escala adotada pelo SI, ou seja, a escala Kelvin, popularmente são muito utilizadas as escala Celsius e Fahrenheit. A temperatura, cuja indicação na escala Kelvin é igual à da escala Fahrenheit, corresponde na escala Celsius a:
a) - 40°C
b) 233°C
c) 313°C
d) 301,25°C
e) 574,25°C

3. Estabeleça a relação entre as escalas Reaumur e Celsius, sabendo-se que os pontos de gelo e vapor, na escala Reaumur, valem respectivamente 0ºR e 80ºR.

4. (Fatec 99) Ao aferir-se um termômetro mal construído, verificou-se que os pontos 100°C e 0°C de um termômetro correto correspondiam, respectivamente, a 97,0°C e -1,0°C do primeiro.
Se esse termômetro mal construído marcar 19,0°C, a temperatura correta deverá ser de:
a) 18,4°C
b) 19,4°C
c) 20,4°C
d) 23,4°C
e) 28,4°C

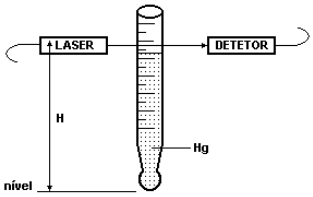
5. (Unifesp 2003) O texto a seguir foi extraído de uma matéria sobre congelamento de cadáveres para sua preservação por muitos anos, publicada no jornal "O Estado de S.Paulo" de 21.07.2002.

Após a morte clínica, o corpo é resfriado com gelo. Uma injeção de anticoagulantes é aplicada e um fluido especial é bombeado para o coração, espalhando-se pelo corpo e empurrando para fora os fluidos naturais. O corpo é colocado numa câmara com gás nitrogênio, onde os fluidos endurecem em vez de congelar. Assim que atinge a temperatura de -321°, o corpo é levado para um tanque de nitrogênio líquido, onde fica de cabeça para baixo.

Na matéria, não consta a unidade de temperatura usada. Considerando que o valor indicado de -321° esteja correto e que pertença a uma das escalas, Kelvin, Celsius ou Fahrenheit, pode-se concluir que foi usada a escala
a) Kelvin, pois trata-se de um trabalho científico e esta é a unidade adotada pelo Sistema Internacional.
b) Fahrenheit, por ser um valor inferior ao zero absoluto e, portanto, só pode ser medido nessa escala.
c) Fahrenheit, pois as escalas Celsius e Kelvin não admitem esse valor numérico de temperatura.
d) Celsius, pois só ela tem valores numéricos negativos para a indicação de temperaturas.
e) Celsius, por tratar-se de uma matéria publicada em língua portuguesa e essa ser a unidade adotada oficialmente no Brasil.

6. (UECE) Uma estudante de enfermagem observa que a temperatura de certo paciente variou, num período, de 5o C. A variação correspondente na escala Fahrenheit será de:
a) 4ºF
b) 9ºF
c) 12ºF
d) 13ºF
e) 180ºF

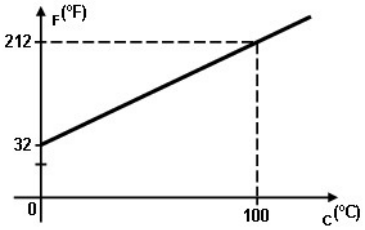
7. (Fatec 2000) Construiu-se um alarme de temperatura baseado em uma coluna de mercúrio e em um sensor de passagem, como sugere a figura a seguir.



A altura do sensor óptico (par *laser*/detector) em relação ao nível, H, pode ser regulada de modo que, à temperatura desejada, o mercúrio, subindo pela coluna, impeça a chegada de luz ao detector, disparando o alarme. Calibrou-se o termômetro usando os pontos principais da água e um termômetro auxiliar, graduado na escala centígrada, de modo que a 0°C a altura da coluna de mercúrio é igual a 8cm, enquanto a 100°C a altura é de 28cm. A temperatura do ambiente monitorado não deve exceder 60°C.

O sensor óptico (par *laser*/detector) deve, portanto estar a uma altura de
a) H = 20cm
b) H = 10cm
c) H = 12cm
d) H = 6cm
e) H = 4cm

8. (Fatec 2003) O gráfico a seguir relaciona as escalas termométricas Celsius e Fahrenheit.



Um termômetro graduado na escala Celsius indica uma temperatura de 20°C. A correspondente indicação de um termômetro graduado na escala Fahrenheit é:
a) 22°F
b) 50°F
c) 68°F
d) 80°F
e) 222°F

9. (Fatec-SP) Um termômetro de mercúrio é calibrado de modo que a temperatura de 0ºC corresponde a 4cm de altura da coluna de mercúrio, enquanto 100ºC correspondem a 8cm de altura da coluna. A função termométrica que relaciona a temperatura t e a altura da coluna h é:
a) t= 25 h - 4
b) t= 100 (h -4)
c) t= 25 h - 25
d) t= 25 h - 100
e) n. d. a.

10. (U. E. Feira de Santana-BA) Um termômetro construído com escala X mede - 20 oX para a temperatura de fusão do gelo ao nível do mar e 40 oX para uma temperatura ambiente de 25 oC. Considerando essa informação, é correto afirmar que a temperatura de vaporização da água, em oX, ao nível do mar, é:
a) 60
b) 80
c) 120
d) 180
e) 220

2. DILATAÇÃO TÉRMICA

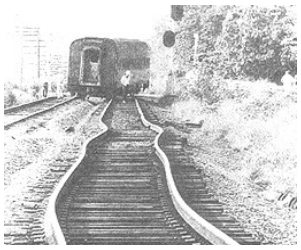
INTRODUÇÃO

Trataremos dos efeitos sentidos pelos materiais decorrentes da variação de sua temperatura: a dilatação ou a contração térmica. Este efeito foi protagonista no capítulo anterior, porque, afinal, a dilatação do capilar de mercúrio o mecanismo físico responsável pelo funcionamento do termômetro que descrevemos.

Uma ferrovia é construída de maneira que entre dois pedaços consecutivos de trilho, exista um espaço deixado livre (ou seja, eles não são postos em contato direto). Da mesma maneira, pontes de concreto, quando razoavelmente extensas, não são construídas em um único bloco. São formadas por vários blocos de concreto, construídos um ao lado do outro, havendo entre dois blocos vizinhos, também, um espaço.

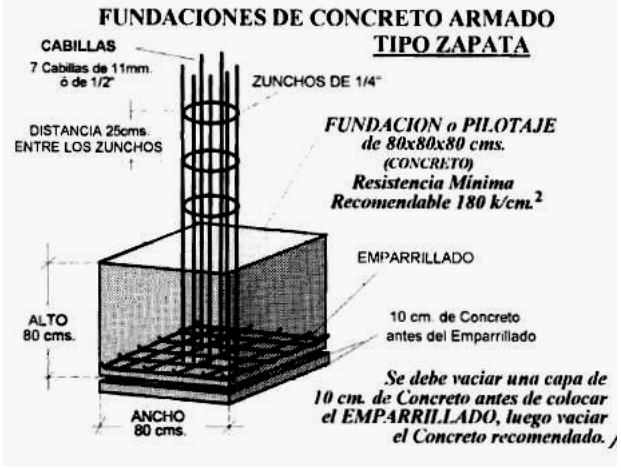
Esses espaços são calculados pelos construtores de linhas férreas para que, sob a ação do calor, quando o aço e o concreto sofrerem um aumento de tamanho (ou seja, de volume) este não leve a um tensionamento da estrutura causando fraturas, ou deformações.

Ou seja: se uma linha férrea fosse construída com os trilhos tocando uns aos outros, a dilatação natural que ocorre quando a temperatura local se eleva para além daquela temperatura do dia em que foram os trilhos assentados, provocaria o entortamento da linha.



Com as pontes aconteceria coisa semelhante. Se uma ponte de concreto fosse construída em um único bloco, a dilatação do concreto, quando a temperatura aumentasse, causaria rachaduras na ponte.

Nas estruturas de **concreto armado**, varetas de ferro entrelaçadas compondo uma armadura que é, então, coberta por concreto. Com isso consegue-se dar mais elasticidade para a estrutura, importante para garantir sua resistência. A escolha do ferro e não de outro metal deve-se pelo fato de que o **coeficiente de dilatação** (uma quantidade que utilizaremos para medir a tendência à dilatação dos corpos)do ferro é próximo do coeficiente do concreto.



DILATAÇÃO LINEAR DE SÓLIDOS

Experimentalmente é possível observar uma regularidade aproximada com relação ao efeito da dilatação de um corpo. Observou-se que dentro de certos limites (que dependem do material considerado) existe uma relação de dilatação na proporção direta do aquecimento/resfriamento (variação da temperatura à que se submete), assim como no comprimento inicial, por exemplo:

(i) A dilatação de uma barra (fina) de ferro de 100 metros, quando submetida a um aquecimento de 10º C, é de aproximadamente 1,2 cm.

(ii) Se a barra tiver 200m, a dilatação será o dobro da anterior, ou seja de aproximadamente, de 2,4cm.

(iii) Se mantivermos o comprimento da barra em 100m, mas se a variação de temperatura for 20ºC, observaremos que a variação do comprimento da barra também será também aproximadamente o dobro do resultado (i), ou seja, 2,4cm.

(iv) Resfriando a barra à temperatura inicial ela volta ao comprimento inicial seguindo as mesmas relações de variação de comprimento para cada grau Celsius reduzido.

Em princípio seria preciso fazer uma tabela para os vários comprimentos finais da barra obtidos para diferentes comprimentos iniciais quando submetidos às mesmas variações de temperatura. Da mesma forma, a partir de um mesmo comprimento inicial tabelar os diferentes comprimentos finais em relação a diferentes variações de temperatura. Dessa maneira se poderia procurar uma relação mais precisa entre a expansão da barra o comprimento inicial e a variação da temperatura.

Ocorre que com o ensaio que iniciamos a discussão introduzimos a mais simples lei de dilatação e que funciona razoavelmente bem para uma grande quantidade de metais: a proporção direta (linear) entre a variação de comprimento de um corpo e o comprimento inicial e a variação da temperatura:

Ou seja, a variação do comprimento (ΔL) é diretamente proporcional ao seu comprimento inicial (L_0) e à sua variação de temperatura (ΔT). Utilizando a notação matemática:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

Contudo, cada material reage de um modo às variações térmicas. Cada material tem uma constante α de proporcionalidade diferente, que **relaciona sua dilatação, com seu tamanho original e com a variação térmica sofrida.** Assim, materiais

que tenham maiores valores de α dilatam e contraem mais do que outros que tenham um valor baixo para a constante α.

O **coeficiente de dilatação linear, α**, tem unidade de inverso de temperatura, ou seja, para a temperatura dada em graus Celsius: $[\alpha] = 1/°C = °C^{-1}$, ou em kelvin: $[\alpha] = K^{-1}$.

Esses coeficientes medidos para alguns materiais conhecidos:

Aço	11×10^{-6}
Alumínio	24×10^{-6}
Chumbo	29×10^{-6}
Cobre	17×10^{-6}
Ferro	12×10^{-6}
Latão	20×10^{-6}
Ouro	14×10^{-6}
Prata	19×10^{-6}
Zinco	64×10^{-6}
Vidro Comum	$9 \quad 10^{-6}\ °C^{-1}$
Vidro Pirex	$3{,}3 \quad 10^{-6}\ °C^{-1}$
Porcelana	$3 \quad 10^{-6}\ °C^{-1}$
Concreto	$12 \quad 10^{-6}\ °C^{-1}$

Note: a característica ordem de grandeza de $10^{-6}°C^{-1}$. Observe que os números acima indicam fatos simples como: O chumbo dilata mais do que o Concreto. A porcelana dilata menos que todos esses. A proximidade entre o coeficiente de dilatação do aço e do concreto justifica a utilização destes materiais nas estruturas de **concreto armado**, note que o ferro poderia ser adequado, entretanto o ferro oxida muito, o que justifica a sua não-utilização.

Nesse capítulo, analisamos o fenômeno da dilatação que ocorre em corpos que são barras, observando que ocorre variação apenas em seu comprimento. Dizemos assim, que apenas uma dimensão dela varia. Um sólido, entretanto, pode dilatar em todas as direções (existem três dimensões independentes). Entretanto como a dilatação depende do comprimento inicial ela será maior na direção que for mais pronunciada. Ou seja, a barra de 100m que utilizamos como protótipo de pensamento no início dessa seção dilata mais ao longo do comprimento do que nas demais direções.

É preciso que generalizemos a idéia da dilatação para objetos que tenham medidas significantes nas demais dimensões como placas (que têm duas dimensões largura e comprimento, ao passo que uma pequena espessura) ou blocos, esferas, ou fluidos em recipientes (que tem as três dimensões igualmente relevantes). Generalizaremos uma de cada vez.

DILATAÇÃO SUPERFICIAL DE SÓLIDOS

Nas superfícies planas, como uma placa, por exemplo, temos duas dimensões, que indicaremos por x e y (largura e comprimento). Acontece que a dilatação linear se dá tanto na largura, quanto no comprimento. E podemos supor que seria igual nas duas direções.

Escrevendo as leis de dilatação linear para cada direção, temos:

Dilatação na largura: $x = x_0 (1+ \alpha\Delta T)$

Dilatação no comprimento: $y = y_0 (1 + \alpha\Delta T)$

E, assim, teremos calculando a área da placa:

$$\text{Área} = \text{Lado x Lado} \Rightarrow A = xy \Rightarrow$$
$$A = [x_0 (1+ \alpha\Delta T)].\ [y_0 (1 + \alpha\Delta T)] \Rightarrow$$
$$A = A_0 (1+ 2\alpha\Delta T + \alpha^2\Delta T^2)$$

Como alfa já é um número pequeno (veja na tabela naquela tabela do final da seção anterior), assim o seu quadrado, α^2, é ainda menor!

Assim para os efeitos práticos e variações de temperatura, por maiores que fossem dentro dos limites razoáveis, ainda assim o termo $\alpha^2\Delta T^2$ permanecerá pequeno e podemos desprezá-lo.

Chamando: $\beta = 2\alpha$ (apenas para simplificar), temos:

$$A = A_0(1+ \beta\Delta T)$$

Que pode ser reescrita:

$$\Delta A = A_0\beta\Delta T$$

β é o chamado **coeficiente de dilatação superficial**, e a unidade é a mesma que a unidade da dilatação linear, ou seja: inverso de temperatura. Por exemplo: $[\beta] = °C^{-1}$ ou $[\beta]=K^{-1}$.

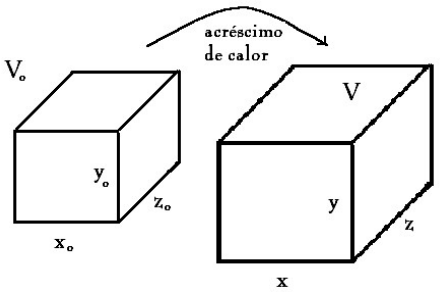
É importante observar que a relação que nos permitiu definir β, foi: $\beta = 2\alpha$. Portanto, a partir da tabela do final da seção anterior com os valores de α, nos permite calcular para qualquer material o valor correspondente do coeficiente de dilatação linear.

Observe que fizemos uma hipótese de que a <u>dilatação no plano ocorre segundo o mesmo coeficiente dilatação nas duas direções e independentemente</u>, isso nem sempre é verdade, mas esse caso já nos é suficiente.

DILATAÇÃO VOLUMÉTRICA DE SÓLIDOS

De modo análogo, ao apresentado na seção anterior, para os planos chegamos, escrevendo as equações para dilatação em cada uma das direções segundo o coeficiente de dilatação linear α do material, calculando o volume deste corpo V = x.y.z:

$$V= V_0(1 + 3\alpha\Delta T + 3\alpha^2\Delta T^2 + \alpha^3\Delta T^3)$$



A verificação disso é deixada pra você, é só álgebra.

Dessa forma, desprezando os termos que contém os coeficientes $\alpha^2\Delta T^2$ e $\alpha^3\Delta T^3$ (lembre-se: são desprezíveis, porque α é pequeno). E fazendo $\boldsymbol{\gamma = 3\alpha}$, temos que a variação de volume de um sólido é:

$$\Delta V= V_0\gamma\Delta T$$

Note, assim, que a dilatação volumétrica é proporcional ao seu volume inicial, bem como a dilatação superficial é proporcional à área inicial da superfície.

Da mesma forma que nos outros dois casos o coeficiente de dilatação γ, **agora coeficiente de dilatação volumétrica**, é medido com **unidade de inverso de temperatura**. Por exemplo: $[\gamma] = °C^{-1}$ ou $[\gamma] = K^{-1}$.

Como antes fora observado que sofreram maior dilatação, ou contração, materiais que possuem maiores coeficientes de dilatação volumétrica. Observe, ainda, que a relação de usamos para definir γ ($\gamma = 3\alpha$) nos permite conhecer a tabela de coeficientes de dilatação linear para obter o coeficiente de dilatação volumétrica para esses materiais.

DILATAÇÃO VOLUMÉTRICA DE LÍQUIDOS

Os líquidos seguem uma lei de variação de volume igual à dos sólidos, em casos onde a variação de temperatura não é muito grande. Ou seja:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta T$$

De um modo geral, os **líquidos dilatam mais que os sólidos**, por exemplo (para α):

Mercúrio	$180 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}
Glicerina	$490 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}

Compare esses números com valores típicos da tabela de coeficientes de dilatação linear para outros materiais.

RESUMO

Nesse capítulo, fizemos muitas contas, mas note você não precisa decorar esses passos todos. A finalidade indicar como podemos generalizando passo-a-passo uma idéia. Procure perceber a simplicidade dessa construção, onde cada passo foi dado retomando o anterior e fazendo, inclusive, a mesma coisa que o anterior só que acrescentando uma dimensão espacial nova a cada passo.

Por fim, que o mais importante é notar que a forma de todas as equações são parecidas (todas proporções diretas). Isso faz com que não precisem ser encaradas como cinco equações (três de dilatação e duas que relacionam α, β e γ), mas como apenas uma (proporção direta), mais as relações:

$\beta = 2\alpha$ => dilatação superficial (2D, bi-dimensional).

$\gamma = 3\alpha$ => dilatação volumétrica (3D, tri-dimensional).

Entenda por fim, que você perceber o comportamento da dilatação em relação aos diferentes materiais, quem dilata mais. Por exemplo; Explique porque a tampa de metálica dos vidros de conserva é facilmente retirada quando aquecida.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1. O comprimento de uma barra metálica à 0ºC é de 2000 mm e a 100ºC é de 2001 mm. O coeficiente de dilatação linear dessa barra, em ºC^{-1}.

a) 1×10^{-6} b) 4×10^{-6} c) 5×10^{-6} d) 3×10^{-6} e) 2×10^{-6}

Resolução:

Usando a lei para a dilatação linear: $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$,

L = 2000 mm à 0ºC

L = 2001 mm à 100ºC

Logo existe uma dilatação ao passar de 0oC a 100ºC (ΔT = 100ºC) de:

ΔL = 2001mm – 2000mm => ΔL = 1mm. Onde L_0= 2000mm.

Assim, usando: $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$, vem:

1mm = α.2000mm.100ºC => $\alpha = 1/(2.10^5 ºC)$ => $\alpha = 5.10^{-6}$ºC

Portanto é o item (c).

EXERCÍCIOS

1. (Puc-MG) O coeficiente de dilatação volumétrica do ferro é 34×10^{-6} ºC^{-1} e o invar (liga de ferro e níquel) é 27×10^{-6} ºC^{-1}.Um parafuso de ferro está emperrado em uma porca de invar. Para soltar o parafuso, deve-se:

a) aquecer igualmente as duas peças.
b) resfriar igualmente as duas peças.
c) aquecer somente o parafuso.
d) resfriar a porca e aquecer o parafuso.
e) aquecer somente a porca.

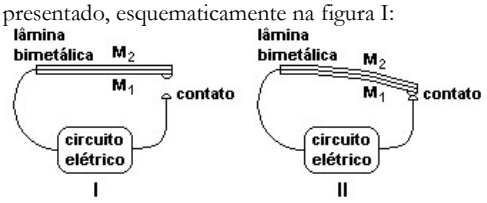
2. (PUC-RS) Uma barra de ferro mede 1,0 m a 10ºC. Considerando o coeficiente de dilatação linear do ferro igual a $1,2 \times 10^{-5}$ ºC-1. Pode-se afirmar que a variação de comprimento dessa barra, quando a temperatura aumentar para 110ºC, será de:

a) $1,2 \times 10^{-5}$ m b) $1,2 \times 10^{-1}$ m c) $1,2 \times 10^{-2}$ m
d) $1,2 \times 10^{-3}$ m e) $1,2 \times 10^{-4}$ m

3. (ITA-SP) Você é convidado a projetar uma ponte metálica, cujo comprimento será de 2,0 km. Considerando os efeitos de contração e expansão térmica para temperaturas no intervalo de -40ºF e 110ºF e o coeficiente de dilatação linear do metal, que é de 12×10^{-6} ºC^{-1}, qual é a máxima variação esperada no comprimento da ponte?

a) 9,3 m b) 6,5 m c) 3,0 m d) 0,93 m e) 2,0 m

4. (Ufmg 2003) Uma lâmina bimetálica é constituída de duas placas de materiais diferentes, M1 e M2 presas uma à outra. Essa lâmina pode ser utilizada como interruptor térmico para ligar ou desligar um circuito elétrico, como representado, esquematicamente na figura I:



Material	α (10^{-6} °C^{-1})
Aço	11
Alumínio	24
Bronze	19
Cobre	17
Níquel	13

Quando a temperatura das placas aumenta, elas dilatam-se e a lâmina curva-se fechando o circuito elétrico, como mostrado na figura II.

Esta tabela mostra o coeficiente de dilatação linear ‘ de diferentes materiais:

Considere que o material M1 é cobre e o outro, M2 deve ser escolhido entre os listados nessa tabela.

Para que o circuito seja ligado com o MENOR aumento de temperatura, o material da lâmina M, deve ser o

a) aço. b) alumínio. c) bronze. d) cobre e) níquel

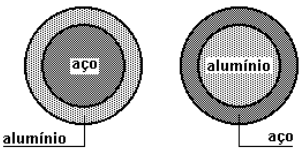
5. (Puc-SP 2003) Experimentalmente, verifica-se que o período de oscilação de um pêndulo aumenta com o aumento do comprimento deste. Considere um relógio de pêndulo, feito de material de alto coeficiente de dilatação linear, calibrado à temperatura de 20 °C. Esse relógio irá

a) atrasar quando estiver em um ambiente cuja temperatura é de 40 °C.
b) adiantar quando estiver em um ambiente cuja temperatura é de 40 °C.
c) funcionar de forma precisa em qualquer temperatura.
d) atrasar quando estiver em um ambiente cuja temperatura é de 0 °C.
e) atrasar em qualquer temperatura.

6. (Uerj 2000) Uma torre de aço, usada para transmissão de televisão, tem altura de 50m quando a temperatura ambiente é de 40°C. Considere que o aço dilata-se, linearmente, em média, na proporção de 1/100.000, para cada variação de 1°C. À noite, supondo que a temperatura caia para 20°C, a variação de comprimento da torre, em centímetros, será de:

a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5

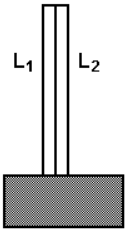
7. (Puc-PR 2003) O coeficiente de dilatação térmica do alumínio é, aproximadamente, o dobro do coeficiente de dilatação térmica do aço. A figura mostra duas peças onde um anel feito de um desses metais envolve um disco feito do outro metal. À temperatura do ambiente, os discos são presos aos anéis.



Se as duas peças forem aquecidas uniformemente, é correto afirmar:

a) apenas o disco de aço se soltará do anel de alumínio.
b) apenas o disco de alumínio se soltará do anel de aço.
c) os discos se soltarão dos respectivos anéis.
d) os discos permanecerão presos sem soltar por maior que seja o aumento de temperatura.
e) os metais entrarão em fusão antes de se soltarem.

8. (Ufpi 2001) Duas lâminas metálicas são coladas como indica a figura. O material da lâmina L1 tem coeficiente de dilatação maior do que o da lâmina L2. À temperatura ambiente as lâminas estão verticais. A temperatura é, então, elevada e em seguida diminuída até abaixo da temperatura ambiente. Durante o processo descrito, podemos afirmar que ambas as lâminas se encurvam, inicialmente, para:



a) a direita e ali permanecem.
b) a esquerda e ali permanecem.
c) a esquerda e depois para a direita.
d) a esquerda e depois retornam à vertical.
e) a direita e depois para a esquerda.

9. (Fatec-SP) Três barras retas de cobre são interligadas de modo a formarem um triângulo isósceles de base 10 cm e altura 12 cm. Elevando-se a temperatura do sistema:
a) a base e os lados sofrem dilatações iguais.
b) a área se conserva.
c) os ângulos se mantêm.
d) o ângulo do vértice varia menos do que os ângulos da base.
e) n.r.a

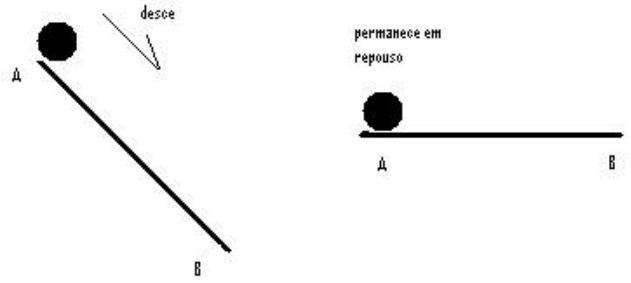
10. (Ufrs 96) Um recipiente de vidro, cujas paredes são finas, contém glicerina. O conjunto se encontra a 20°C. O coeficiente de dilatação linear do vidro é $27x10^{-6}ºC^{-1}$ e o coeficiente de dilatação volumétrica da glicerina é $5,0x10^{-4}ºC^{-1}$. Se a temperatura do conjunto se elevar para 60°C, pode-se afirmar que o nível da glicerina no recipiente.
a) baixa, porque a glicerina sofre um aumento de volume menor do que o aumento na capacidade do recipiente.
b) se eleva, porque a glicerina aumenta de volume e a capacidade do recipiente diminui de volume.
c) se eleva, porque apenas a glicerina aumenta de volume.
d) se eleva, apesar da capacidade do recipiente aumentar.
e) permanece inalterado, pois a capacidade do recipiente aumenta tanto quanto o volume de glicerina.

3. CALORIMETRIA

CONCEITO DE CALOR

Quando dois corpos a temperaturas diferentes são colocados em contato térmico, verifica-se que, após certo tempo, ambos adquirem a mesma temperatura, denominada, assim, temperatura de equilíbrio térmico. Nesse momento cessa a mudança de temperatura de ambos, como se deixasse de existir a causa (desequilíbrio) que permite um influenciar termicamente o outro.

Fazendo uma analogia com o movimento de um corpo: o desequilíbrio entre os dois pontos extremos de uma rampa inclinada faz a bolinha correr do ponto mais alto para o ponto mais baixo da rampa. Porém se os extremos da rampa estiverem alinhados ela não corre.



Da experiência sabemos que o corpo mais frio sempre esquenta, da mesma forma como a bolinha na figura da esquerda no esquema acima sempre desce estando a extremidade B abaixo de A.

Existe uma forma de aproximar esses problemas (bolinha e fluxo de calor) utilizando uma linguagem compatível, a saber, o estabelecimento da quantidade chamada Energia. Diremos daqui por diante que ao esfriar um corpo perde energia e ao esquentar ganha energia. A quantidade de energia que é transferida de um a outro é chamada de CALOR.

A energia térmica, portanto, se distribui entre esses dois corpos enquanto esses tiverem trocando calor (indo sempre do mais quente para o mais frio). Quando ambos apresentam uma mesma quantidade de energia estão à mesma temperatura e, assim, o calor deixa de ser trocado (ou ainda, recebe-se a mesma quantidade de calor que se perde para o outro corpo).

O conceito de energia vai reaparecer durante todo o curso, em virtude de ser uma das quantidades que atravessam a física toda, satisfazendo aquela que é sua **característica mais fundamental: o princípio de conservação**. A energia não é criada e não é perdida.

PRINCÍPIO DA TROCA DE CALOR

Para representar o calor matematicamente usaremos a letra Q. Como observado na introdução acima: **Calor é energia térmica trocada entre dois corpos a temperaturas diferentes**. Ou seja, é a energia térmica em trânsito de um corpo (ou sistema) a outro.

O calor é medido em unidades com as quais se mede a energia em física. São unidades típicas o Joule (J) (no SI), ou a caloria (cal).

$$1cal = 4,186J$$

A unidade Joule é criada no contexto da mecânica, então sua definição será deixada para diante. A unidade pode, entretanto, ser usada dentro desse contexto da termofísica, na medida em que é simplesmente uma unidade de medida.

A unidade "caloria" por sua vez é definida dentro da calorimetria. É especialmente famosa por ter seu múltiplo 'quilocaloria', ou *kcal*, estampada nas embalagens de comida. A caloria é definida por:

1 cal é a quantidade de calor (i.e. de energia) necessária para aumentar em 1ºC a temperatura de 1g de água.

A RELAÇÃO ENTRE CALOR E VARIAÇÃO DA TEMPERATURA.

Como a absorção/perda de energia levaria ao aumento/diminuição da temperatura de um corpo?

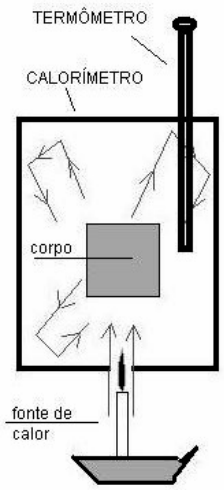
Faremos um modelo para isso (como sempre!), ele terá seus limites de validade, mas o que nos interessa é ter um modelo simples que especialmente nos permita desenvolver a linguagem para descrever os fenômenos físicos.

Considere um aparato que nos permita agir termicamente sobre os objetos colocados em seu interior e que também evite que esses percam ou recebam calor do meio externo calor para o meio externo.

A esse recipiente isolante dá-se o nome de "calorímetro".

No esquema ao lado as setas representam o calor que flui e é refletido pelas paredes do calorímetro.

Note assim que esse sistema permite que façamos medidas sobre o aumento da temperatura de um corpo quando submetido a uma fonte constante de calor. Isso permite que saibamos que tipo de relação existiria entre o calor absorvido e a variação correspondente na temperatura.



A EQUAÇÃO DE ESTADO

Considere dois corpos feitos com o mesmo material em quantidades distintas, ambos mantidos isolados da perda de calor para o meio externo. Suponha que estivessem inicialmente a uma mesma temperatura, por meio do acondicionamento em um calorímetro.

Se fossem submetidos esses dois corpos ao aquecimento por uma mesma fonte de calor durante um mesmo intervalo de tempo **qual estaria mais quente ao final do processo?**

Você deve ter respondido o mesmo que eu: **o menor**, isso é o que **tiver menor quantidade de matéria**.

Verifica-se da experiência que é possível expressar essa relação por uma **proporção inversa** entre a quantidade de matéria e a variação da temperatura.

(mais matéria => menor a variação da temperatura).

Uma quantidade que permite que diferenciemos a quantidade de matéria em um corpo é a massa. A massa é medida usando balanças (que todos conhecem) e são usadas como unidades para expressar essa medida: gramas (g), quilogramas (kg), libras (lb), toneladas (ton), etc...

No Sistema Internacional de Unidades (SI) a unidade padrão é o quilograma (kg). Representaremos a massa daqui por

diante pela letra "m" (assim como será designada essa quantidade em Mecânica).

Expressando essa proporção inversa com os símbolos matemáticos:

$$m.\ \Delta T = \text{constante}$$

Da mesma forma espera-se que o **calor absorvido** para uma mesma variação de temperatura a partir de **massas distintas** tenha de ser maior para aquele que tiver maior massa. Ou seja: **proporção direta**.

$$Q = \text{constante}.\ m$$

Dessas duas relações segue, portanto:

$$Q = \text{constante}.\ m.\ \Delta T$$

Entretanto, espera-se ainda que o tipo de material do qual é feito o corpo influencie na quantidade de calor absorvido. Por exemplo: mesmas quantidades de ouro e de vidro, não esquentam igualmente se submetidas a uma mesma fonte de calor.

De maneira que se ajusta a equação anterior a essa idéia fazendo, simplesmente, o fator constante depender de cada material.

Chamaremos essa constante de **calor específico**, que dependerá de cada material, representaremos essa constante pela letra **c.** Assim:

$$\boxed{Q = mc\Delta T}$$

Enfim que, c depende do material considerado, ΔT corresponde na 'variação de temperatura'. i.e.:

$$\Delta T = T_{FINAL} - T_{INICIAL},$$

Algumas considerações:

1) Observe a convenção de sinais contida nessa equação:

Se: $T_{FINAL} > T_{INICIAL} \Rightarrow \Delta T > 0 \Leftrightarrow Q > 0$; o corpo **absorve** calor.
Se: $T_{FINAL} < T_{INICIAL} \Rightarrow \Delta T < 0 \Leftrightarrow Q < 0$; o corpo **perde** calor.

2) Quanto **menor o calor específico** de um corpo **maior é a variação na temperatura** desse corpo para uma dada quantidade de calor fornecida.

3) O calor específico da água é 1cal/g °C, pela própria definição de caloria!

Lembre-se que "1cal é a energia absorvida por um grama de água quando submetida a uma variação de temperatura de 1°C". Ou seja:

$$Q = m\ c\ \Delta T \Rightarrow 1\ \text{cal} = 1\text{g}.\ c_{ÁGUA}\ .\ 1^{o}\text{C} \Rightarrow$$
$$c_{ÁGUA} = 1\ \text{cal/g.}^{o}\text{C}$$

4) A unidade de calor específico pode ser, portanto, por exemplo: [c] = cal/g.°C, ou (no SI) [c]= J/kg.K

O calor específico da água no SI fica dessa forma:

$$1\ \text{cal} = 4{,}2\ \text{J}$$
$$1000\ \text{g} = 1\text{kg} \Rightarrow 1\ \text{g} = 1\ \text{kg}/\ 1000$$
$$1^{o}\text{C} = 1\text{K}$$ (E aí o que você acha disso?)

Assim:

$$c_{ÁGUA} = 1\ \text{cal/}\ g^{o}\text{C} = 1\ .\ (4{,}2\text{J})/(1\text{kg}/1000).(\text{K}) \Rightarrow$$
$$c_{ÁGUA} = 4200\ \text{J/kg.K}$$

A tabela seguinte apresenta os calores específicos de alguns materiais de interesse. A tabela está em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).

Metais à 20º C

metais	Símbolo	c ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
Alumínio	Al	896
Prata	Ag	234
Cobre	Cu	385
Ferro	Fe	460
Mercúrio	Hg	138
Ouro	Au	130
Platina	Pt	134
Silício	Si	753

Líquidos à 20º C

Nome	c ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
Acetona	2210
Etanol	2427
Benzeno	1672
Éter	2260
Glicerol	2344

Pela consideração (2) você deve tirar dessa que tabela existem condições de verificar se nossas idéias têm coerência com a sua experiência diária.

O que esquenta mais se você deixar debaixo do sol (que é uma fonte de calor): um copo de glicerina ou uma mesma quantidade de um metal qualquer? Naturalmente que o metal esquenta mais.

Observe que de todas essas substâncias a água é a que tem o maior calor específico de todos. Isso significa que é a que menos sofre variação em sua temperatura, ou seja, é dotada de grande estabilidade térmica.

Não é difícil imaginar o motivo pelo qual esse fato representa um aspecto crucial para os organismos vivos! Lembre que em organismos vivos existe uma grande sensibilidade a variações da temperatura em virtude da necessidade da estabilidade das moléculas e da velocidade das reações que compõem os ciclos bioquímicos do metabolismo. Como a água é o solvente presente no interior das células vivas (o mais abundante líquido no interior da maior parte das células vivas), portanto, estas células incorporam muito da estabilidade térmica da água que as preenche.

A CAPACIDADE TÉRMICA

Chegamos na seção anterior à equação: $Q = mc\Delta T$. É usual reescrever essa expressão em termos de uma outra quantidade, denominada **capacidade térmica**, representada pela letra C:

$$Q = C\ \Delta T$$

Representando a equação dessa forma, temos **uma expressão que independe da massa de matéria considerada**, sintetizando, assim, apenas a relação entre a quantidade de calor absorvido e a variação da temperatura verificada.

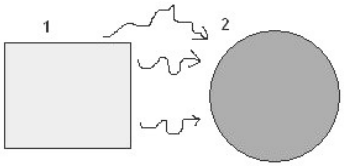
Para obter essa expressão, portanto, temos que a relação entre a capacidade térmica e o calor específico é dada por:

$$c = C/m$$

A TROCA DE CALOR ENTRE CORPOS

Retomando o problema de dois corpos em contato térmico que trocam calor até que atinjam o equilíbrio térmico, vamos incorporar a descrição que demos para a absorção/perda de energia por parte de um corpo e a relação desta com a variação da temperatura observada.

Se os corpos que trocam calor encontram-se termicamente isolados do meio externo, então assumimos que todo o calor que sai de um vai para o outro.



Caso houvesse o contato direto entre os corpos também existe transferência de calor. Ou seja, com ou sem contato material.

Se forem dois corpos (1) e (2). Estando o corpo (1) a uma maior temperatura que a de (2), então (1) perde calor para o corpo (2). Assim, se dissermos que todo calor que um ganhar o outro perdeu, então:

$$Q^{(1)}_{(RECEBIDO)} - Q^{(2)}_{(CEDIDO)} = 0$$

Essa expressão sintetiza, portanto, uma idéia importante: a de que o calor não some, não desaparece... Ou seja: é **conservado**.

Com a convenção de sinais que introduzimos acima (baseadas no sinal da quantidade ΔT, c.f. visto no final da última seção), segue: (sempre) que :

CALOR RECEBIDO TEM SINAL ALGÉBRICO POSITIVO

CALOR PERDIDO TEM SINAL ALGÉBRICO NEGATiVO.

De modo que o sinal da equação da conservação do calor trocado acima entre dois corpos, em contato térmico e isolados do meio externo, fica simplesmente representada por:

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

Para três corpos: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

Para N corpos: $Q_1 + Q_2 + ... + Q_N = 0$

EXERCÍCIOS RESOLVIDO

R1. Considere dois corpos idênticos de massa m1 e m2, inicialmente a temperaturas T1 e T2, respectivamente. Qual a temperatura T do equilíbrio térmico?

Resolução:

$$Q_1 + Q_2 = 0$$
$$m_1 \cdot c \cdot (T_f - T_1) + m_2 \cdot c \cdot (T_f - T_2) = 0$$
$$(m_1 + m_2) \cdot T_f = m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2$$
$$T_f = \frac{m_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot T_2}{(m_1 + m_2)}$$

O resultado consiste, assim, numa MÉDIA PONDERADA pelas massas.

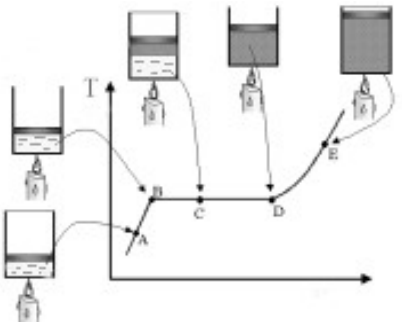
MUDANÇA DE FASE

Para derreter uma quantidade de gelo ou evaporar uma quantidade de água sabemos que é preciso fornecer energia seja ao gelo, seja à água. Igualmente é preciso retirar energia da água em seu estado líquido para que ela congele.

Desse modo podemos descrever as mudanças de estado físico com uma abordagem próxima da anterior, a partir de equações que envolvam, novamente, proporções diretas.

Contudo, é importante observar que durante mudanças de estado físico (gás pra líquido, líquido pra sólido, etc.), **substâncias puras (i.e. que não são misturas) mantêm a sua temperatura aproximadamente constante**.

Por exemplo, considere o aquecimento de uma certa quantidade de água em um pistão passando pelas temperaturas onde ocorre mudança de fase:



No trecho **AB** tem-se o aquecimento da água até por volta de 100ºC (**B**). Em seguida começa a haver a produção de vapor d'água (**C**) ficando a temperatura constante. Ou seja, toda energia dada ao sistema pela fonte de calor, a vela em nosso desenho, está sendo usada para transformar água em vapor. Ao fim do processo todo o gás deverá haver mudado de estado é que a temperatura volta a se elevar, agora esquentando o gás (vapor d'água).

Note: Nessa descrição <u>não existe competição pela energia fornecida</u> pela fonte ao sistema <u>entre os diferentes fenômenos envolvidos</u>: esquentar a água, esquentar o vapor d'água e mudar a água líquida de fase para o vapor. Isso soa estranho não? Porque um seria levado a esperar o outro acabar? Que tipo de barreira isolaria o gás do calor que está entrando no sistema? Caro curioso que veio gastar as vistas aqui nessa nota: não se deve perder de vista que a água está em contato com o vapor, e assim ao ficar o vapor mais quente que a água líquida à 100ºC passa a perder energia para ela! Ou seja, temos certo equilíbrio entre os fluxos de energia vindos do exterior (fonte de calor) e das trocas internas de calor. Essa descrição simplificadora que assumimos de separar completamente um fenômeno (esquentar) de outro (mudar de fase) tem, portanto, um valor no cômputo de todo o fenômeno desprezando as potencialmente complicadas dinâmicas internas do sistema.

A quantidade de matéria que muda de estado, então, é proporcional à quantidade de calor disponibilizada no processo. A proporcionalidade é ajustada por uma quantidade que então designamos por **calor latente** (**L**), e a lei se expressa como:

$$Q = mL$$

O **calor latente depende do material considerado**. Por exemplo: um bloco de gelo de 100g à 0ºC transforma-se em 100g de água líquida, à 0ºC, ao receber cerca de 8000 calorias de uma fonte de calor.

Assim, o calor latente de fusão do gelo é:

Q = mL => 8000cal = 100g. L => L = 80 cal/g.

Para evaporar água, temos outro processo de mudança de fase que é independente da fusão, e, portanto, será descrito por outro valor de calor latente.

A quantidade de energia para congelar uma quantidade de água (transformar água em gelo) é a mesma quantidade para fundir o gelo (transferência do gelo para a água).

Para evaporar 100g de água à 100ºC, consome-se 54000cal, muito mais, portanto, do que a energia gasta para congelar a mesma quantidade de água. Calculando o calor latente:

Q = mL => 54000cal = 100g. L => L = 540 cal/g

Na tabela abaixo temos valores para o calor latente de várias substâncias.

Substância	Calor Latente de Fusão (cal/g)	Ponto de Fusão (°C)	Ponto de Vaporização (°C)	Calor Latente de Vaporização (cal/g)
água	80	0	100	540
álcool	25	-114	78	204
alumínio	95	659	-	-
cloreto de sódio	124	800	-	-
cobre	49	1 083	2 595	1 288
ferro	64	1 535	3 000	1 508
hidrogênio	14	-	-253	108
mercúrio	2,7	-39	357	70
nitrogênio	6,1	-210	-196	48
ouro	15	1 063	2 966	376
oxigênio	3,3	-219	-183	51
prata	21	961	2 212	559

Exercício Resolvido

R2. Um pedaço de gelo de 200g a 0ºC é deixado ao sol e depois de algum tempo verifica-se que ele está reduzido a um fragmento de 50g. Sabendo-se que o calor latente de fusão do gelo é de 80 cal/g, pode-se afirmar que a quantidade de calor absorvida pelo gelo é, em calorias, de:
a) 4 000 b) 8 000 c) 16 000 d) 12 000 e) 20 000

Resolução

Como restam 50g, e inicialmente tinha-se 200g segue que derreteram 150g.

$$Q = mL \qquad Q = 150 \cdot 80 \qquad Q = 12000cal$$

Item (d) portanto.

R3. (Unesp 2004) Um recipiente de capacidade térmica desprezível e isolado termicamente contém 25 kg de água à temperatura de 30°C.
a) Determine a massa de água a 65°C que se deve despejar no recipiente para se obter uma mistura em equilíbrio térmico à temperatura de 40°C.
b) Se, em vez de 40°C, quiséssemos uma temperatura final de 20°C, qual seria a massa de gelo a 0°C que deveríamos juntar aos 25 kg de água a 30°C?

Considere o calor específico da água igual a 4,0 J/g.°C e o calor latente de fusão do gelo igual a 320 J/g.

Resolução:

a) *ÁGUA (30ºC, 25 kg) + ÁGUA (65ºC, M) => ÁGUA (40ºC).*

Q=mcΔT (aquecimento/esfriamento)

$$Q_A + Q_B = 0$$

$$25.10^3 \cdot 4 \cdot (40-30) - M \cdot 4 \cdot (40-65) = 0 \Rightarrow 25 \cdot M = 25 \cdot 10^4 \Rightarrow M = 10kg$$

b) *ÁGUA (30ºC, 25 kg)+GELO (0ºC, M)=esfria/derrete= 1 >*
ÁGUA (T_1, 25kg) + ÁGUA(0ºC,M) =esfria/esquenta= 2 >
ÁGUA (20ºC,25kg) + ÁGUA (20ºC, M) (equilíbrio)

(1) derretimento/esfriamento, Q = mL/ Q =mcΔT

$$Q_A + Q_B = 0$$

$$25.10^3 \cdot 4 \cdot (T_1 - 30) + M \cdot 320 = 0 \;\Rightarrow\; T_1 = 30 - \frac{320M}{10^5}$$

Note que determinamos a temperatura em termos da massa de gelo, que é a pergunta que procuramos responder. Usando o processo (2) onde conhecemos a temperatura final (20ºC) podemos determinar o valor de M

(2) aquecimento/esfriamento

$$Q_A + Q_B = 0$$

$$25.10^3 \cdot 4 \cdot (20 - T_1) + M \cdot 4 \cdot (20-20) = 0, \; mas: T_1 = 30 - \frac{320M}{10^5}$$

$$10^5\left[20 - \left(30 - \frac{320M}{10^5}\right)\right] + 80M = 0 \;\Rightarrow\; -10 \cdot 10^5 + 320M + 80M = 0 \Rightarrow$$

$$M = \frac{100 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^2} = 2500g = 2,5kg$$

Portanto com 2,5kg de gelo misturados à 25kg de água à 30ºC teremos apenas água à 20ºC estabelecido o equilíbrio térmico.

POTÊNCIA E ENERGIA

Uma fonte de energia, como por exemplo: uma resistência de chuveiro, um aquecedor elétrico, o sol, uma chama qualquer, etc... Pode ceder a um sistema uma quantidade energia a uma taxa constante a cada instante de tempo.

A energia cedida por uma fonte por instante de tempo chamamos de potência, e podemos defini-la matematicamente por:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

A unidade de medida da potência no SI, é: [P] = J/s =W.

Essa quantidade J/s ('joule por segundo') é0 chamada 'watt', representada pela letra 'W', i.e.:

1J/s =1W.

Observações

1) Esse conceito de potência é geral, e assim, ao dizer que uma lâmpada tem 100 watts, significa que ela a cada segundo consome 100 joules de energia.

2) A Terra absorve energia radiante do Sol a um regime de 173x1015 W, emitindo uma quantidade idêntica. Esta é também uma condição do equilíbrio, no qual, portanto, a temperatura da terra permanece próxima a um valor constante, um 'equilíbrio dinâmico'. A Energia emitida pelo planeta (jogado de volta ao espaço) depende da temperatura da Terra e, portanto, se a temperatura muda da terra, por qualquer razão, a temperatura de equilíbrio também se modifica.

Cerca de **30%** da radiação absorvida pela terra é **refletida**, do restante cerca de **50%** é **absorvida pela atmosfera** e pela superfície terrestre. Isso provoca um aumento de temperatura que então é equilibrado pela emissão de calor (na forma de radiação) novamente para o espaço.

Os **23%** restantes do total de radiação solar que chegam à terra **penetram no sistema terrestre** e passam a ser a força motriz de ventos, correntes marítimas, etc. Influenciando o clima e proporciona o ciclo da água.

Mas é curioso que **apenas 0,02%** dessa parcela, ou seja, $40x10^{12}$ W, penetra no sistema biológico, por meio do processo bioquímico conhecido como fotossíntese ocorrido nas plantas. Como se é de supor essa quantidade de energia é bastante grande para a escala humana cujos processos metabólicos em regime de esforço físico processam por volta de 100W.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R4 Suponha que a partir de um aquecedor de 20W se demore 1min para aquecer em 20ºC uma certa quantidade de água. Qual a massa dessa quantidade?

Resolução:

Em 1min uma fonte de 20W libera:

P = Δε/Δt => Δε = P Δt => Δε = 20 J/s . 60 s => Δε = 1200J

Logo como essa energia é absorvida integralmente pela água, então Q=1200J.

Por sua vez:

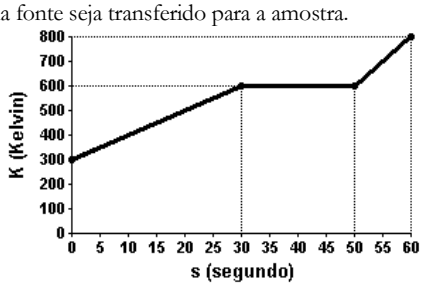
$c_{ÁGUA}$ = 1 cal/gºC => $c_{ÁGUA}$ = 4,2 J/gºC

Assim:

Q = mcΔT => 1200J = m . 4,2 J/gºC. 20ºC =>

m = (60 / 4,2) g => <u>m ≈ 14,3 g</u>

R5. (Ufrj 2002) Quatro gramas de uma amostra de certa substância são aquecidos em um calorímetro, por meio de uma fonte térmica que fornece uma potência constante de 5,0 W. A temperatura dentro do calorímetro e o tempo durante o qual a fonte está ligada são registrados e representados no gráfico da figura a seguir. Durante o processo de aquecimento da amostra, esta sofre uma mudança de fase do estado sólido para o estado líquido. Suponha que todo o calor fornecido pela fonte seja transferido para a amostra.



Utilizando as informações fornecidas pelo gráfico, calcule o calor latente de fusão da substância em J/g.

Resolução:

A fusão ocorre entre no intervalo de 30s a 50s (temperatura constante durante a mudança de estado, 600K).

Como a fonte de calor tem potência 5W, então:

$$P = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} \Rightarrow 5W = \frac{Q}{20s} \Rightarrow Q = 5\frac{J}{s}\cdot 20s \Rightarrow Q = 100J$$

Mas a quantidade de calor (Energia) absorvido durante a fusão deve obedecer: Q =mL, logo:

$$Q = mL \Rightarrow 100J = 4g\cdot L \Rightarrow L = 25\frac{J}{g}$$

A UNIDADE DE ENERGIA "QUILOWATT-HORA"

Para o consumo doméstico as unidades caloria (cal) e Joule (J) são muito pequenas. É preciso um número muito alto nessas unidades para expressar um valor típico consumido em uma casa durante um mês.

No exercício note que os 14g de água esquentados em 20°C consumiram *1200J*, que em calorias correspondem a *285,7cal*.

Pelo mesmo motivo medimos o peso das pessoas em quilogramas e não gramas. Afinal é melhor dizer que pesa 60kg, do que 60.000g. Certo?

Para simplificar a expressão do consumo de energia nas residências é utilizada nas a unidade kilowatt-hora (leia*: "quilovate-ora"*), representada por: *kWh*.

A definição dessa unidade é intuitiva: trata-se "da energia gasta em 1h por uma potência de 1000W (1kW)".

Como 1h = 3600 s, a energia correspondente à 1kWh é:

$$P = \Delta\varepsilon/\Delta t \Rightarrow \Delta\varepsilon = 1000W.\ 3600\ s \Rightarrow \Delta\varepsilon = 3{,}6.\ 10^4 J$$

Ou seja:

$$1kWh = 3{,}6\ .\ 10^4\ J$$

O próprio nome da unidade leva essa definição:

1 kilowatt-hora = 1kWh = 1kW . h = 1000W. 3600s.

Vamos a um exemplo prático:

Uma lâmpada de 100W gasta funcionando 5 horas por dia todos os dias ao fim de um mês:

Em kWh: $\varepsilon = 0{,}1kW\frac{5h}{dia}30dia = 15kWh$

Em Joule: $\varepsilon = 15$ kWh = 15. (3,6. 10^4 J) = 5,4.10^5 J

E aí? Preferes discriminar nas contas de energia elétrica: O número 15 (kWh) ou o número 540.000 (J)?

EXERCÍCIO RESOLVIDO:

R6. (Enem 2005) Podemos estimar o consumo de energia elétrica de uma casa considerando as principais fontes desse consumo. Pense na situação em que apenas os aparelhos que constam da tabela abaixo fossem utilizados diariamente da mesma forma.

Tabela: A tabela fornece a potência e o tempo efetivo de uso diário de cada aparelho doméstico.

Aparelho	Potência (KW)	Tempo de uso diário (horas)
Ar condicionado	1,5	8
Chuveiro elétrico	3,3	1/3
Freezer	0,2	10
Geladeira	0,35	10
Lâmpadas	0,10	6

Supondo que o mês tenha 30 dias e que o custo de 1 kWh é de R$ 0,40, o consumo de energia elétrica mensal dessa casa, é de aproximadamente

a) R$ 135.
b) R$ 165.
c) R$ 190.
d) R$ 210.
e) R$ 230.

Resolução:

O mês tem 30 dias e, portanto, o número de horas de uso é 30vezes a terceira coluna da tabela para a respectiva linha.

E(ar cond.) = 1,5 . (8 . 30) = 360 kWh
E(chuveiro) = 3,3 . (30/3) = 33 kWh
E(freezer) = 0,2 . (10 . 30) = 60 kWh
E(geladeira) = 0,35 .(10. 30) = 105kWh
E(lâmpadas)=0,1. (6 . 30) = 18kWh

E(TOTAL) = 576kWh

Então como cada kWh custa R$0,40
Conta = 576 kWh x 0,40 reais/kWh = 230,4 reais
Logo 230 reais, alternativa *e*.

RENDIMENTO

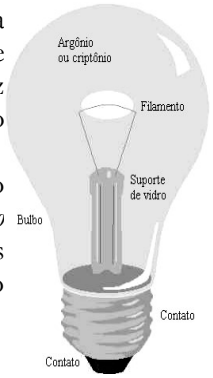
Outro conceito importante quando falamos de energia é o **rendimento.** Definimos rendimento (ou eficiência) como sendo a fração útil da energia total consumida num processo. Matematicamente:

$$\eta = \frac{E_{util}}{E_{gasta}}$$

Rendimentos típicos

O Sr. Thomas A. Edison inventou a lâmpada incandescente, o motivo do nome vem do modo como funciona: emitindo luz a partir do aquecimento de um filamento metálico.

O metal de que é composto o filamento (já nas lâmpadas modernas) é o *Tungstênio (W)*, capaz de resistir às altas temperaturas atingidas através de seu aquecimento e não se fundir (O ponto de fusão do W é 3695K).



Para "acender" o tungstênio que compõem o filamento até uma temperatura na qual fica incandescente. Os processo que esse mecanismo levam implicam numa perda de grande parte dessa energia sendo emitida na forma de radiação infravermelha, que efetivamente, não serve para iluminar.

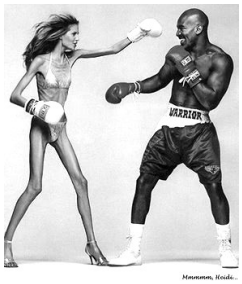
Assim, o rendimento (η) é muito baixo em virtude da perda energia em forma de calor (que escapa como radiação infravermelha). O rendimento médio dessas lâmpadas fica, então, por volta de cerca de 5%. **Ou seja, de toda energia gasta pela lâmpada apenas 5% se converte em energia luminosa aproveitável!!**

Outro exemplo é o **rendimento de um motor a gasolina**, que é de **28%**. De modo que: por cada litro de gasolina queimada no motor, que contém energia calorífica total de cerca de 6.000.000cal, somente cerca de 1.000.000cal são utilizáveis para impulsionar o carro.

Do restante (80%) cerca de 3/8 são absorvidos pelo sistema de arrefecimento e 5/8 perdidos como calor nos gases de escape e por atrito nos rolamentos.

Por comparação com esses valores, o rendimento de um **motor elétrico**, quando a **energia elétrica é convertida em energia mecânica**, é muito maior e pode atingir até cerca de **90%!!**

Os **músculos humanos**, por sua vez, são dotados em média de um rendimento entre **15% e 35%.**



EXERCÍCIO RESOLVIDO

R7. O rendimento de uma máquina é de 70 % e a potência dissipada vale 300W. Determine: a) a potência útil; b) a potência total fornecida à máquina.

Resolução:

(a)

$$\eta = \frac{E_{util}}{E_{Total}} = \frac{\frac{E_{util}}{\Delta t}}{\frac{E_{Total}}{\Delta t}} = \frac{P_{util}}{P_{Total}} \Rightarrow P_{util} = \eta \cdot P_{Total} \Rightarrow P_{util} = \eta \cdot (P_{util} + P_{diss})$$

$$P_{util} = \frac{\eta \cdot P_{diss}}{1+\eta} \Rightarrow P_{util} = \frac{0,7 \cdot 300}{1+0,7} = \frac{210}{1,7} \approx 123,5W$$

(b) $P_{Total} = P_{util} + P_{diss} = 123,5W + 300W = 423,5W$

EXERCÍCIOS

1) (Fgv)Os trajes de neopreme, um tecido emborrachado e isolante térmico, são utilizados por mergulhadores para que certa quantidade de água seja mantida próxima ao corpo, aprisionada nos espaços vazios no momento em que o mergulhador entra na água. Essa porção de água em contato com o corpo é por ele aquecida, mantendo assim uma temperatura constante e agradável ao mergulhador. Suponha que, ao entrar na água, um traje retenha 2,5 L de água inicialmente a 21°C. A energia envolvida no processo de aquecimento dessa água até 35°C é

Dados: densidade da água = 1 kg/L; calor específico da água = 1 cal/(g.°C)

a) 25,5 kcal.
b) 35,0 kcal.
c) 40,0 kcal.
d) 50,5 kcal.
e) 70,0 kcal.

2) (Puc) Quando o gelo se derrete, verifica-se, experimentalmente, que ele deve receber, por grama, 80 calorias, mantendo-se a temperatura constante em 0°C. A quantidade de calor, em caloria, para derreter 100 g de gelo é de:

a) 800 cal
b) 1000 cal
c) 100 cal
d) 80 cal
e) 8000 cal

3. Dois recipientes iguais A e B, contendo dois líquidos diferentes, inicialmente a 20°C, são colocados sobre uma placa térmica, da qual recebem aproximadamente a mesma quantidade de calor. Com isso, o líquido em A atinge 40°C, enquanto o líquido em B, 80°C. Se os recipientes forem retirados da placa e seus líquidos misturados, a temperatura final da mistura ficará em torno de

a) 45°C
b) 50°C
c) 55°C
d) 60°C
e) 65°C

4) Numa garrafa térmica há 100 g de leite à temperatura de 90°C. Nessa garrafa são adicionados 20 g de café solúvel à temperatura de 20°C. O calor específico do café vale 0,5 cal/(g°C) e o do leite vale 0,6 cal/(g°C). A temperatura final do café com leite é de:

a) 80°C.
b) 42°C.
c) 50°C.
d) 60°C.
e) 67°C.

5) (Fatec)Um calorímetro de capacidade térmica 100cal/°C contém 500g de água a uma temperatura š. Jogam-se dentro desse calorímetro 400g de alumínio a uma temperatura θ+35.

Supondo-se que só haja troca de calor entre o calorímetro, a água e o alumínio, a temperatura final dessa mistura será:

Dados: calor específico da água 1,0 cal/g°C
calor específico do alumínio 0,25 cal/g°C

a) θ - 5
b) θ
c) θ + 5
d) θ + 20
e) θ + 40

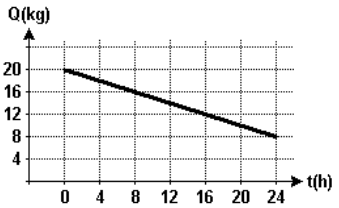
6) (Ita)Um bloco de gelo com 725 g de massa é colocado num calorímetro contendo 2,50 kg de água a uma temperatura de 5,0°C, verificando-se um aumento de 64 g na massa desse bloco, uma vez alcançado o equilíbrio térmico. Considere o calor específico da água (c = 1,0 cal/g°C) o dobro do calor específico do gelo, e o calor latente de fusão do gelo de 80 cal/g. Desconsiderando a capacidade térmica do calorímetro e a troca de calor com o exterior, assinale a temperatura inicial do gelo.

a) -191,4°C
b) -48,6°C
c) -34,5°C
d) -24,3°C
e) -14,1°C

7) (Fatec) Uma torneira elétrica tem potência constante de $4,2 \times 10^3$ W ou $1,0 \times 10^3$cal/s. Deseja-se elevar de 10°C a temperatura da água que passa por essa torneira. Considerando-se o calor específico da água 1,0 cal/g°C, a massa de água que deverá passar pela torneira num segundo é, em gramas,

a) 10
b) 100
c) 200
d) 400
e) 800

8) (Fuvest) Um recipiente de isopor, que é um bom isolante térmico, tem em seu interior água e gelo em equilíbrio térmico. Num dia quente, a passagem de calor por suas paredes pode ser estimada, medindo-se a massa de gelo Q presente no interior do isopor, ao longo de algumas horas, como representado no gráfico. Esses dados permitem estimar a transferência de calor pelo isopor, como sendo, aproximadamente, de:



Calor latente de fusão do gelo = 320 kJ/kg

a) 0,5 kJ/h
b) 5 kJ/h
c) 120 kJ/h
d) 160 kJ/h
e) 320 kJ/h

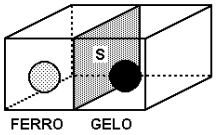
9) (Ufpe)Considere que uma pequena boca de fogão a gás fornece tipicamente a potência de 250 cal/s. Supondo que toda a energia térmica fornecida é transmitida a 200 g de água, inicialmente a 30°C, calcule o tempo, em segundos, necessário para que a água comece a ferver. Considere a pressão atmosférica de 1 atm

10) (Mack)Em uma experiência aquecemos 270 g de água (calor específico = 1 cal/(g.°C) e calor latente de vaporização = 540 cal/g) contida em uma panela, por meio de uma fonte térmica de potência calorífica constante. O gráfico mostra a variação da temperatura da água em função do tempo, contado a partir do início do aquecimento. Após 5 minutos do início do aquecimento, a massa de água líquida contida no interior da panela é:

a) 210 g
b) 180 g
c) 120 g
d) 60 g
e) 30 g

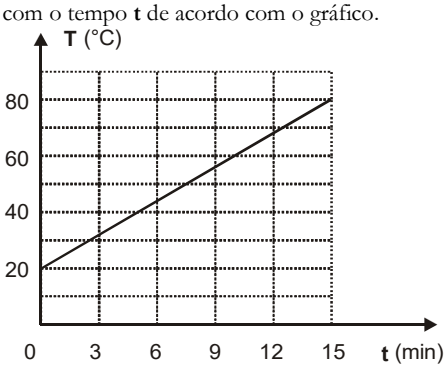
11) (Fuvest) Dois recipientes iguais, A e B, contêm, respectivamente, 2,0 litros e 1,0 litro de água à temperatura de 20°C. Utilizando um aquecedor elétrico, de potência constante, e mantendo-o ligado durante 80s, aquece-se água do recipiente A até a temperatura de 60°C. A seguir, transfere-se 1,0 litro de água de A para B, que passa a conter 2,0 litros de água à temperatura T. Essa mesma situação final, para o recipiente B, poderia ser alcançada colocando-se 2,0 litros de água a 20°C em B e, a seguir, ligando-se o mesmo aquecedor elétrico em B, mantendo-o ligado durante um tempo aproximado de
a) 40s
b) 60s
c) 80s
d) 100s
e) 120s

12) (Mack)No interior de um recipiente adiabático de capacidade térmica desprezível, colocamos 500g de gelo (calor latente de fusão=80cal/g) a 0°C e um corpo de ferro a 50°C, como mostra a figura a seguir. Após 10 minutos, o sistema atinge o equilíbrio térmico e observa-se que 15g de gelo foram fundidos. O fluxo de calor que passou nesse tempo pela secção S foi de:



a) 2 cal/s
b) 4 cal/s
c) 5 cal/s
d) 6 cal/s
e) 7 cal/s

13) (Fuvest)Em um local onde a água ferve a 100 °C, aquece-se um litro de água. A temperatura **T** da água, durante o processo de aquecimento, varia com o tempo **t** de acordo com o gráfico.



a) Escreva a função que relaciona a temperatura com o tempo.
b) Determine a temperatura da água no instante **t** = 12 min.
c) Em que instante a água ferve?

14) (Unesp) Um aquecedor elétrico fechado contém inicialmente 1kg de água a temperatura de 25°C e é capaz de fornecer 300 cal a cada segundo. Desconsiderando perdas de calor, e adotando 1 cal/(g°C) para o calor específico da água e 540 cal/g para o calor latente, calcule
a) o tempo necessário para aquecer a água até o momento em que ela começa a evaporar.
b) a massa do vapor formado, decorridos 520 s a partir do instante em que o aquecedor foi ligado.

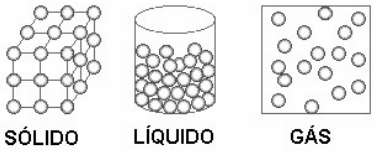
15) (Mack)Em uma experiência aquecemos 270 g de água (calor específico = 1 cal/(g.°C) e calor latente de vaporização = 540 cal/g) contida em uma panela, por meio de uma fonte térmica de potência calorífica constante. O gráfico mostra a variação da temperatura da água em função do tempo, contado a partir do início do aquecimento. Após 5 minutos do início do aquecimento, a massa de água líquida contida no interior da panela é:
a) 210 g
b) 180 g
c) 120 g
d) 60 g
e) 30 g

16) (Unifesp)Atualmente, o laser de CO_2 tem sido muito aplicado em microcirurgias, onde o feixe luminoso é utilizado no lugar do bisturi de lâmina. O corte com o laser é efetuado porque o feixe provoca um rápido aquecimento e evaporação do tecido, que é constituído principalmente de água. Considere um corte de 2,0 cm de comprimento, 3,0 mm de profundidade e 0,5 mm de largura, que é aproximadamente o diâmetro do feixe. Sabendo que a massa específica da água é 10^3 kg/m^3,
o calor específico é 4,2 **x** 10^3J/kg **.** K e o calor latente de evaporação é 2,3 **x** 10^6 J/kg:
a) estime a quantidade de energia total consumida para fazer essa incisão, considerando que, no processo, a temperatura do tecido se eleva 63ºC e que este é constituído exclusivamente de água.
b) Se o corte é efetuado a uma velocidade de 3,0 cm/s, determine a potência do feixe, considerando que toda a energia fornecida foi gasta na incisão.

4. ESTUDO DOS GASES

H_2O É SUBSTÂNCIA SÓLIDA LÍQUIDA OU GASOSA?

Qual a diferença entre o gelo, que é sólido, a água, que é liquida, e o vapor d'água, que é gasoso, se todos são feitos do mesmo constituinte (mesma molécula): H_2O?



A resposta está na intensidade das interações entre as moléculas de H_2O face à energia envolvida no movimento delas.

Para tanto, precisamos avançar sob uma suposição que não foi tão facilmente assumida pela ciência: a de que as coisas são construídas sob um número finito partículas muito pequenas que chamamos **átomos**. Esses átomos podem agrupar-se e dispõem da capacidade de movimentar-se e interagir com os outros átomos.

No **estado sólido** estas **interações são fortes em relação à energia envolvida no movimento das partículas.** Como resultado cada molécula ocupa uma posição praticamente fixa, formando uma rede cristalina.

No estado líquido as interações são mais fracas em relação à energia com que as moléculas se deslocam e, portanto, elas não permanecem unidas.

No **estado gasoso** as **interações são tão fracas comparativamente à energia de movimento das moléculas**. As interações, nesse caso, podem até mesmo, serem desprezadas para uma certa classe de gases, num modelo que chamamos de 'gás ideal'. Num gás ideal, portanto, uma molécula não percebe a existência da outra, mas apenas as paredes do recipiente que às encerra. Em nosso estudo dos gases iremos nos restringir à esses 'gases ideais'.

GASES

Os gases podem ser concebidos como um conjunto de partículas que praticamente interagem pouco entre si e, por isso, apresenta algumas propriedades interessantes:

- (i) Um gás ocupa todo o espaço do recipiente em que está armazenado;
- (ii) Sofre brusca variação em seu volume e/ou pressão quando varia a sua temperatura;
- (iii) A densidade é extremamente menor que compostos sólidos e líquidos.

Nota: Densidade é a razão entre a quantidade de matéria e o volume que ocupa. Uma substância é dita homogênea quando a distribuição de matéria é aproximadamente constante em toda a região de espaço que a contém. Matematicamente:

$$d = m/V$$

As partículas constituintes de um gás podem ser moléculas (conjuntos de átomos) ou átomos. Exemplos de gases moleculares são: vapor d'água (H_2O), gás carbônico (CO_2), hidrogênio (H_2), nitrogênio (N_2), etc.

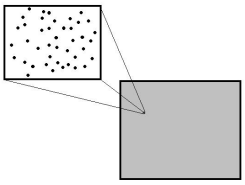
Podemos ter, entretanto, gases monoatômicos, ou seja, aqueles nos quais os átomos não se agregam em moléculas. Os gases monoatômicos mais comuns são aqueles formados pela última coluna da tabela periódica, os chamados **gases nobres** (He, Xe, Ne, Ar).

Nota minúscula: Essa independência entre os átomos ocorre por uma razão química: Estes átomos têm a sua última camada eletrônica completa. Essa representação se apóia na chamada "regra do octeto", obtidas inicialmente a partir das regularidades observadas na troca ou compartilhamento de elétrons nas ligações químicas. Esse conjunto de regras permite estabelecer para razoável número de átomos como se distribuiriam os elétrons de um átomo em estruturas internas a ele chamadas 'camadas eletrônicas'. Entretanto a justificativa para essas regras é obtida utilizando um conjunto de leis física mais consistente, esse conhecimento integra um ramo moderno da física: a Mecânica Quântica, que estabelece as leis gerais seguidas pela matéria em nível sub-microscópico (circunstâncias nas quais as escalas de comprimento são pequenas, da ordem de 10^{-9}m).

A descrição do comportamento dos gases pode ser simplificada se for possível realizar duas aproximações:

- (i) desprezar completamente as interações entre as partículas;
- (ii) considerá-las pontuais;

Essas hipóteses definem o **gás ideal** (ou **gás perfeito),** dessa simplificação deriva-se a **LEI GERAL DOS GASES PERFEITOS** que relaciona as quantidades necessárias para descrever o comportamento de um gás. Fisicamente esse modelo de adapta melhor aos gases ideais, em regimes de temperatura não muito extremos.



Entretanto o que desenvolveremos a seguir não incorporará a descrição desses corpúsculos individuais, mas o comportamento macroscópico do sistema: aquele que envolve variáveis definidas macroscopicamente, que são definidos pelo comportamento do conjunto de partículas, mas que assumiremos como leis. A relação entre as equações macroscópicas e a hipótese atomística é questão que foge ao escopo do programa naturalmente.

LEI GERAL DOS GASES PERFEITOS

PRESSÃO

O estado de um gás é caracterizado por três quantidades: sua pressão (P), seu volume (V) e sua temperatura (T).
A pressão consiste na força que um gás faz sobre as paredes do recipiente que o encerra. Tem unidade de Força (medida em Newton no SI) por área (SI, m^2), i.e.:

$$[P] = N/m^2 = Pa.$$

Pa: leia-se Pascal.

Também pode ser medida em atmosfera (atm), ou milímetros de mercúrio (mmHg).

$$1atm = 1{,}013.10^5 N/m^2$$
$$1atm = 760\ mmHg$$

VOLUME

O Volume, por sua vez, é medido em m^3 no SI, sendo muito empregados os sub-múltiplos: dm^3=l (litro), cm^3=ml (mililitro).

TEMPERATURA

A temperatura já nos é familiar dos capítulos anteriores. Porém expressaremos nossas leis neste contexto sempre com a temperatura **T** expressa em **KELVIN** (i.e. valores absolutos).

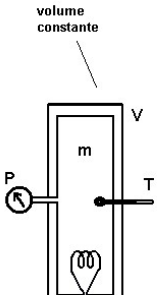
RELACIONANDO AS VARIÁVEIS DE ESTADO

Um gás ocupa completamente o interior do recipiente que o contém. Se mantivermos o volume do recipiente constante e elevamos a temperatura do gás verifica-se que a pressão feita pelo gás contra as paredes do recipiente aumenta.

$$T\uparrow \xleftrightarrow{V} P\uparrow$$

As panelas de pressão demonstram esse fato: a pressão em seu interior aumenta, e para evitar que a panela venha a explodir em virtude dessa pressão no interior da panela superar os níveis suportados pela estrutura da panela, é necessário que haja uma válvula que deixe escapar parte do gás que tem efeito sobre a pressão.

Em nosso tratamento dos gases consideraremos sempre sistemas fechados no qual a quantidade de gás permanece constante.

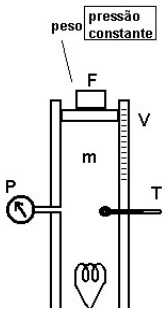


Se mantivermos a temperatura de um gás constante e diminuímos o volume do recipiente observamos o aumento da pressão também.

$$V\downarrow \xleftrightarrow{T} P\uparrow$$

Por fim, se mantivermos a pressão sobre o gás constante ao aumentar a temperatura o volume aumenta.

$$T\uparrow \xleftrightarrow{P} V\uparrow$$



De modo que essas variáveis mostram-se suficientes para descrever o comportamento dos gases idéias. Conforme já dito nosso objetivo é descrever o estado do gás (não confunda com estado físico, no sentido de fase líquida, gasosa, sólida).

Sejam, então, dois estados diferentes de uma mesma quantidade de gás,

Estado 1: T_1, V_1, P_1
Estado 2: T_2, V_2, P_2

Estas quantidades físicas (T,V e P) se relacionam através da **Lei Geral dos Gases Perfeitos.** Essa relação compõe o conjunto mais simples possível entre as quantidades T, P e V: as **proporções diretas e inversas**! (sim de novo!), finalmente:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

Exercício Resolvido

R1. Um gás ideal no estado inicial determinado por a uma temperatura de 300K, uma pressão de 2atm e com um volume de 9L é resfriado até 200K e expandido até 10L, qual a pressão final deste gás?

Resolução

O gás ideal obedece a lei geral dos gases perfeitos acima, então a pressão na situação final (P_2) pode ser calculada sabendo o estado inicial (P_1, V_1 e T_1) e também o volume e temperatura da condição final, que são dados na questão. Substituindo na expressão temos,

2*9/300=P2*10/200 -> P2=1,2 atm

EQUAÇÃO DE CLAPEYRON

Da equação geral dos gases perfeitos podemos observar que:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \text{constante}$$

No século 19, o físico e engenheiro civil francês, Émile Clapeyron (1799-1864) verificou que esta igualdade é proporcional à quantidade de gás, convenientemente medida em número de mols (n).

$$\frac{PV}{T} = nR$$

onde R é conhecida como a constante universal dos gases perfeitos e dada por,

R= 0,082 atm.l/mol.K

O seu valor no Sistema Internacional de Unidades (SI) pode ser derivado considerando que::

$$\begin{aligned} R &= 0,082.(\text{atm.l})/(\text{mol.K}) \\ &= 0,082.(1,013.105\text{N/m}^2).(10^{-3}\text{m}^3)/(\text{mol.K}) \\ &= 8,3\ \text{N.m/mol.K}. \end{aligned}$$

O número de mols (n) de um gás é calculado pela razão entre a massa total do gás (m) e a massa molar da substância (M),

n=m/M

* a massa molar é a massa de um mol da substância.

O número de partículas contida em cada mol de uma substância é conhecido como número de Avogadro (N_A),

N_A = $6,023.10^{23}$
= 602.300.000.000.000.000.000.000
= partícula pra caramba!

Portanto, em 1mol de gás carbônico temos cerca de $6,023.10^{23}$ moléculas de CO_2; em 2mols de gás oxigênio temos cerca de $12,046.10^{23}$ moléculas de O_2.

Exercício Resolvido

R2. Num experimento, realizado nas condições normais de temperatura e pressão, a massa de um balão foi medida quando estava vazio e após ser colocado uma certa quantidade de gás carbônico, passando 8,12g para 8,56g. Observando uma tabela periódica vê-se que a massa molar do oxigênio é 16g/mol e do carbono é 12g/mol. Qual a quantidade de gás, em mols, que o balão foi preenchido? Assumindo o gás carbônico como ideal, calcule o volume do balão quando cheio. Dados:CNTP=(T=273K e P=1atm);

Resolução

O número de mols pode ser obtido pela relação,

n=m/M

a massa inserida no balão m, é a diferença entre a medida do balão vazio e cheio,

m=8,56-8,12=0,44g.

Sendo a molécula de CO_2 composta de 1 átomo de carbono e dois de oxigênio a massa molar é dada por,

$M = 1.M_C+2.M_O=12+2.16=44g.$

Portanto,

n=0,44/44=0,01mol.

Assumido como um gás ideal podemos utilizar a equação de Clapeyron,

$$\frac{PV}{T} = nR$$

que na CNTP temos,

$$\frac{1 \cdot V}{273} = 0,082 \cdot 0,01 \Rightarrow V = 0,22l = 200ml$$

R3 Calcule a massa de cada molécula de água sabendo que a massa molar do hidrogênio é 1g/mol e do oxigênio é 8g/mol.

Resolução:

Sendo a molécula constituída de 2 átomos hidrogênio e um de oxigênios sua massa molar é,

$M(H_2O)=2.M(H)+1.M(O)=2+8=10g/mol$

Como cada mol contem $6.x10^{23}$ moléculas, termos,

no. de moléculas = $M(H_2O)/N_A=10/(6.x10^{23}) = 1,66.10^{-23}g$

TRANSFORMAÇÕES DE ESTADO

Um sistema é caracterizado (i.e. descrito) pelo estado em que se encontra conforme observamos. O Estado por sua vez é determinado pelos valores que o sistema assume para as variáveis de estado, que definimos nesse nosso sistema como sendo as quantidades *P (Pressão)*, *V (Volume)* e *T (Temperatura)*.

A transformação de estado é o processo físico utilizado para levar um sistema de um estado a outro mudando, assim, os valores assumidos para as variáveis estado P, V e T. Essa mudança de estado será, então, realizada aquecendo, resfriando, comprimindo, expandindo, pressurizado ou despressurizado o sistema.

Segue da lei dos gases perfeitos que se duas variáveis de estados permanecem constante a terceira também permanecerá.

A demonstração desse fato é muito simples: sejam dois estados (1) e (2) caracterizados respectivamente pelas variáveis de estado P_1, V_1 e T_1 e P_2, V_2 e T_2. Se $P_1 = P_2$ e $V_1 = V_2$ temos,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow[V_1=V_2]{P_1=P_2} \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_1V_1}{T_2}$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} \Rightarrow T_1 = T_2$$

De forma análoga é possível provar para o caso em que $P_1 = P_2$ e $T_1 = T_2$ e para o caso em que $V_1 = V_2$ e $T_1 = T_2$

Assim, em toda transformação gasosa teremos a modificação de pelo menos duas variáveis de estado.

Estudaremos então alguns casos, os mais simples possíveis, nos quais sempre uma das variáveis permanece sempre constante.

A) Pressão Constante ($P=P_0$)

Essa transformação é conhecida como **"Transformação Isobárica"** (*de iso=igual* e *baros=pressão*), ou **"Lei de Charles e Gay-Lussac"**.

Essa transformação consiste em se manter a pressão permanece constante durante um processo no qual façamos variar, portanto, apenas o volume e da temperatura, do gás. A equação dos gases perfeitos fica da forma,

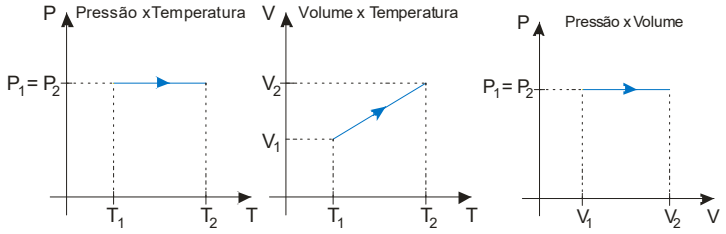
$$P.V/T=P_0.V_0/T_0 \;\; => \;\; P_0.V/T=P_0.V_0/T_0$$
$$V/T=V_0/T_0$$

Ou seja,

$$V=(V_0/T_0)T,$$

De modo que a pressão cresce linearmente com a temperatura.

Podemos representar essas relações entre as quantidades P,V e T através de gráficos PxV, PxT e VxT. Por exemplo:



O gráfico de PxV será especialmente importante no próximo capítulo (Introdução à Termodinâmica) quando estudarmos esses processos a energia envolvida em cada um desses processos.

B) Volume Constante ($V = V_0$)

Essa transformação é conhecida como **"Transformação Isocórica"** (de *iso=igual* e *chorus=volume*), **"Transformação Isovolumétrica"** , ou, ainda, **"Lei de Charles"**.

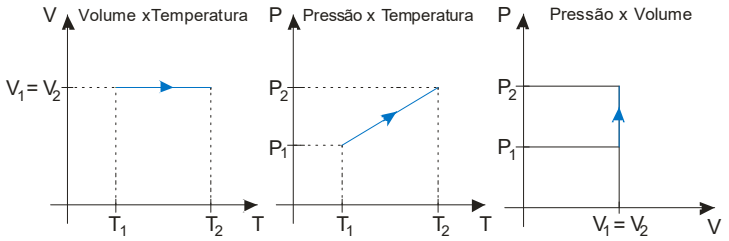
Se o volume permanece constante durante uma transformação na qual podem variar a pressão (P) e a temperatura(T), então da equação dos gases:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_0V_0}{T_0} \xrightarrow{V=V_0} \frac{PV_0}{T} = \frac{P_0V_0}{T_0} \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0}$$

Rearranjando os termos podemos verificar que a pressão é diretamente proporcionalmente a temperatura,

$$P = P_0\frac{T}{T_0},$$

Ou seja, a pressão cresce linearmente com a temperatura. Representando graficamente essas relações:



C) Temperatura Constante ($T=T_0$)

Esta transformação é conhecida como **"Transformação Isotérmica"** (de *iso=igual* e *termos=temperatura*) ou **"Lei de Boyle-Mariotte"**.

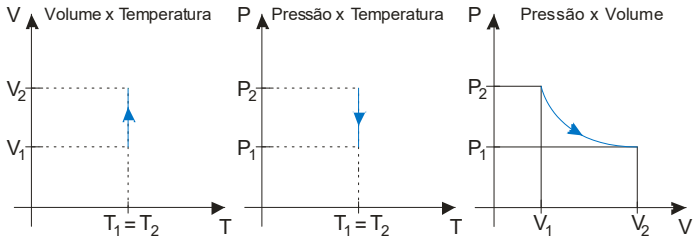
Se a temperatura permanece constante teremos a variação da pressão e do volume. A equação dos gases perfeitos toma a forma,

$$P.V/T=P_0.V_0/T_0 \;\; => \;\; P.V/T_0=P_0.V_0/T_0$$
$$PV=P_0V_0$$

Neste caso a pressão e o volume são inversamente proporcionais,

$$P=(P_0/T_0)/V$$

Ou seja, se o volume aumenta a pressão diminui. E, assim, os gráficos de PxV, PxT e VxT ficam da forma,



A curva contida nesse gráfico de PxV é chamada hipérbole.

Exercício Resolvido

R4. Partindo das condições normais de temperatura e pressão (T=0ºC e P=1atm), 10 litros de um gás ideal sofre um ciclo de transformações composto por três etapas: (1) é aquecido até 546K mantendo o volume constante; (2) expandido com a temperatura constante até o volume de 20 litros e (3) comprimido a pressão constante até o volume de 10 litros. Quais os valores de T, P e V ao final de cada etapa..

Resolução:

Sendo o gás ideal, respeita a relação

$$P_1V_1/T_1=P_0V_0/T_0$$

*Situação Inicial:

A temperatura deve estar em Kelvin e como,

$$T_K=T_C+273 \text{ ---> } T_K=0+273=273K$$

Estado inicial: P_0=1atm, V_0=10L e T_0=273K

*Primeira etapa (isocórica): $P_1/T_1=P_0/T_0$

$$P_1/546=1/273 \text{ --> } P_1=2atm$$

Estado 1: P_1=2atm, V_1=10L e T_1=546K

*Segunda etapa (isotérmica): $P_2.V_2=P_1.V_1$

$$P_2.20=2.10 \text{ --> } P_2=1atm$$

Estado 2: P_2=1atm, V_2=20L e T2=546K

*Terceira etapa (isobárica): $V_3/T_3=V_2/T_2$

$$10/T_3=20/546 \text{ --> } T_3=273K$$

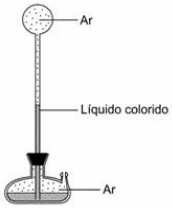
Estado 03: P_3=1atm, V_3=10L e T_3=273K

EXERCÍCIOS

1. (UFRN) A temperatura de certa quantidade de gás ideal, à pressão de 1,0 atm, cai de 400 K para 320 K. Se o volume permaneceu constante, a nova pressão é de:
a) 0,8 atm. b) 0,9 atm. c) 1,0 atm. d) 1,2 atm. e) 1,5 atm.

2.(U.F.Santa Maria-RS) Uma bolha de gás ideal, com volume V, é solta do fundo de um lago, onde a pressão é o dobro da pressão existente na superfície. Suponha a temperatura da água constante, a bolha chegará a superfície, com um volume:
a) V / 3
b) V / 2
c) 2V
d) V
e) 3V / 2

3. (Unifesp 2006) A figura reproduz uma gravura do termoscópio de Galileu, um termômetro primitivo por ele construído no início do século XVI.



No termoscópio, o ar é aprisionado no bulbo superior, ligado por um tubo a um recipiente aberto contendo um líquido colorido.

Assim, pode-se concluir que, se a temperatura ambiente subir, a altura da coluna de líquido colorido
a) aumenta, pois aumentam o volume e a pressão do ar contido no bulbo.
b) diminui, pois aumentam o volume e a pressão do ar contido no bulbo.
c) aumenta, em decorrência da dilatação do líquido contido no recipiente.
d) diminui, em decorrência da dilatação do líquido contido no recipiente.
e) pode aumentar ou diminuir, dependendo do líquido contido no recipiente.

4. (Fuvest 2004) Um cilindro contém uma certa massa Mo de um gás a To = 7°C (280 K) e pressão Po. Ele possui uma válvula de segurança que impede a pressão interna de alcançar valores superiores a Po. Se essa pressão ultrapassar Po, parte do gás é liberada para o ambiente. Ao ser aquecido até T = 77°C (350 K), a válvula do cilindro libera parte do gás, mantendo a pressão interna no valor Po. No final do aquecimento, a massa de gás que permanece no cilindro é, aproximadamente, de
a) 1,0 Mo
b) 0,8 Mo
c) 0,7 Mo
d) 0,5 Mo
e) 0,1 Mo

5. (Fuvest 2006) Um extintor de incêndio cilíndrico, contendo CO_2, possui um medidor de pressão interna que, inicialmente, indica 200 atm. Com o tempo, parte do gás escapa, o extintor perde pressão e precisa ser recarregado. Quando a pressão interna for igual a 160 atm, a porcentagem da massa inicial de gás que terá escapado corresponderá a:
a) 10%
b) 20%
c) 40%
d) 60%
e) 75%
Obs: Considere que a temperatura permanece constante e o CO,, nessas condições, comporta-se como um gás perfeito. (1 atm = 10^5 N/m^2)

6. (Mackenzie 2003) Certo gás, considerado ideal, com massa 34 g, está contido em um recipiente de 12,3 litros, sob pressão de 4 atm a 27 °C. Considerando apenas as massas atômicas dadas pela tabela abaixo, assinale o gás contido no recipiente:

a) CH_4
b) C_2H_6
c) CO_2
d) NH_3
e) N_2

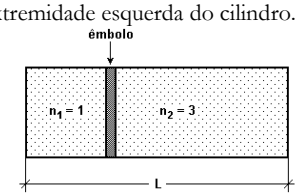
Elemento	Massa Atômica
H	1
C	12
N	14
O	16

Dado: R = 0,082 atm.litro/(mol.K)

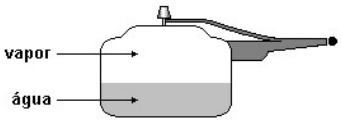
7. (UFPB) Um mol de He e dois mols de Ar estão dentro de um recipiente cujo volume é 3 litros. A temperatura é 27 oC. Usando-se R = 0,008 atm . litros/mol . K, o valor da pressão sobre as paredes do recipiente é:
a) 0,8 atm
b) 1,2 atm
c) 2,4 atm
d) 1,6 atm
e) 3,0 atm

8. (ITA) Determine a massa de gás hélio contida num balão, sabendo que seu peso molecular é igual a 4, R = 0,082 atm . litro/mol . K e que o gás ocupa um volume igual a 5 m3, numa temperatura de -23 oC e uma pressão de 30 cmHg.
a) 1,86 g
b) 46 g
c) 96 g
d) 390 g
e) 186 g

9. (Ufpe 2003) O volume interno do cilindro de comprimento L=20 cm, mostrado na figura, é dividido em duas partes por um êmbolo condutor térmico, que pode se mover sem atrito. As partes da esquerda e da direita contêm, respectivamente, um mol e três moles, de um gás ideal. Determine a posição de equilíbrio do êmbolo em relação à extremidade esquerda do cilindro.
a) 2,5 cm
b) 5,0 cm
c) 7,5 cm
d) 8,3 cm
e) 9,5 cm



10. (Ufpe 2005) Uma panela de pressão com volume interno de 3,0 litros e contendo 1,0 litro de água é levada ao fogo. No equilíbrio térmico, a quantidade de vapor de água que preenche o espaço restante é de 0,2 mol. A válvula de segurança da panela vem ajustada para que a pressão interna não ultrapasse 4,1 atm. Considerando o vapor de água como um gás ideal e desprezando o pequeno volume de água que se transformou em vapor, calcule a temperatura, em 10^2 K, atingida dentro da panela.
a) 4,0
b) 4,2
c) 4,5
d) 4,7
e) 5,0

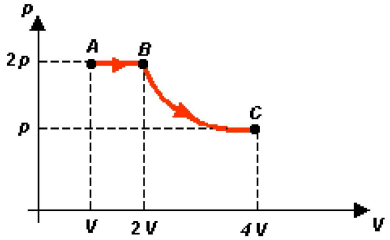


11. (Fuvest 2004) Um cilindro de Oxigênio hospitalar (O_2), de 60 litros, contém, inicialmente, gás a uma pressão de 100 atm e temperatura de 300 K. Quando é utilizado para a respiração de pacientes, o gás passa por um redutor de pressão, regulado para fornecer Oxigênio a 3 atm, nessa mesma temperatura, acoplado a um medidor de fluxo, que indica, para essas condições, o consumo de Oxigênio em litros/minuto.

Assim, determine:
a) O número No de mols de O_2 presentes inicialmente no cilindro.
b) O número n de mols de O_2 consumidos em 30 minutos de uso, com o medidor de fluxo indicando 5 litros/minuto.
c) O intervalo de tempo t, em horas, de utilização do O_2 mantido o fluxo de 5 litros/minuto, até que a pressão interna no cilindro fique reduzida a 40 atm.
NOTE E ADOTE:
Considere o O, como gás ideal.
Suponha a temperatura constante e igual a 300 K.
A constante dos gases ideais R = 8 x 10 - ^{2} litros.atm/K.

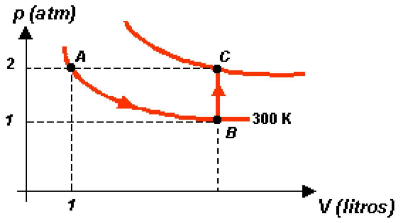
12. (U. F. Santa Maria-RS) Uma certa massa de gás ideal é submetida ao processo ABC indicado no diagrama, onde p é pressão e V é volume.

Sendo T a temperatura absoluta da massa gasosa no estado A, a temperatura absoluta no estado C é:
a) T
b) 2 T
c) 4 T
d) T/2
e) T/4



13. (Mackenzie) Na figura ao lado, o diagrama de Clapeyron mostra as transformações sofridas por uma certa massa de gás perfeito. A temperatura desse gás no estado C é:

a) 180 °C
b) 212 °C
c) 273 °C
d) 300 °C
e) 327 °C



14. (Unifesp 2006) A figura reproduz o esquema da montagem feita por Robert Boyle para estabelecer a lei dos gases para transformações isotérmicas. Boyle colocou no tubo uma certa quantidade de mercúrio, até aprisionar um determinado volume de ar no ramo fechado, e igualou os níveis dos dois ramos. Em seguida, passou a acrescentar mais mercúrio no ramo aberto e a medir, no outro ramo, o volume do ar aprisionado (em unidades arbitrárias) e a correspondente pressão pelo desnível da coluna de mercúrio, em polegadas de mercúrio. Na tabela, estão alguns dos dados por ele obtidos, de acordo com a sua publicação "New Experiments Physico-Mechanicall, Touching the Spring of Air, and its Effects", de 1662.

(http://chemed.chem.purdue.edu/gench m/history/)

a) Todos os resultados obtidos por Boyle, com uma pequena aproximação, confirmaram a sua lei. Que resultados foram esses? Justifique.
b) De acordo com os dados da tabela, qual a pressão, em pascal, do ar aprisionado no tubo para o volume de 24 unidades arbitrárias?
Utilize para este cálculo:

pressão atmosférica po = $1{,}0 \times 10^5$ pascal;
densidade do mercúrio d(Hg) = 14×10^3 kg/m^3;
g = 10 m/s^2.

15. (Unicamp 2006) As baleias são mamíferos aquáticos dotados de um sistema respiratório altamente eficiente que dispensa um acúmulo muito elevado de ar nos pulmões, o que prejudicaria sua capacidade de submergir. A massa de certa baleia é de $1{,}50 \times 10^5$ kg e o seu volume, quando os pulmões estão vazios, é igual a $1{,}35 \times 10^2$m^3.
a) Calcule o volume máximo da baleia após encher os pulmões de ar, acima do qual a baleia não conseguiria submergir sem esforço. Despreze o peso do ar nos pulmões e considere a densidade da água do mar igual a $1{,}0 \times 10^3$ kg/m^3.
b) Qual é a variação percentual do volume da baleia ao encher os pulmões de ar até atingir o volume máximo calculado no item a? Considere que inicialmente os pulmões estavam vazios.
c) Suponha que uma baleia encha rapidamente seus pulmões em um local onde o ar se encontra inicialmente a uma temperatura de 7 °C e a uma pressão de 1,0 atm ($1{,}0 \times 10^5$N/m^2). Calcule a pressão do ar no interior dos pulmões da baleia, após atingir o equilíbrio térmico com o corpo do animal, que está a 37 °C. Despreze qualquer variação da temperatura do ar no seu caminho até os pulmões e considere o ar um gás ideal.

5. MÁQUINAS TÉRMICAS E A TERMODINÂMICA.

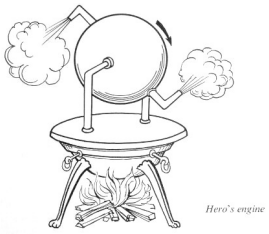
A Termodinâmica estuda a transferência de energia térmica entre corpos ou sistemas macroscópicos e as alterações que esse fluxo gera em propriedades físicas como pressão, volume, temperatura. Esses fenômenos transcorrem em sistemas macroscópicos e as leis são muitas vezes obtidas através de um estudo [da fenomenologia] do sistema observado. Procuramos aqui empregar regras gerais comuns ao comportamento de todos os sistemas termodinâmicos.

A termodinâmica pode ser considerada 'inaugurada' em 1850 com um trabalho de Clausius sobre o que seria a primeira e a segunda lei da Termodinâmica (em sua formulação). O mesmo foi feito por Kelvin, havendo partido ambos dos trabalhos de Carnot ('Sobre o funcionamento das máquinas térmicas'), Mayer e Joule ('Sobre o equivalente mecânico do calor').

Note assim que as máquinas térmicas havendo sido protagonistas na evolução das forças produtivas do homem, com a **Revolução Industrial**, despertavam grande interesse em sua exploração e melhoria em seu desempenho.

Em princípio podemos chamar de uma **máquina térmica** qualquer sistema que seja capaz de aproveitar a força armazenada na expansão de gases por meio das variações de temperatura e pressão impressas sobre eles.

Uma das mais simples e divertidas máquinas térmicas, além de uma das mais antigas, propostas é atribuída ao grego Herão de Alexandria (engenheiro e geômetra), por volta do ano de 150 a.C.

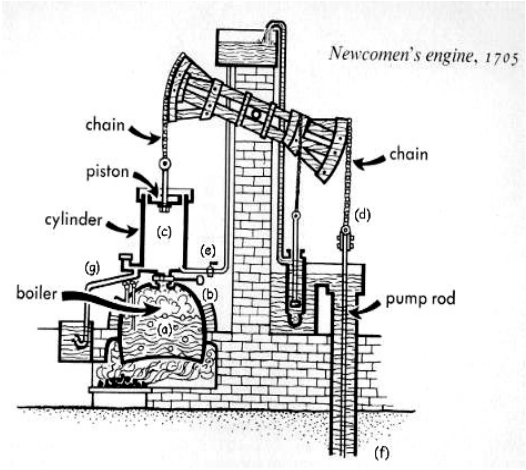


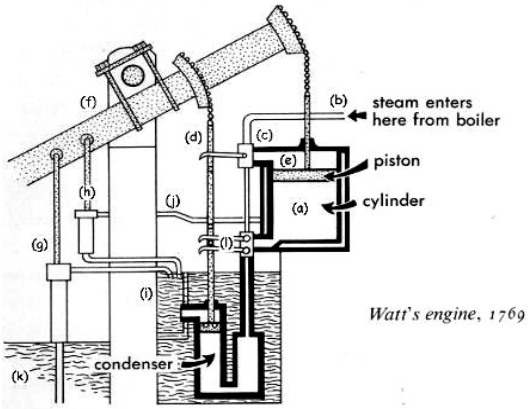
Note, da figura, que o calor do fogo irá gerar o vapor no interior da máquina que em sua necessidade de se expandir irá ao fazê-lo sair pelos canos diametralmente opostos e entortados convenientemente de maneira a concordarem sobre o lado que impulsionaram a rotação da esfera, que está devidamente suspensa por um eixo. Ou seja, a energia térmica utilizada para vaporizar a água está sendo parcialmente aproveitada para desenvolver o movimento de um corpo macroscópico.

A Primeira Revolução Industrial (sec. XVIII) foi impulsionada materialmente pelo domínio técnico sobre a força motriz envolvida na manipulação dos processos térmicos. Passou-se a construir máquinas que revolucionaram, assim, o modo de produção de bens materiais e, conseqüentemente, trouxeram a alteração completa das relações de produção no dentro da sociedade européia redefinindo os mecanismos pelo qual se daria dali por diante o fluxo de capital no interior dessa sociedade, como observa K. Marx no séc. XIX.

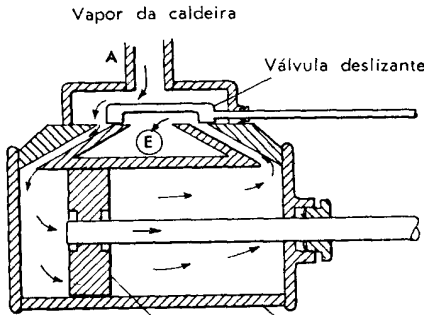
Essas máquinas começaram a ser desenhadas e destinadas a trabalhos simples como extrair água de um poço e então cresceram em complexidade até o desenvolvimento das famosas locomotivas.

Seguem exemplos de máquinas dessa época: A de Thomas Newcomen (1705) e a de James Watt (1769), representadas abaixo, que desempenhavam a função de extrair água de poços (obs.: elas eram enormes).





De modo geral, na engenharia dessas máquinas, os pistões são muito úteis para aproveitar a expansão dos gases aquecidos. Considere o sistema da figura abaixo que é composto um recipiente cuja tampa pode mover-se livremente (pistão ou êmbolo).



Nota: o vapor aquecido entra na caldeira pela esquerda, ao se abrir uma válvula deslizante, no compartimento onde pode pressionar o êmbolo fazendo-o se deslocar. Esse êmbolo pressionado pelo gás pode assim ser utilizado para gerar movimento fora da máquina através da haste presa ao pistão (vide desenho). Quando o êmbolo chega à extremidade oposta àquela pela qual entrara o gás no interior do pistão, o vapor escapa pela válvula aberta acima do compartimento no desenho (à direita). Assim pode ser levado para outro compartimento onde pode ser resfriado e condensado. Em seguida retorna finalmente à caldeira, de onde pode ser vaporizado novamente recomeçando o ciclo.

As buscas pela sistematização da realidade de maneira a se compreender as origens do movimento dos corpos já faziam parte da tradição da física desde o seu nascimento moderno (séc. XV). O desafio em descrever os fluxos de calor e sua conversão em movimento, e desvendar seus mecanismos trouxeram novas descobertas práticas e teóricas.

TERMODINÂMICA: TRABALHO, ENERGIA INTERNA E PRIMEIRA LEI.

Os conceitos até aqui estudados sobre os processos térmicos podem ser agregados compondo um todo que permite analisar fenômenos como as máquinas térmicas (ou mesmo o congelamento de garrafas de cerveja, dinâmicas atmosféricas associadas à absorção de calor, etc...). São estes conceitos:

- **Calor (Q):** Energia térmica trocada entre corpos a temperaturas distintas estabelecido o contato térmico (CALORIMETRIA).
- **Energia Interna (U):** Quantificação da quantidade de energia acumulada em um corpo após um processo de aumento (ou abaixamento) da temperatura de um corpo. (CALORIMETRIA). * Esta energia foi quantificada como sendo o calor absorvido pelos corpos quando variam sua temperatura de ΔT, como estudamos gases neste momento não será aquela lei que utilizaremos, mas introduziremos outra ligada à teoria dos gases.
- **Trabalho (τ)** : Energia mecânica retirada (ou introduzida) de (em) um sistema.

Apresentamos a seguir estas variáveis e, depois as relacionamos em torno de uma lei fundamental: A primeira Lei da Termodinâmica.

TRABALHO (τ)

Vamos voltar a usar o conceito de energia para compreender as máquinas térmicas. A energia dada a um sistema físico (em geral um gás aqui nesse capítulo) pela ação de outro através de um dispositivo mecânico, é chamada TRABALHO.

De maneira geral, dizer que um corpo A (ou um sistema de corpos S_A) realiza trabalho sobre outro corpo B, significa que **energia está sendo dada ou retirada do corpo B**, pela força que é impressa sobre ele pela ação do corpo A, (ou o sistema S_A).

Um corpo pode ser posto em movimento pela ação de uma força, como o movimento contém energia (chamada energia cinética). Então, existe um mecanismo de transferência de energia para o corpo mediado pela ação de uma força.

Em mecânica, a fundamentação da relação entre força e trabalho será melhor explorada. Assim, por enquanto, basta que apresentemos a definição de Trabalho que é coerente com aquelas idéias, e que é então adaptada ao contexto adequado à termodinâmica quando formulado em termos das quantidades P e V.

O Trabalho de um gás num êmbolo, **durante uma transformação isobárica**, é dado por:

$$\tau = p\Delta V$$

Note que:

- se o **volume** do êmbolo **aumenta**, $\Delta V > 0 \Leftrightarrow \tau > 0$, e dizemos **que o trabalho é realizado pelo gás** (sobre o meio exterior).
- se o **volume** do êmbolo **diminui**, $\Delta V < 0 \Leftrightarrow \tau < 0$, e dizemos que o **trabalho é realizado sobre o gás** (pelo meio exterior).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R1. (PUC-MG) Em um processo à pressão constante de 1,0 x 10^5 Pa, um gás aumenta seu volume de 9 x 10^{-6} m^3 para 14 x 10^{-6} m^3. O trabalho realizado pelo gás, em joules, é de:

a) 2,1 b) 0,7 c) 0,9 d) 0,5 e) 1,4

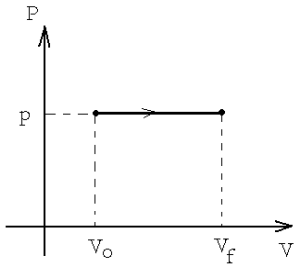
Resolução

$\tau = p\Delta V \Rightarrow \tau = 10^5(14\cdot 10^{-6} - 9\cdot 10^{-6}) \Rightarrow \tau = 5\cdot 10^{-1} \Rightarrow \tau = 0{,}5J$

Generalizando o conceito de trabalho:

Definimos acima apenas o conceito de trabalho para uma transformação isobárica (Pressão constante.), entretanto podemos generalizar essa idéia devido ao resultado simples que é derivado daquele caso. Considere a representação de uma transformação isobárica no diagrama PxV:

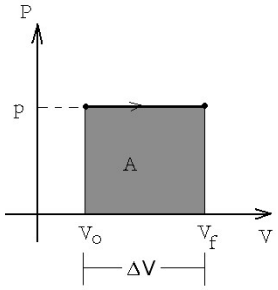
Suponhamos que o Volume aumenta ($V_f > V_0$):



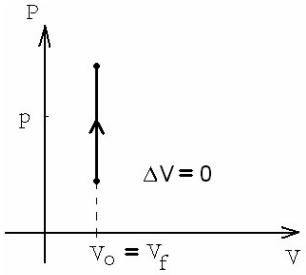
Observe que:

$$\tau = p\Delta V$$

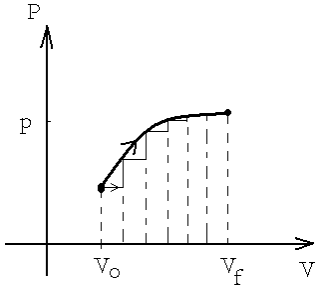
É precisamente o valor da área do diagrama acima compreendida entre os estados final e inicial!

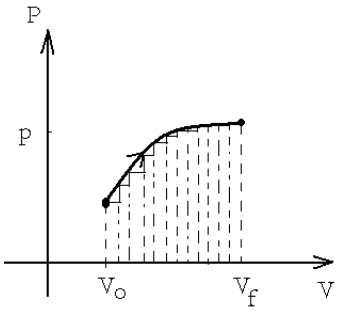


Por sua vez quando não há variação no volume (transformação isovolumétrica), não se consegue extrair trabalho (nem realizar trabalho sobre ele, já que o conceito está ligado à expansão/contração do gás), assim:: $\tau = 0$. Note que a área sob o diagrama-PV é nula, e portanto a idéia da área permanece válida



Entretanto para um processo mais complicado onde não tivéssemos a pressão constante com a variação do volume, poderíamos **aproximar o quanto quiséssemos** a linha da transformação por uma "linha quebrada", **feita apenas de isobáricas e isovolumétricas**, em cujos trechos sabemos calcular o trabalho, que é precisamente igual à ÁREA sob cada trechinho retangular.





Portanto, de maneira geral dessa indução, que pode ser feita rigorosamente com auxilio de uma matemática um pouco mais poderosa para que possa abarcar esses argumentos, temos que o trabalho entre dois estados A e B $(A \rightarrow B)$, se $V_A > V_B$:

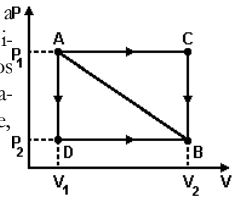
$$\tau_{AB} = \overset{A \rightarrow B}{Area}(PXV)$$

Por outro lado se vamos do estado B para o estado A $(A \leftarrow B)$ o trabalho terá o sinal algébrico negativo. Ou seja:

$$\tau_{BA} = -\overset{A \rightarrow B}{Area}(PXV)$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R2. (Unifesp 2004) O diagrama PV da figura mostra a transição de um sistema termodinâmico de um estado inicial A para o estado final B, segundo três caminhos possíveis. O caminho pelo qual o gás realiza o menor trabalho e a expressão correspondente são, respectivamente,



a) A ⟶ C ⟶ B e P_1 (V_2 - V_1).
b) A ⟶ D ⟶ B e P_2 (V_2 - V_1).
c) A ⟶ B e (P_1 + P_2) (V_2 - V_1)/2.
d) A ⟶ B e (P_1 - P_2) (V_2 - V_1)/2.
e) A ⟶ D ⟶ B e (P_1 + P_2) (V_2 - V_1)/2.

Resolução

Como sabemos que o trabalho corresponde à área abaixo do diagrama PV, segue, portanto, da observação que as áreas das figuras se relacionam da seguinte forma: AREA(ACB) > AREA(AB) > AREA(ADB)

A menor portanto corresponde à transformação ADB.

O valor dessa área é:

$AREA_{(ADB)} = AREA_{(AD)} + AREA_{(DB)} = 0 + P_2(V_2 - V_1) = P_2(V_2 - V_1)$

Item (b) portanto.

ENERGIA INTERNA (U)

A energia interna pode ser calculada para um **gás ideal**, assim, a relação entre a energia interna e a temperatura é demonstrada ser,

$$U = \tfrac{3}{2} nRT$$

Se a temperatura deste gás varia de T_1 até T_2 a sua energia interna varia da forma,

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \tfrac{3}{2} nRT_2 - \tfrac{3}{2} nRT_1$$
$$\Delta U = \tfrac{3}{2} n\mathrm{R}\left(T_2 - T_2\right)$$

Note a grande semelhança com a equação de Clapeyron, mas tipicamente essa expressão não tem sido muito abordada nos exames vestibulares.

Como estudamos em calorimetria ao aquecer um gás estamos dando a ele energia. Essa energia gasta com aquecimento, portanto, irá competir com o trabalho (τ) retirado de uma expansão gasosa a partir de uma quantidade de energia dada ao sistema por uma fonte de calor.

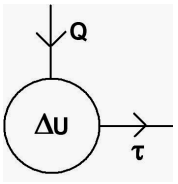
A variação da energia interna em relação ao valor inicial corresponderá a quantidade de energia (**ΔU**) gasta para aquecer o gás.

Ou seja: **ΔU é proporcional à ΔT (temperatura)**. Trata-se do próprio calor absorvido, que chamamos de Q em calorimetria!!! (cuidado! Agora Q será usado para designar o calor cedido para o sistema, que não é necessariamente absorvido pelo gás!).

Esta expressão, como tem a aplicação bastante restrita, em geral quando cobrada em um exame vestibular é sugerida ao estudante, sem que seja exigido, portanto, que seja decorada, importante é ater-se na relação que se estabelece entre as quantidades: o conteúdo da próxima seção.

PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA

Num processo termodinâmico o sistema **troca energia com o meio externo** de duas formas diferentes: realizando trabalho **(τ)** e por troca de calor **(Q)**, a quantidade de energia que ele absorve consiste na variação de sua energia interna (**ΔU).**



A diferença entre a energia retirada da fonte e a energia extraída da máquina por meio de realização de trabalho, então corresponde à quantidade de energia absorvida (variação da energia interna, ΔU) pelo gás no interior da máquina é:

$$\Delta U = Q - \tau$$

Esta relação é conhecida como **Primeira Lei da Termodinâmica**, e expressa, portanto, o Princípio da Conservação da Energia.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R3. (FEI-SP) Um gás sofre uma transformação isotérmica recebendo do meio ambiente 3.000 J de calor. Sendo n = 3, o número de mols do gás, podemos afirmar que a variação de sua energia interna e o trabalho realizado na transformação valem, em joules, respectivamente:

a) -2 000 e 0 b) 2 000 e -3 000 c) 0 e 3 000
d) 4 000 e 2 000 e) -3 500 e 800

Resolução:

Temos a quantidade de calor recebida do meio (Q =3000J), temos também que a transformação é ISOTÉRMICA, portanto ΔU=0 (o gás não esquenta). Logo:

$$\Delta U = Q - \tau \Rightarrow 0 = Q - \tau \Rightarrow \tau = 3000J$$

Item (c), portanto.

BALANÇOS ENERGÉTICOS NAS TRANSFORMAÇÕES GASOSAS

Para descrevermos os ciclos de uma máquina térmica, baseada em transformações de estado realizadas sobre gases, precisaremos dominar como variam pressão e volume do gás sobre as transformações que definem cada etapa do ciclo. Isso em virtude do resultado do item anterior que relaciona o trabalho do processo com a área sob o gráfico no diagrama PV.

Sendo assim, recorreremos ao modelo mais simples que temos disponível: **o gás ideal**.

Assim nosso trabalho consiste nesse ponto em sumarizar o balanço das energias envolvidas nas transformações gasosas que já tratamos no Estudo dos Gases. A partir desses resultados, abordarmos uma **máquina que, operando em ciclos**, isso é após um número finito de transformações volta ao estado inicial de onde segue repetindo o conjunto de transformações já realizado.

TRANSFORMAÇÃO ISOBÁRICA

Num processo isobárico (pressão constante), teremos a variação tanto da temperatura como do volume. A mudança de volume implica na realização de trabalho,

$$\tau = p\Delta V$$

Da lei dos gases ideais vimos que se o processo é isocórico a temperatura e o volume, mudam proporcionalmente. O aumento da temperatura leva ao aumento do volume, e nesta situação teremos tanto $\Delta U>0$ quanto $\tau>0$, mas como,

$$\Delta U = Q-\tau$$

Para que a energia interna seja positiva é necessário que

$$Q > \tau.$$

TRANSFORMAÇÃO ISOVOLUMÉTRICA

No processo isovolumétrico, o volume não varia, assim $\Delta V=0$. Como conseqüência segue a não realização de trabalho ($\tau=0$) e, assim, todo o calor trocado leva à variação da energia interna:

$$\Delta U= Q-\tau = (\tau = 0) \Rightarrow \quad \Delta U= Q$$

De modo que:

- Se a **temperatura do gás diminui:** $\Delta U < 0 \Leftrightarrow Q < 0$. Significa que o gás **perdeu calor** para o meio.
- Se a **temperatura do gás aumenta:** $\Delta U > 0 \Leftrightarrow Q > 0$. Significa que o gás **recebeu calor** do meio.

TRANSFORMAÇÃO ISOTÉRMICA

Em um processo isotérmico, a temperatura não varia, ou seja $\Delta T=0$. Consequentemente energia interna também não varia, $\Delta U=0$, pois como sabemos do capítulo sobre calorimetria a energia que é absorvida pelo gás leva ao aumento da temperatura (Na medida em que não exista mudança de fase da substância que estamos considerando) .
Nesta situação o calor trocado é igual o trabalho realizado, pois:

$$\Delta U = Q - \tau \quad = \underline{(\Delta U = 0)} \Rightarrow \quad Q = \tau .$$

Note que, portanto, apesar de não haver variação da temperatura há troca de calor, que é todo convertido em trabalho.

TRANSFORMAÇÃO ADIABÁTICA

Esse processo não foi considerado no capítulo sobre estudo dos gases. Nessa transformação não troca calor $Q=0$. Nesta situação temos,

$$\Delta U=Q - \tau \text{ , como } Q=0 \Rightarrow \Delta U= - \tau$$

Assim, como a variação da energia interna é o negativo do trabalho realizado, numa expansão volumétrica:

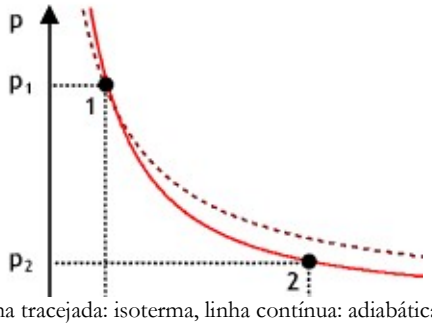
Se o volume aumenta ($\Delta V>0$), então o trabalho é positivo ($\tau>0$) e a variação da energia interna é negativa ($\Delta U<0$), ou seja, a energia interna e a temperatura diminuem ($\Delta T<0$).

Se o volume diminui ($\Delta V<0$), o trabalho é negativo ($\tau<0$) e a energia junto com a temperatura aumentam ($\Delta U>0$ e $\Delta T>0$).

Tipicamente os processos adiabáticos ocorrem em sistemas termicamente isolados ou em processos que sejam desencadeados muito rapidamente como o enchimento de uma bola numa bomba de ar comprimido ou a expansão gasosa nos pistões dos motores a combustão.

A curva no diagrama PxV deste sistema é um tanto mais complicada:

$$PV^{\gamma}= \text{constante}$$



linha tracejada: isoterma, linha contínua: adiabática.

Onde $\gamma = c_p/c_v$, onde c_p é o calor específico à pressão constante e c_v o calor específico a volume constante (já que submetido à diferentes processos pode o gás absorver energia diferentemente).

Como vimos em uma transformação isotérmica, a pressão era inversamente proporcional ao volume durante a transformação. Assim, a pressão traça uma hipérbole quando é apresentada na figura abaixo em função do volume (linha tracejada no gráfico abaixo). Em uma transformação adiabática, a pressão 'cai mais rápido' (em virtude do expoente γ) à medida que o volume aumenta.

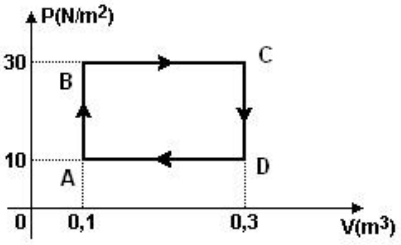
Devido a isso, a energia interna de um gás diminui mais rápido também. Essa transformação, entretanto, nos interessa especialmente pelas relações iniciais. As propriedades do diagrama PxV desse processo são de menor importância.

MODELO PARA MÁQUINAS TÉRMICAS: CICLOS NO DIAGRAMA P-V.

Por ciclo entende-se uma trajetória fechada num diagrama P-V onde ao final do processo se está no mesmo estado que do qual se partiu com a seqüência de transformações. Ou seja, se está em condições de recomeçar um novo ciclo.

Vamos tomar como exemplo de cálculo, o trabalho envolvido em um ciclo completo abaixo sobre o gás ideal:

(Ex. da Puc-sp.2004)



Dado que o trabalho envolvido no ciclo será a soma do trabalhos de cada etapa do ciclo, então, calculando cada etapa separadamente:

τ (AB) = 0

τ (BC) = 30.(0,3 – 0,1) = 6J

τ (CD) = 0

τ (DA) = 10. (0,1 -0,3) = - 2J

Assim:

$$\begin{aligned}\tau_{CICLO} &= \tau\,(AB) + \tau\,(BC) + \tau\,(CD) + \tau\,(DA)\\ &= 0 + 6J + 0 - 2J\\ &= 4J\end{aligned}$$

Notamos que nesse caso existe um trabalho positivo ao fim do ciclo, portanto ele poderia ser utilizado num **motor**, por exemplo.

Essa energia retirada foi retirada da fonte de calor e, portanto, temos um protótipo acerca do funcionamento teórico e da coerência sobre a origem da energia que podemos extrair desse ciclo.

Sentido anti-horário vs. Horário

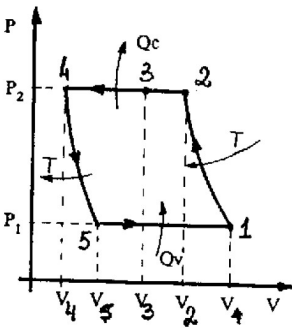
Caso percorrêssemos o ciclo deste exemplo acima no sentido anti-horário, teríamos uma inversão do sinal do trabalho.

Nesse caso, então, estaríamos com um ciclo correspondente a um **refrigerador**, quando, a partir do trabalho retirado do meio para a máquina (nos refrigeradores, trata-se da energia que entra carregada pela corrente elétrica que o alimenta), se consegue um abaixamento da energia interna do gás. Estando o gás resfriado, ele pode servir para absorver o calor de demais corpos, no caso o interior da geladeira.

De modo geral esse é o procedimento para se calcular o trabalho ao longo de um ciclo. Observe que esse resultado corresponde à **área interna do retângulo ABCD**, assumindo o **sinal positivo se percorrido no sentido horário** e **negativo caso fosse percorrido no sentido anti-horário**. Esse resultado também pode ser utilizado com generalidade.

Ciclos no diagrama P-V.

No gráfico seguinte descrevemos um ciclo de um refrigerador. A transformação 1-2 consiste de um processo adiabático, em que um dispositivo chamado 'compressor' atua comprimindo rapidamente o gás. No processo seguinte, 2-3, ocorre uma diminuição da temperatura à pressão constante que leva a redução do volume até a condensação do gás 3-4, estas etapas são levadas a cabo no dispositivo chamado 'radiador'



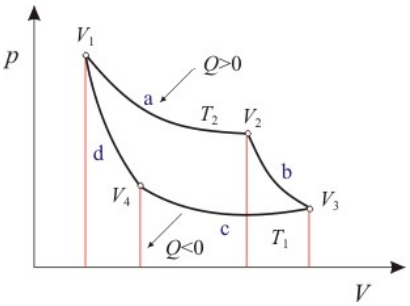
retirado de GREF vol.2.

Em seguida, 4-5, faz-se uma descompressão rápida, adiabática novamente, quando a pressão diminui e o volume da substância utilizada no interior da máquina aumenta, isso é feito na chamada 'válvula descompressora'. Finalmente essa substância absorve calor do interior da geladeira trocando calor com o congelador sendo-lhe permitida a expansão isobárica e isotérmica à medida que vaporiza.

Note que o compressor precisa então remover esse gás e injetá-lo com maior pressão num processo adiabático no trecho 1-2 do diagrama.

O CICLO DE CARNOT

Sadi Carnot (1796-1832), estudando as máquinas térmicas chegou a um ciclo que era dotado de notável propriedade: trata-se daquele que conseguiria o maior rendimento teórico possível. O ciclo é composto pelas seguintes transformações:

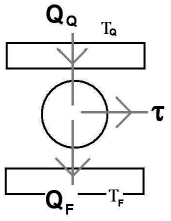


Onde os trechos (a,b,c,d) indicados correspondem à:

(a) consiste de uma transformação isotérmica (T_2)
(b) transformação adiabática.
(c) transformação isotérmica. (T_1)
(d) transformação adiabática.

Na transformação (a) e (c) o sistema troca calor com o meio ficando mantida a temperatura constante (T_2 e T_1). E o calor apenas entra na máquina nesses momentos na medida em que as outras duas transformações são adiabáticas (não trocam calor). Assim, é possível contabilizar as energias e calcular o rendimento da máquina que desenvolve o ciclo de Carnot.

O calor provém de uma fonte de calor, que chamamos de Fonte Quente (Q_Q). O meio externo com o qual existe a perda de calor na etapa (c) chamamos de Fonte Fria (Q_F).
Observe que sempre se perde calor para a Fonte Fria.



Da conservação da energia sabemos:

$$\tau = Q_Q - Q_F$$

E, assim, o rendimento da máquina fica:

$$\eta_{CARNOT} = \frac{\tau}{Q_Q} = \frac{Q_Q - Q_F}{Q_Q} \Rightarrow \eta_{CARNOT} = 1 - \frac{Q_F}{Q_Q}$$

Note que é necessário que $Q_F<Q_Q$. Essa condição nos leva, portanto, ao resultado de que $\eta<1$, ou seja, o rendimento é sempre inferior a 100%.

Além disso, é possível demonstrar que **para o ciclo de Carnot** vale a relação entre os calores absorvido e rejeitado e as temperaturas absolutas:

$$\frac{Q_Q}{T_Q} = \frac{Q_F}{T_F}$$

E, portanto, podemos escrever o rendimento para a máquina de Carnot, como:

$$\eta_{CARNOT} = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

Assim o rendimento da máquina de Carnot só é de 100% se a Temperatura da fonte fria for 0K!

É demonstrado, mediante utilização de um pouco mais de sofisticação matemática, que esse ciclo corresponde ao ciclo de maior rendimento possível. Assim a máquina de Carnot prova que:

> "Não é possível construir uma máquina que operando em ciclos converta todo calor retirado de uma fonte de energia em trabalho útil (100% de rendimento)".

Esse corresponde ao enunciado da chamada **Segunda Lei da Termodinâmica**.

A segunda Lei da Termodinâmica pode, ainda, ser parafraseada pela proposição: "O calor sempre flui do corpo mais quente para o mais frio", assim a Termodinâmica é mais do que o mecanismo teórico que permite explorar o funcionamento das máquinas térmicas.

Curiosidades: Reversibilidade, Entropia e Desordem.

A máquina de Carnot constitui um processo reversível, onde existe uma quantidade constante chamada "entropia", S=Q/T

(vide acima o resultado que usamos). Nesse fato repousa o motivo da eficiência do ciclo de Carnot.

Existe um resultado aclamado popularmente, de que sistemas dotados de um progressivo aumento em sua desordem microscópica (como uma gota de tinta que se dilui num copo de água) são sistemas irreversíveis, para os quais, portanto a entropia aumenta, ou seja, $\Delta S>0$.

Por "desordem" pode-se tomar como a dificuldade do sistema voltar a uma configuração específica de seu passado naturalmente. Por exemplo, voltar depois de um tempo que a gota de tinta caiu no copo a ter a gota reunida novamente.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R4. (U.E.Londrina-PR) Uma determinada máquina térmica deve operar em ciclos entre as temperaturas de 27ºC e 225ºC. Em cada ciclo ela recebe 1.000 cal de uma fonte quente. O máximo de trabalho que a máquina pode fornecer por ciclo ao exterior, em calorias, vale:

a) 1.000 b) 600 c) 500 d) 400 e) 200

Resolução

Admitindo que se trata de uma máquina de Carnot, em virtude dela corresponder ao máximo trabalho realizado por uma máquina.

$$T_Q = 225K + 273K = 498K$$
$$T_F = 27K + 273K = 300K$$
$$\eta = 1 - \frac{300}{498} \approx 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$$

(Note como o arredondamento esperto agilizou a conta!)

Mas, ainda:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_Q} \Rightarrow \tau = 0,4 \cdot 1000cal \Rightarrow \tau = 400cal$$

Item (d), portanto.

EXERCÍCIOS

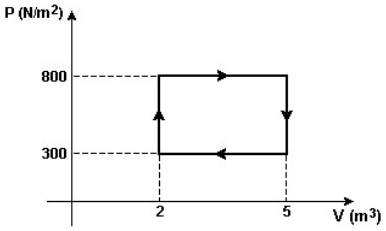
1. (Unesp 2001) Uma bexiga vazia tem volume desprezível; cheia, o seu volume pode atingir $4,0\times10^{3}m^3$. O trabalho realizado pelo ar para encher essa bexiga, à temperatura ambiente, realizado contra a pressão atmosférica, num lugar onde o seu valor é constante e vale $1,0\times10^5$Pa, é no mínimo de

a) 4 J.
b) 40 J.
c) 400 J.
d) 4000 J.
e) 40000 J.

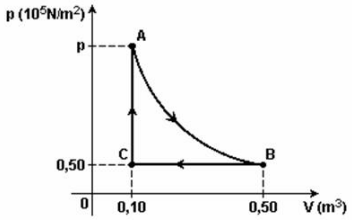
2. (Uerj 2004) Observe o ciclo mostrado no gráfico P × V a seguir.

Considerando este ciclo completo, o trabalho realizado, em joules, vale:

a) 1.500
b) 900
c) 800
d) 600



3. (Ufal 2006) Um gás sofre a transformação termodinâmica cíclica ABCA representada no gráfico p × V. No trecho AB a transformação é isotérmica.

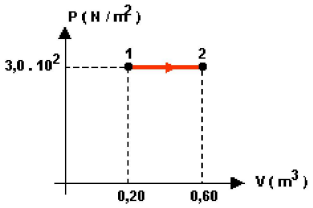


Analise as afirmações:

( ) A pressão no ponto A é $2,5 \times 10^5$ N/m².
( ) No trecho AB o sistema não troca calor com a vizinhança.
( ) No trecho BC o trabalho é realizado pelo gás e vale $2,0 \times 10^4$ J.
( ) No trecho CA não há realização de trabalho.
( ) Pelo gráfico, o trabalho realizado pelo gás no ciclo ABCA é maior do que $4,0 \times 10^4$ J.

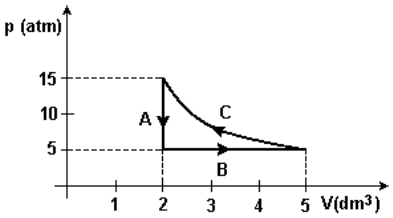
4. (PUC-MG) A transformação de um certo gás ideal, que recebeu do meio exterior 75 calorias, está representado no gráfico ao lado. (Dado: 1 cal = 4 J)

A respeito dessa evolução, assinale a afirmativa incorreta:



a) A transformação foi isobárica.
b) O trabalho realizado pelo gás é igual a 120 J.
c) A energia interna do gás aumentou 45 cal.
d) Se a temperatura do gás, no estado 1 era de 27ºC, no estado 2 será de 627ºC.
e) Durante a transformação, a velocidade média das moléculas do gás permaneceu constante.

5. (Ufpr 2006) O gás que circula num compressor de geladeira executa um ciclo termodinâmico no sentido anti-horário como o apresentado na figura a seguir:



Sabendo que a transformação C é adiabática, considere as seguintes afirmativas:

I. A transformação A ocorre a volume constante e nenhum trabalho é realizado.
II. A transformação B é isobárica e o meio externo realiza trabalho sobre o gás.
III. Não há trocas de calor na transformação C.
IV. A temperatura na transformação C é constante.

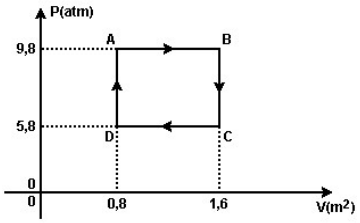
Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
c) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
d) Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
e) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.

6. (Ufrrj 2004) Um gás ideal sofre as transformações AB, BC, CD e DA, de acordo com o gráfico a seguir.

Através da análise do gráfico, assinale adiante a alternativa correta.

a) Na transformação CD, o trabalho é negativo.
b) A transformação AB é isotérmica.
c) Na transformação BC, o trabalho é negativo.
d) A transformação DA é isotérmica.
e) Ao completar o ciclo, a energia interna aumenta.

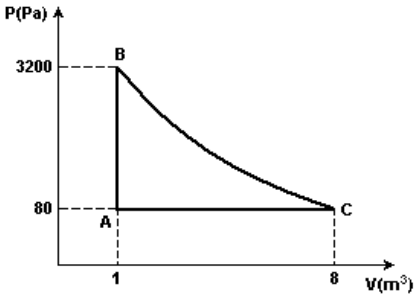


7. (Ita 2004) Uma máquina térmica opera com um mol de um gás monoatômico ideal. O gás realiza o ciclo ABCA, representado no plano PV, conforme mostra a figura.

Considerando que a transformação BC é adiabática, calcule:

a) a eficiência da máquina;

b) a variação da entropia na transformação BC.

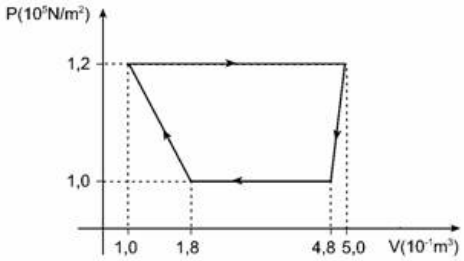


8. (Uerj 2006) O auditório do transatlântico, com 50 m de comprimento, 20 m de largura e 5 m de altura, possui um sistema de refrigeração que retira, em cada ciclo, $2{,}0 \times 10^4$ J de calor do ambiente. Esse ciclo está representado no diagrama a seguir, no qual P indica a pressão e V, o volume do gás empregado na refrigeração.

Calcule:

a) a variação da energia interna do gás em cada ciclo;

b) o tempo necessário para diminuir em 3°C a temperatura do ambiente, se a cada 6 segundos o sistema reduz em 1°C a temperatura de 25 kg de ar.



9. (Ufc 2006) Um gás ideal sofre as transformações mostradas no diagrama da figura a seguir.

Determine o trabalho total realizado durante os quatro processos termodinâmicos $A \to B \to C \to D \to A$.

10. (Ufg 2005) Uma máquina térmica contendo um gás monoatômico, que obedece à lei dos gases ideais, realiza o ciclo representado no diagrama a seguir.

Dados: Calor molar a volume constante = 3R/2
Calor molar a pressão constante = 5R/2

a) o calor recebido ou cedido em cada processo;

b) o trabalho no processo CA.

11. (Ufpe 2006) No ciclo mostrado no diagrama pV da figura a seguir, a transformação AB é isobárica, a BC é isovolumétrica e a CA é isotérmica. Qual a quantidade total de calor absorvido pelo gás nas transformações AB e BC, em joules. Considere que o gás é ideal.

12. (Ufv 2000) Uma máquina térmica executa o ciclo representado no gráfico seguinte. Se a máquina executa 10 ciclos por segundo, a potência desenvolvida, em quilowatt, é:

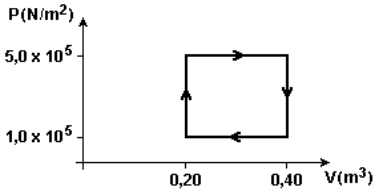
a) 8

b) 8000

c) 80

d) 0,8

e) 800



13. (Unesp 2006) Um gás ideal, confinado no interior de um pistão com êmbolo móvel, é submetido a uma transformação na qual seu volume é reduzido à quarta parte do seu volume inicial, em um intervalo de tempo muito curto. Tratando-se de uma transformação muito rápida, não há tempo para a troca de calor entre o gás e o meio exterior. Pode-se afirmar que a transformação é

a) isobárica, e a temperatura final do gás é maior que a inicial.

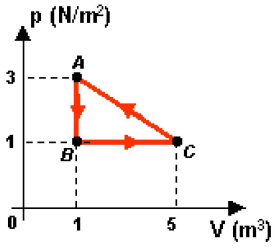
b) isotérmica, e a pressão final do gás é maior que a inicial.

c) adiabática, e a temperatura final do gás é maior que a inicial.

d) isobárica, e a energia interna final do gás é menor que a inicial.

e) adiabática, e a energia interna final do gás é menor que a inicial.

14. (PUC-MG) Uma amostra de gás ideal sofre as transformações mostradas no diagrama pressão versus volume, ilustrado ao lado. Observe-o bem e analise as afirmativas abaixo, apontando a opção correta:



a) A transformação AB é isobárica e a transformação BC, isométrica.

b) O trabalho feito pelo gás no ciclo ABCA é positivo.

c) Na etapa AB o gás sofreu compressão e na etapa BC sofreu expansão.

d) O trabalho realizado sobre o gás na etapa CA foi de 8 J.

e) A transformação CA é isotérmica.

15. (Ufscar 2005) Mantendo uma estreita abertura em sua boca, assopre com vigor sua mão agora! Viu? Você produziu uma transformação adiabática! Nela, o ar que você expeliu sofreu uma violenta expansão, durante a qual

a) o trabalho realizado correspondeu à diminuição da energia interna desse ar, por não ocorrer troca de calor com o meio externo.

b) o trabalho realizado correspondeu ao aumento da energia interna desse ar, por não ocorrer troca de calor com o meio externo.

c) o trabalho realizado correspondeu ao aumento da quantidade de calor trocado por esse ar com o meio, por não ocorrer variação da sua energia interna.

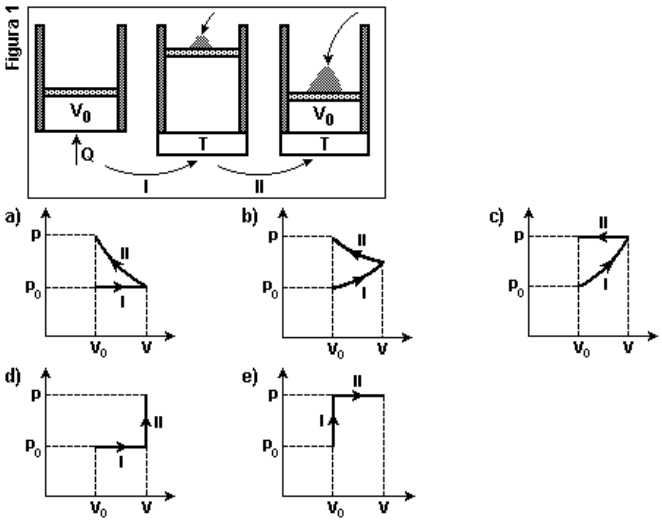
d) não houve realização de trabalho, uma vez que o ar não absorveu calor do meio e não sofreu variação de energia interna.

e) não houve realização de trabalho, uma vez que o ar não cedeu calor para o meio e não sofreu variação de energia interna.

16. (Unifesp 2005) A figura 1 ilustra duas transformações de um gás ideal contido num cilindro de paredes adiabáticas. Em I, através de uma base diatérmica (que permite a passagem do calor), o gás recebe calor e faz o êmbolo, também construído de material adiabático, subir livremente, aumentando seu volume de Vo a V, atingindo a temperatura T. Nesse estado, a fonte quente é retirada e substituída por um reservatório térmico à mesma temperatura T do gás. Em seguida, na transformação II, colocam-se grãos de areia sobre o êmbolo, lentamente, para que o gás possa manter-se em equilíbrio térmico com

o reservatório. Nessas condições, o êmbolo baixa até que o gás volte a ocupar o mesmo volume Vo do início.

Considere desprezíveis as variações da pressão atmosférica. O diagrama p×V, que melhor representa essas duas transformações, é o da figura:



17. (Pucpr 2006) Uma máquina térmica, operando em um ciclo de Carnot, trabalha entre as temperaturas de - 73° C e 227° C. Em cada ciclo, a máquina recebe 500 J de calor da fonte quente. Analise as seguintes afirmativas:
I. O rendimento dessa máquina é de 40%.
II. O trabalho realizado pela máquina é de 300 J.
III. O calor rejeitado, por ciclo, para a fonte fria é de 200J.
Está correta ou estão corretas:
a) I e II.
b) II e III.
c) I e III.
d) somente II.
e) somente III.

18. (Ufsc 2004) No século XIX, o jovem engenheiro francês Nicolas L. Sadi Carnot publicou um pequeno livro - Reflexões sobre a potência motriz do fogo e sobre os meios adequados de desenvolvê-la - no qual descrevia e analisava uma máquina ideal e imaginária, que realizaria uma transformação cíclica hoje conhecida como "ciclo de Carnot" e de fundamental importância para a Termodinâmica.

Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S) a respeito do ciclo de Carnot:
(01) Por ser ideal e imaginária, a máquina proposta por Carnot contraria a segunda lei da Termodinâmica.
(02) Nenhuma máquina térmica que opere entre duas determinadas fontes, às temperaturas T1 e T2, pode ter maior rendimento do que uma máquina de Carnot operando entre essas mesmas fontes.
(04) Uma máquina térmica, operando segundo o ciclo de Carnot entre uma fonte quente e uma fonte fria, apresenta um rendimento igual a 100%, isto é, todo o calor a ela fornecido é transformado em trabalho.
(08) O rendimento da máquina de Carnot depende apenas das temperaturas da fonte quente e da fonte fria.
(16) O ciclo de Carnot consiste em duas transformações adiabáticas, alternadas com duas transformações isotérmicas.

19. (Ufc 2003) A eficiência de uma máquina de Carnot que opera entre a fonte de temperatura alta (T1) e a fonte de temperatura baixa (T2) é dada pela expressão

$$n = 1 - (T2/T1),$$

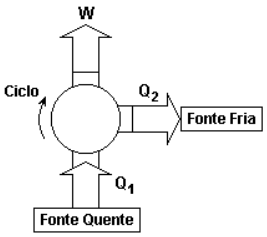
em que T1 e T2 são medidas na escala absoluta ou de Kelvin.

Suponha que você dispõe de uma máquina dessas com uma eficiência n = 30%. Se você dobrar o valor da temperatura da fonte quente, a eficiência da máquina passará a ser igual a:
a) 40%
b) 45%
c) 50%
d) 60%
e) 65%

20. (Uff 2002) Se olharmos ao redor, perceberemos como o mundo evoluiu a partir do século XVIII e início do XIX, com a Revolução Industrial. O advento da máquina, em suas variadas formas, alargou os horizontes do homem, proporcionando novos recursos para o desenvolvimento urbano e industrial, desde as descobertas de fontes de energia até a expansão de mercados e de territórios dentro e fora da Europa.

O esquema a seguir representa o ciclo de operação de determinada máquina térmica cujo combustível é um gás. Quando em funcionamento, a cada ciclo o gás absorve calor (Q1) de uma fonte quente, realiza trabalho mecânico (W) e libera calor (Q2) para uma fonte fria, sendo a eficiência da máquina medida pelo quociente entre W e Q1.

Uma dessas máquinas, que, a cada ciclo, realiza um trabalho de $3{,}0 \times 10^4$ J com uma eficiência de 60%, foi adquirida por certa indústria.



Em relação a essa máquina, conclui-se que os valores de Q1, de Q2 e da variação da energia interna do gás são, respectivamente:
a) $1{,}8 \times 10^4$ J ; $5{,}0 \times 10^4$ J ; $3{,}2 \times 10^4$ J
b) $3{,}0 \times 10^4$ J ; zero ; zero
c) $3{,}0 \times 10^4$ J ; zero ; $3{,}0 \times 10^4$ J
d) $5{,}0 \times 10^4$ J ; $2{,}0 \times 10^4$ J ; zero
e) $5{,}0 \times 10^4$ J ; $2{,}0 \times 10^4$ J ; $3{,}0 \times 10^4$ J

21. (Uel 2005) Uma das grandes contribuições para a ciência do século XIX foi a introdução, por Sadi Carnot, em 1824, de uma lei para o rendimento das máquinas térmicas, que veio a se transformar na lei que conhecemos hoje como Segunda Lei da Termodinâmica. Na sua versão original, a afirmação de Carnot era: todas as máquinas térmicas reversíveis ideais, operando entre duas temperaturas, uma maior e outra menor, têm a mesma eficiência, e nenhuma máquina operando entre essas temperaturas pode ter eficiência maior do que uma máquina térmica reversível ideal. Com base no texto e nos conhecimentos sobre o tema, é correto afirmar:
a) A afirmação, como formulada originalmente, vale somente para máquinas a vapor, que eram as únicas que existiam na época de Carnot.
b) A afirmação de Carnot introduziu a idéia de Ciclo de Carnot, que é o ciclo em que operam, ainda hoje, nossas máquinas térmicas.
c) A afirmação de Carnot sobre máquinas térmicas pode ser encarada como uma outra maneira de dizer que há limites para a possibilidade de aprimoramento técnico, sendo impossível obter uma máquina com rendimento maior do que a de uma máquina térmica ideal.
d) A afirmação de Carnot introduziu a idéia de Ciclo de Carnot, que veio a ser o ciclo em que operam, ainda hoje, nossos motores elétricos.
e) Carnot viveu em uma época em que o progresso técnico era muito lento, e sua afirmação é hoje desprovida de sentido, pois o progresso técnico é ilimitado.

22. (Ufscar 2006) Inglaterra, século XVIII. Hargreaves patenteia sua máquina de fiar; Arkwright inventa a fiandeira hidráulica; James Watt introduz a importantíssima máquina a vapor. Tempos modernos! (C. Alencar, L. C. Ramalho e M. V. T. Ribeiro, "História da Sociedade Brasileira".)

As máquinas a vapor, sendo máquinas térmicas reais, operam em ciclos de acordo com a segunda lei da Termodinâmica. Sobre estas máquinas, considere as três afirmações seguintes:
I. Quando em funcionamento, rejeitam para a fonte fria parte do calor retirado da fonte quente.
II. No decorrer de um ciclo, a energia interna do vapor de água se mantém constante.
III. Transformam em trabalho todo calor recebido da fonte quente.
É correto o contido apenas em
a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) II e III.

23. (Unesp 2005) Um pistão com êmbolo móvel contém 2 mols de O, e recebe 581J de calor. O gás sofre uma expansão isobárica na qual seu volume aumentou de 1,66 L, a uma pressão constante de 10^5 N/m². Considerando que nessas condições o gás se comporta como gás ideal, utilize R = 8,3 J/mol.K e calcule
a) a variação de energia interna do gás.
b) a variação de temperatura do gás.

24. (Unesp 2003) A energia interna U de uma certa quantidade de gás, que se comporta como gás ideal, contida em um recipiente, é proporcional à temperatura T, e seu valor pode ser calculado utilizando a expressão U=12,5T. A temperatura deve ser expressa em kelvins e a energia, em joules. Se inicialmente o gás está à temperatura T=300 K e, em uma transformação a volume constante, recebe 1 250 J de uma fonte de calor, sua temperatura final será
a) 200 K.
b) 300 K.
c) 400 K.
d) 600 K.
e) 800 K.

25. (Unicamp 2005) Uma sala tem 6 m de largura, 10 m de comprimento e 4 m de altura. Deseja-se refrigerar o ar dentro da sala. Considere o calor específico do ar como sendo 30 J/ (mol K) e use R= 8 J/ (mol K).
a) Considerando o ar dentro da sala como um gás ideal à pressão ambiente (P = 10^5 N/m²), quantos moles de gás existem dentro da sala a 27 °C?
b) Qual é a quantidade de calor que o refrigerador deve retirar da massa de ar do item (a) para resfriá-Ia até 17 °C?

UNIDADE 4: ÓPTICA GEOMÉTRICA

1.INTRODUÇÃO

A Óptica (ou Ótica) é a área da Física que estuda questões relacionadas à natureza da luz e ao seu comportamento quando em interação com a matéria, ou seja, aos fenômenos relacionados à luz.

O estudo de alguns fenômenos óticos, como os associados à trajetória da luz e à formação de imagens, é facilitado pela utilização da geometria. Por isso esta parte da ótica que vamos estudar a seguir é chamada de **ótica geométrica**, que começou a ser estudada desde os tempos da Grécia antiga e não se preocupa com aspectos da natureza da luz.

REPRESENTAÇÕES E PRÍNCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

A óptica geométrica descreve um conjunto de fenômenos que envolvem a propagação da luz. Entre esses estão os fenômenos da refração, que acontece quando a luz muda de meio de propagação (por exemplo, quando a luz passa do ar para a água), e da reflexão, que acontece quando a luz incide em superfícies (por exemplo, quando a luz incide numa superfície espelhada e é refletida).

Para estudar esses fenômenos utilizamos representações geométricas de alguns conceitos da ótica para nos auxiliar, já que essas representações simplificam e ajudam a entender mais facilmente os fenômenos.

Raio de Luz: representa geometricamente a *trajetória da luz* por uma linha, que indica o sentido de propagação da luz (Figura 1).

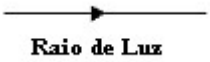


Figura 1

Feixe luminoso ou pincel de luz: conjunto de raios provenientes de um mesmo ponto e que apresentam pequena abertura angular entre si. Este pincel ou feixe é classificado como **divergente –** quando os raios saem de um ponto comum – ou **convergente** – quando os raios vão para um mesmo ponto (Figura 2).

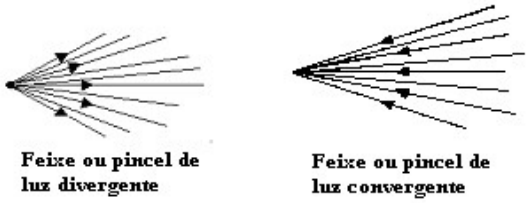


Figura 2

Quando os raios de um feixe são paralelos, eles não se encontram em um ponto luminoso (Figura 3). Assim, esse ponto é chamado **impróprio**.

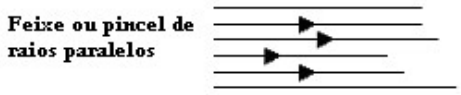


Figura 3

Para estudar os fenômenos óticos dois princípios sobre a propagação da luz também são importantes:

1º. Princípio (propagação retilínea):

Nos meios homogêneos e transparentes a luz se propaga em linha reta.

2º. Princípio (independência dos raios luminosos):

Quando dois raios de luz se cruzam num ponto as direções desses raios não se alteram, independentemente da direção de propagação, ou seja, eles se comportam como se o outro não existisse.

3º. Princípio (caminho inverso):

As trajetórias de um feixe de luz são reversíveis, isto é, ao inverter o sentido de propagação de um raio a trajetória não muda, ele segue a mesma trajetória, porém em sentido oposto. Assim, o caminho que a luz percorre de um ponto A até um ponto B é o mesmo que de B até A.

FONTES LUMINOSAS

Chamamos de 'fonte de luz' todo corpo capaz de emitir luz. Essas fontes podem ser classificadas como:

Fonte Primária (também chamada de corpo luminoso): é o corpo que produz a luz que emite. Neste caso, existem dois tipos:

1. incandescentes: fontes que emitem luz por estarem a altas temperaturas (> 500ºC) (Ex: Sol, lâmpadas de filamento etc).
2. luminescentes: fontes "frias", que emitem luz a temperaturas mais baixas ou por um mecanismo particular (Ex: vaga-lume, lâmpadas fluorescentes etc).

Muitos fenômenos ligados à produção de luz (como a incandescência e a luminescência) estão ligados à estrutura e composição da matéria da fonte, por isso não serão discutidos neste momento.

Fonte Secundária (também chamada de corpo iluminado): é o corpo que não produz a luz que emite, e só emite quando é iluminado (Ex: Lua, Terra).

FORMAÇÃO DE SOMBRAS

As sombras são explicadas na ótica geométrica pela lei da propagação retilínea da luz. É pelo fato de a luz se propagar em linha reta que o contorno dos objetos se apresenta igualmente nas respectivas sombras.

Na figura 4a, temos representada a sombra produzida por uma fonte de luz pontual (de tamanho muito menor que o objeto iluminado). Quando o objeto é iluminado por uma fonte extensa (cujas dimensões são comparáveis às do objeto), é produzido, além do cone de sombra, um cone de penumbra (Figura 4b).

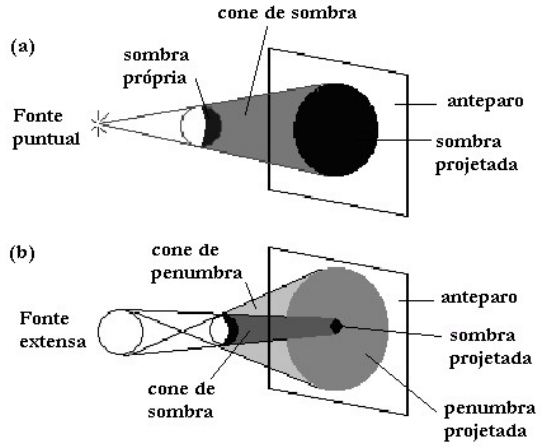
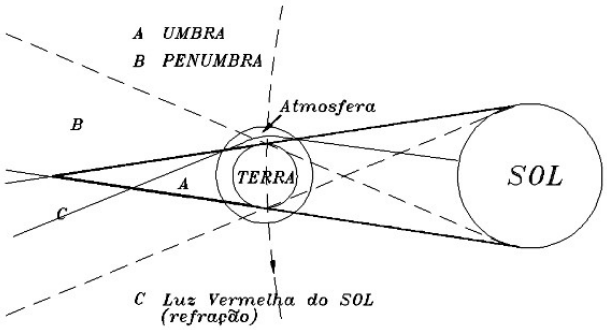


Figura 4

Um fenômeno óptico associado à sombras consiste dos famosos eclipses. Antes, entretanto, de falarmos especificamente sobre estes e seus tipos, é necessário que transportemos o significado óptico de uma sombra para aquele contexto.



Regiões de Umbra e de Penumbra a sombra terrestre. No caso de substituírmos a Terra pela Lua, nós não teremos o desvio da radiação vermelha da luz solar pelo fato de o nosso satelite natural não possuir atmosfera.

ECLIPSES

O eclipse é um fenômeno que acontece devido à produção de sombra da Lua na Terra ou da Terra na Lua. Depende da posição que a Lua e a Terra se encontram em relação ao Sol, fonte luminosa primária.

Estes fenômenos são um pouco mais raros de acontecer do que as fases lunares e isto ocorre porque o plano da órbita lunar está inclinado de 5° (cinco graus) em relação ao plano da Eclíptica, que é o plano onde nós encontramos a Terra orbitando ao redor do Sol, como nos mostra a figura ao lado

Com isso, vemos que não é em todo mês que ocorrem eclipses Se prestarmos atenção na , veremos que existem condições geométricas em que a Lua, a Terra e o Sol poderão estar numa mesma linha, ou seja alinhados.

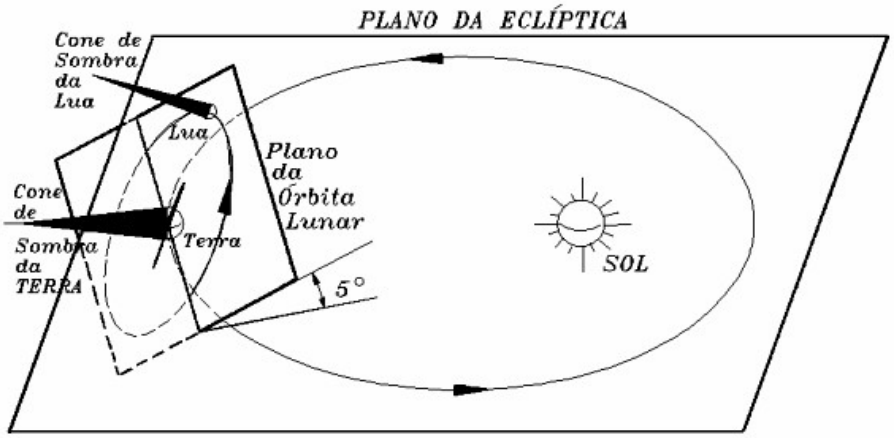
Os pontos EL e ES significam respectivamente Eclipse Lunar e Eclipse Solar, os quais são os dois tipos de eclipses que um observador terrestre pode presenciar.

Qualquer corpo que é iluminado pelo Sol produz uma sombra no espaço. Esta sombra é composta de duas partes distintas: a **Umbra** e a **Penumbra**. A Umbra (também chamada de cone de sombra) é a parte da sombra na qual a escuridão é "total", enquanto que na Penumbra, a escuridão não é tão intensa e muitas vezes imperceptível ao olho humano.

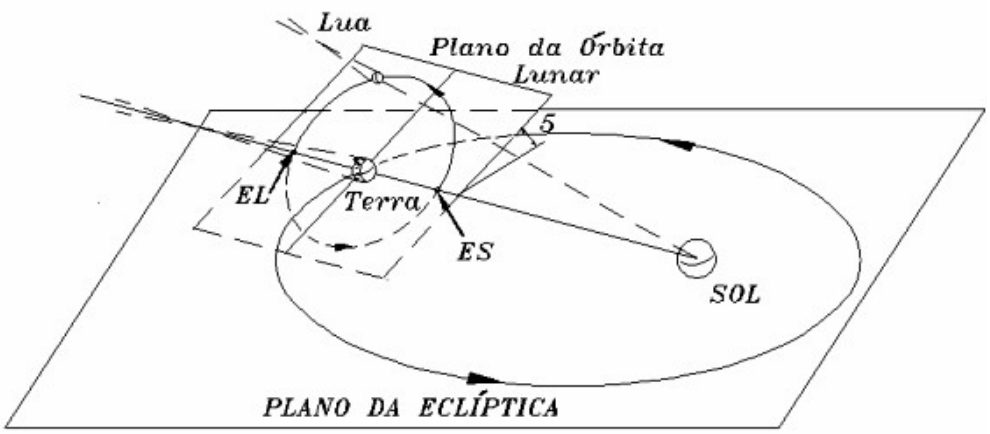
Um exemplo prático é a sombra de nossos corpos quando iluminados pelo Sol. Perceba que ela tem uma região central mais densa e escura e o contorno da silhueta do nosso corpo não está definida, a qual é a região de penumbra.

FASES DA LUA

Observamos diferentes fases de iluminação da Lua, conforme a posição em que esta se encontra em relação a Terra. Essa mudança de posição e conseqüente mudança de iluminação acontecem por causa do movimento de revolução da Lua em torno da Terra, que dura um mês (período que a Lua leva para dar uma volta em torno da Terra). Estas fases de iluminação são comumente chamadas de Fases da Lua e são elas: minguante, nova, crescente e cheia.



O Plano da Eclíptica com o Plano da Órbita Lunar. Como podemos observar pela , a sombra da Lua raramente encontrará com a Terra e a sombra da Terra, do mesmo modo, raramente se encontrará com a Lua.



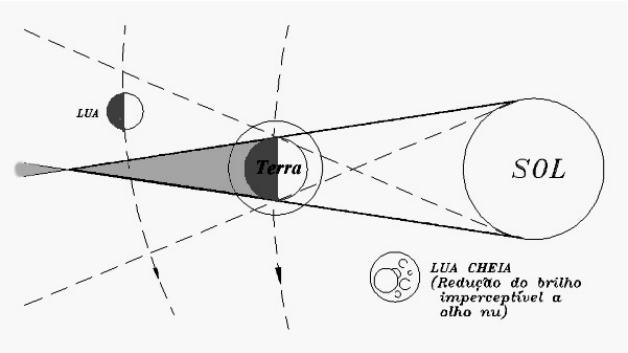
Linha dos Nodos - posição relativa entre o plano da órbita lunar e o plano da eclíptica que permite a ocorrência dos eclipses.

Os Tipos de Eclipses

Existem dois tipos de eclipses, os **Eclipses Lunares** e os **Eclipses Solares**. Cada um desses eclipses podem ser subdivididos em outros subtipos em decorrência de quão próxima a Lua esteja do seu nodo e da distância da Lua a Terra.

Eclipses Lunares

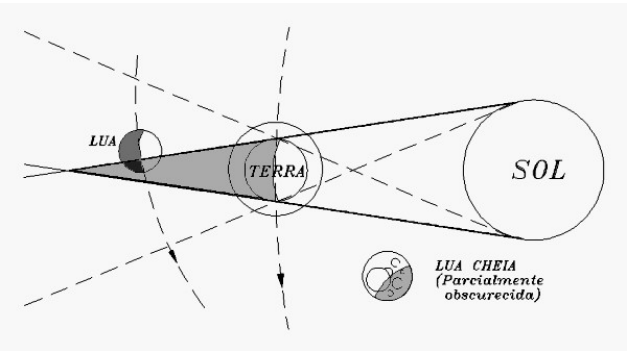
A) Eclipse Lunar Penumbral: Este tipo de eclipse ocorrerá somente se a Lua, ao longo de sua trajetória, atravessar a região da penumbra terrestre. Este tipo de eclipse não é perceptível a olho nu. E pode ser medido apenas com instrumentos apropriados, pôr exemplo: um fotômetro.



Eclipse Lunar Penumbral.

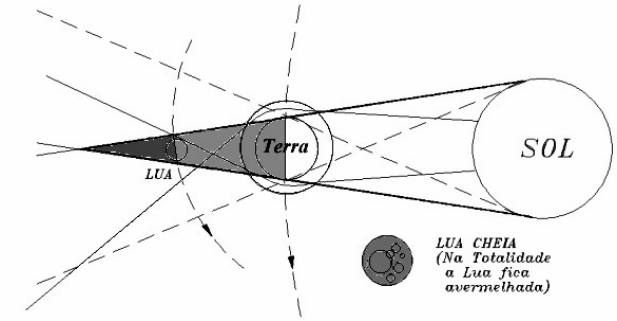
B) Eclipse Lunar Umbral: Este outro tipo de Eclipse Lunar tem ainda outras duas divisões:

B.1) Eclipse Lunar Umbral Parcial ou simplesmente Eclipse Lunar Parcial: nesse tipo, a trajetória da Lua será tal que uma parte dela passará pela umbra terrestre, como nos mostra a figura abaixo;

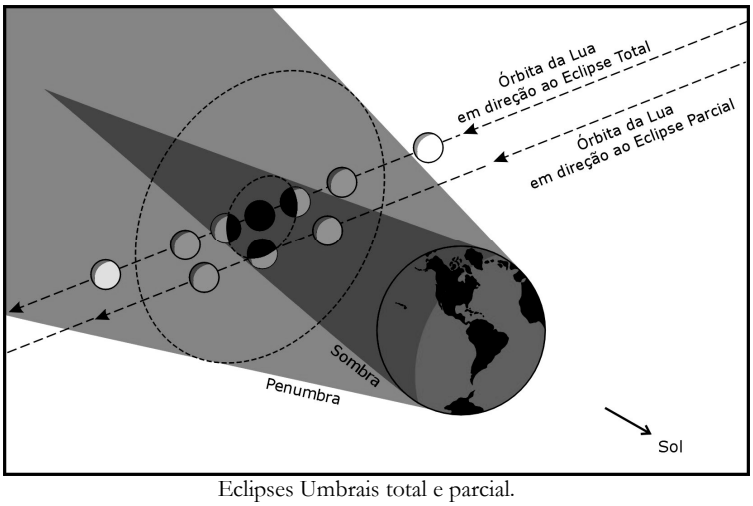


Eclipse Lunar Umbral Parcial.

B.2) Eclipse Lunar Umbral Total ou apenas Eclipse Lunar Total: nesse último tipo ocorrerá quando a Lua entrar no cone de sombra terrestre, como nos mostra a ;

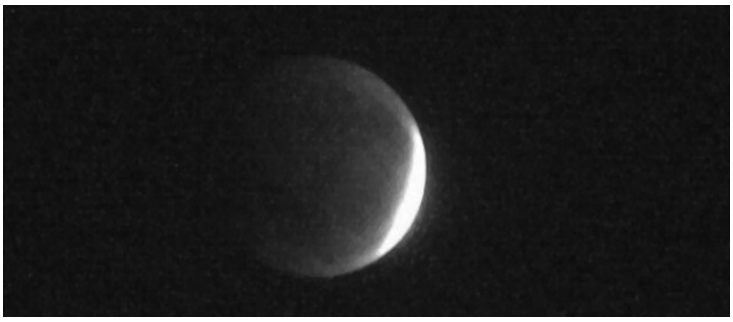


Eclipse Lunar Umbral Total.



Eclipses Umbrais total e parcial.

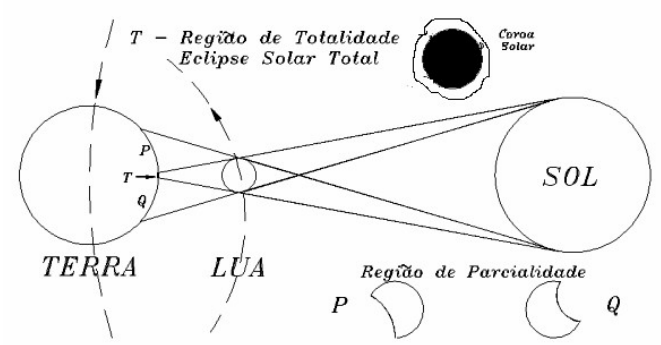
Quando a Lua se mantém apenas escurecida pela penumbra, sem adentrar a umbra, temos um eclipse lunar penumbral.



Eclipse total da Lua em 16 de maio de 2003
Foto: Gilberto K. Renner

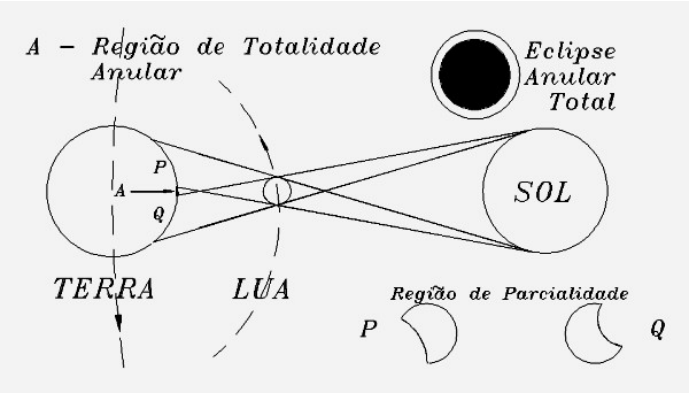
Eclipses Solares

Os eclipses solares acontecem quando a Lua se encontra próximo do ponto ES e podem ter três subtipos.
A) Eclipse Solar Total: Esse tipo de eclipse acontecerá quando o tamanho aparente da Lua for maior que o Sol. Nesse caso o cone de sombra lunar produzirá sobre a superfície da Terra uma sombra escura. O observador que se encontrar na região de alinhamento do Sol com a Lua (T) verá durante alguns minutos a Lua encobrir pôr completo o Sol. Para o observador nas regiões (P) e (Q) ele verá sempre o eclipse como parcial, ou seja o disco lunar encobre parcialmente o Sol.



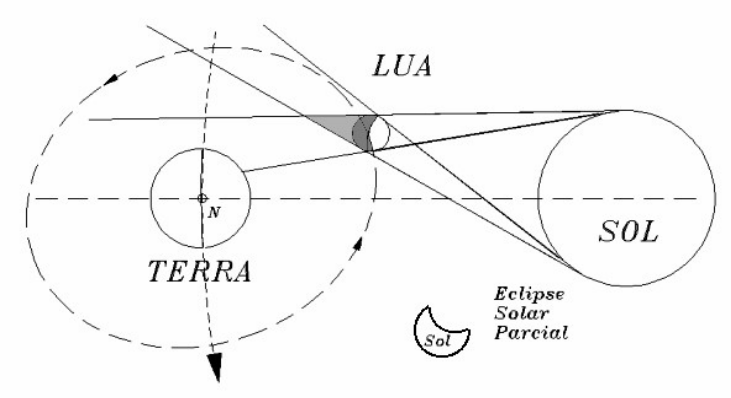
Eclipse Solar Total.

B) Eclipse Solar Anular: Esse outro tipo de eclipse ocorre quando a Lua está mais distante da Terra e seu tamanho aparente é menor que o tamanho aparente do Sol, ou seja, a Lua não cobre totalmente o Sol (região A). Quando estivermos no auge do eclipse, nós veremos um anel luminoso em volta da Lua, que nada mais é do que o próprio Sol (veja a). Igualmente os observadores na região (P) e (Q) verão a fase parcial desse eclipse.

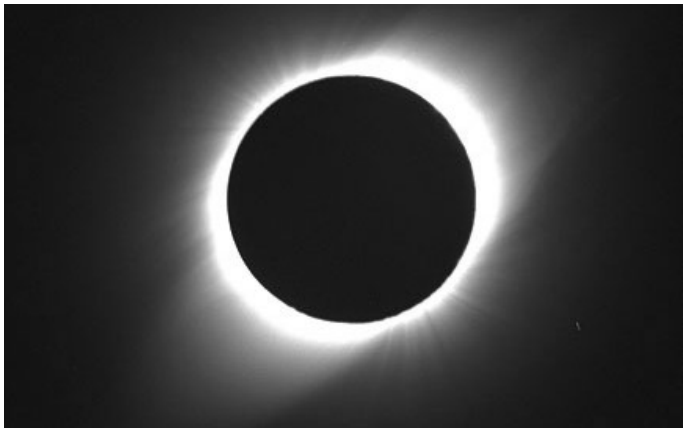


Eclipse Solar Anelar.

C) Eclipse Solar Parcial: Quando o alinhamento Sol - Lua não interceptar a superfície terrestre, um observador verá somente a fase parcial do eclipse. Somente uma parte do disco solar será obstruída pela Lua. Nesse caso somente a região de penumbra intercepta a superfície da Terra:



Eclipse Solar Parcial.



Eclipse total do Sol
http://umbra.nascom.nasa.gov

A FREQÜÊNCIA DOS ECLIPSES

A freqüência de ocorrência dos eclipses depende da posição entre os planos orbitais lunar e terrestre, da posição da Lua ao longo de sua órbita em termos da sua proximidade ou coincidência com os pontos nodais EL e ES e da sua distância para com a Terra. A seqüência dos eclipses se repete na mesma ordem a cada 18 anos, 11 dias e 8 horas. Esse intervalo de tempo é denominado "Período de Saros", o qual contém 70 eclipses dos quais 41 são solares e 29 são lunares. Nesse período ocorrem no mínimo dois eclipses solares em um ano e no máximo cinco eclipses solares ou três eclipses lunares e quatro eclipses solares.

CÂMARA ESCURA

Considere uma caixa com paredes de um material que não permite a entrada e saída da luz (opaco). Numa das faces dessa caixa há um pequeno orifício (por onde a luz entra). Já a face oposta a esta, é feita de um material translúcido, que permite a saída de parte da luz (uma folha de papel vegetal, por exemplo). Colocando uma vela acesa iluminando a face da caixa que contém o orifício, observa-se a imagem invertida dessa vela na face translúcida (papel vegetal, por exemplo) (Figura 7).

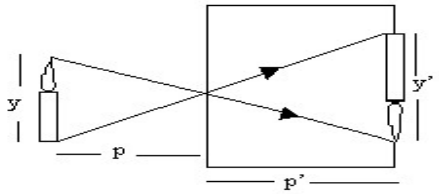


Figura 7

Considerando os princípios da propagação retilínea e da independência dos raios de luz, observamos geometricamente que dois triângulos semelhantes são formados pelos raios de luz provenientes das extremidades da vela. Utilizando essa propriedade de semelhança de triângulos, temos a seguinte relação matemática entre as distâncias representadas na figura 7:

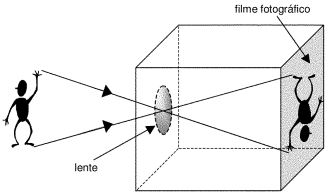
$$\frac{y}{y'} = \frac{p}{p'}$$

Essa relação pode ser verificada através de experimentos, e, dessa maneira, pode servir como observação e validação das leis da ótica geométrica para a luz visível. Esse sistema havia sido estudado, por exemplo, por Leonardo da Vinci (1452-1519).

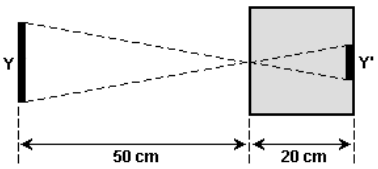
Se estivéssemos considerando os estudos sobre a natureza da luz e tomássemos a luz como sendo uma onda, teríamos problemas se a luz que passa pelo orifício tivesse comprimento de onda maior que a luz no espectro visível (como por exemplo, raios infravermelhos). Nessas condições, a luz sofreria um desvio que, além de desfocar a imagem, poderia alterar a relação matemática obtida pela semelhança de triângulos. Sobre esses possíveis desvios veremos mais adiante, no capítulo de ondulatória.

EXERCÍCIOS

1) (Ufpe)Uma "câmera tipo caixote" possui uma única lente delgada convergente, de distância focal f = 20 cm. Qual deve ser a distância da lente ao filme, em cm, para que a imagem de uma pessoa que está de pé a 400 cm da câmera seja focalizada sobre o filme?



2) (Fatec)Um objeto y de comprimento 4,0 cm projeta uma imagem y' em uma câmara escura de orifício, como indicado na figura O comprimento de y' é, em centímetros, igual a

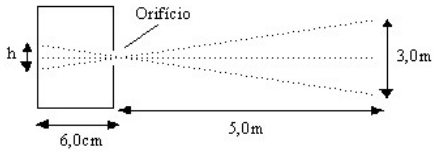


a) 2,5
b) 2,0
c) 1,8
d) 1,6
e) 0,4

3) (Puc)A velocidade da luz, no vácuo, vale aproximadamente $3{,}0.10^8$ m/s. Para percorrer a distância entre a Lua e a Terra, que é de $3{,}9.10^5$ km, a luz leva:
a) 11,7 s
b) 8,2 s
c) 4,5 s
d) 1,3 s
e) 0,77 s

4. (Fuvest 95) Num dia sem nuvens, ao meio-dia, a sombra projeta no chão por uma esfera de 1,0cm de diâmetro é bem nítida se ela estiver a 10cm do chão. Entretanto, se a esfera estiver a 200cm do chão, sua sombra é muito pouco nítida. Pode-se afirmar que a principal causa do efeito observado é que:
a) o Sol é uma fonte extensa de luz.
b) o índice de refração do ar depende da temperatura.
c) a luz é um fenômeno ondulatório.
d) a luz do Sol contém diferentes cores.
e) a difusão da luz no ar "borra" a sombra.

5. (UFRJ 97) No mundo artístico as antigas "câmaras escuras" voltaram á moda. Uma câmara escura é uma caixa fechada de paredes opacas que possui um orifício em uma de suas faces. Na face oposta à do orifício fica preso um filme fotográfico onde se formam as imagens dos objetos localizados no exterior da caixa, como mostra a figura.



Suponha que um objeto de 3,0m de altura esteja a uma distância de 5,0m do orifício e que a distância entre as faces seja de 6,0cm. Calcule a altura h da imagem.

6. (PUC-SP) Leia o texto seguinte e responda às questões propostas:
"Lua tem último eclipse total do século"
Às 22h11min de hoje começa o último eclipse total da Lua no século. Ele será visível de todo país. (...) Os eclipses totais da Lua ocorrem a cada 18 anos, mas só são visíveis de aproximadamente 1/3 da superfície terrestre. Assim, para um mesmo ponto da Terra, eclipses totais ocorrem a cada 54 anos. (Folha de S.Paulo, 16/08/89)
a) Explique como o eclipse total da Lua acontece, esquematizando a situação.
b) Que propriedades da luz possibilita que esse tipo de fenômeno ocorra?
Obs: O eclipse total da Lua ocorre quando ela entra no cone de sombra da Terra.

7. (MACKENZIE) A altura da imagem de um objeto fornecida por uma câmara escura de orifício é diminuída quando:
a) diminuímos o diâmetro da câmara.
b) aproximamos a câmara do objeto.
c) afastamos a câmara do objeto.
d) aumentamos o diâmetro do orifício.
e) diminuímos o diâmetro do orifício

8. (Fatec 99) Uma placa retangular de madeira tem dimensões 40cm x 25cm. Através de um fio que passa pelo baricentro, ela é presa ao teto de uma sala, permanecendo horizontalmente a 2,0m do assoalho e a 1,0m do teto. Bem junto ao fio, no teto, há uma lâmpada cujo filamento tem dimensões desprezíveis.
A área da sombra projetada pela placa no assoalho vale, em m2,
a) 0,90
b) 0,40
c) 0,30
d) 0,20
e) 0,10

9. (FEI 96) Uma câmara escura de orifício fornece a imagem de um prédio, o qual se apresenta com altura de 5cm. Aumentando-se de 100m a distância do prédio à câmara, a imagem se reduz para 4cm de altura. Qual é a distância entre o prédio e a câmara, na primeira posição?
a) 100 m
b) 200 m
c) 300 m
d) 400 m
e) 500 m

10. (Fuvest 2000) Em agosto de 1999, ocorreu o último eclipse solar total do século. Um estudante imaginou, então, uma forma de simular eclipses. Pensou em usar um balão esférico e opaco, de 40m de diâmetro, que ocultaria o Sol quando seguro por uma corda a uma altura de 200m. Faria as observações, protegendo devidamente sua vista, quando o centro do Sol e o centro do balão estivessem verticalmente colocados sobre ele, num dia de céu claro. Considere as afirmações abaixo, em relação aos possíveis resultados dessa proposta, caso as observações fossem realmente feitas, sabendo-se que a distância da Terra ao Sol é de 150×10^6km e que o Sol tem um diâmetro de $0{,}75\times10^6$km, aproximadamente.

I. O balão ocultaria todo o Sol: o estudante não veria diretamente nenhuma parte do Sol.
II. O balão é pequeno demais: o estudante continuaria a ver diretamente partes do Sol.
lII. O céu ficaria escuro para o estudante, como se fosse noite.

Está correto apenas o que se afirma em
a) I
b) II
c) III
d) I e III
e) II e III

11. (Unesp 96) Quando o Sol está a pino, uma menina coloca um lápis de 7,0x10- 3m de diâmetro, paralelamente ao solo, e observa a sombra por ele formada pela luz do Sol. Ela nota que a sombra do lápis é bem nítida quando ele está próximo ao solo mas, à medida que vai levantando o lápis, a sombra perde a nitidez até desaparecer, restando apenas a penumbra. Sabendo-se que o diâmetro do Sol é de 14x108m e a distância do Sol à Terra é de 15x1010m, pode-se afirmar que a sombra desaparece quando a altura do lápis em relação ao solo é de:
a) 1,5 m.
b) 1,4 m.
c) 0,75 m.
d) 0,30 m.
e) 0,15 m.

12. (FUVEST) Um aparelho fotográfico rudimentar é constituído por uma câmara escura com um orifício numa face e um anteparo de vidro fosco na face oposta. Um objeto em forma de L encontra-se a 2,0m do orifício e sua imagem no anteparo é 5 vezes menor que seu tamanho natural.
a) Esboce a imagem vista pelo observador que olha através do anteparo.
b) Determine a largura d da câmara.

2. ÓPTICA GEOMÉTRICA: ESPELHOS E LENTES.

Vamos estudar alguns efeitos luminosos ocasionados pelo contato entre a luz e diferentes materiais. Veremos inicialmente aqueles onde não ocorre a passagem da luz para dentro do material (ou seja, a luz não se propaga pelo interior do material). Esse fenômeno acontece com os chamados materiais opacos, que se diferenciam entre si, sob o aspecto ótico, pela absorção que apresentam do espectro da luz incidente e por preservarem ou não a regularidade dos raios de luz sobre eles incidentes. Papel preto, espelhos, concreto, metais, são exemplos de corpos opacos que se comportam diferentemente sob esses aspectos.

Mais adiante, vamos ver os efeitos nos quais a luz é transmitida através dos materiais, que neste caso, podem ser translúcidos ou transparentes. Nestes casos, os raios luminosos podem manter o paralelismo dos raios incidentes, ou deformar suas trajetórias no interior do material, levando, por exemplo, à desfiguração de imagens produzidas no processo. São materiais transparentes: vidro comum, ar, pequenas camadas de água, etc. E são materiais translúcidos: papel de seda, papel vegetal, papel celofane, vidro fosco, neblina, etc.

REFLEXÃO

Ao incidir sobre uma superfície de materiais com determinadas características (bastante comuns a muitos metais), a luz pode ser remetida de volta ao meio aonde vem se propagava.

Superfícies rugosas, irregulares, com saliências e reentrâncias, refletem um feixe de luz de forma irregular, espalhando a luz por todas as direções (Figura 8). A este tipo de reflexão, dá-se o nome de reflexão difusa, como no caso da madeira rústica.

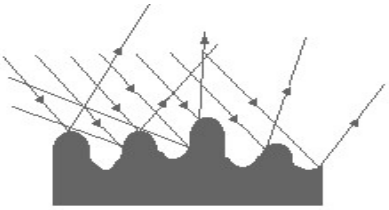


Figura 8

Superfícies lisas ou polidas (ou seja, uniformes), refletem um feixe de luz de forma regular (Figura 9). Este tipo de reflexão chama-se reflexão especular. Por exemplo, lixando e aplicando verniz na madeira, uniformizamos sua superfície, favorecendo a reflexão regular dos raios incidentes.

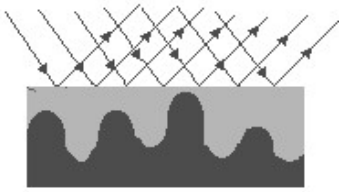


Figura 9

A maioria dos materiais não apenas refletem a luz incidente neles, mas também absorvem uma parte dessa luz. A parte do espectro de luz que é absorvida e a parte que é refletida, determinam, na observação, a cor do material.

A luz branca é formada por sete cores (espectro da luz visível), e, que juntas, resultam o branco. Esse espectro tem as seguintes cores visíveis: vermelho, laranja, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

Quando iluminamos um objeto com luz branca e o enxergamos vermelho, significa que ele está refletindo difusamente a componente vermelha do espectro da luz incidente e absorvendo o restante das cores.

Uma mesa de madeira polida, absorve uma parte da luz, reflete difusamente outra parte, e ainda, especularmente o restante. Na observação, a parte refletida difusamente resulta na cor da madeira, e a parte refletida especularmente, resulta no brilho do polimento, o que permite, às vezes, vermos nossa imagem refletida.

Aos objetos que refletem apenas especularmente a luz, exatamente como ela incide neles, sem espalhá-la ou absorvê-la, damos o nome de espelhos. Representamos graficamente os raios incidentes e refletidos numa superfície refletora como o espelho plano na Figura 10:

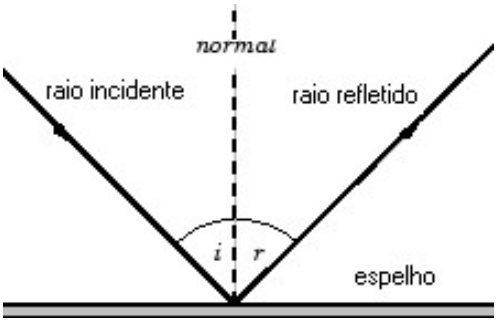


Figura 10

LEIS DA REFLEXÃO

Para que se possa analisar geometricamente a reflexão da luz, postulou-se as Leis da Reflexão:

- **1ª. Lei**: os ângulos de incidência e reflexão estão num mesmo plano;
- **2ª. Lei**: o ângulo de incidência mede o mesmo que o de reflexão (Figura 10), portanto:

$$i = r$$

Essas leis, juntamente com os princípios da ótica geométrica (vistos anteriormente), podem explicar por que um observador consegue enxergar um objeto sem estar olhando para ele diretamente, mas sim olhando para um espelho que reflete os raios de luz provenientes daquele corpo (exatamente como ocorrem em retrovisores). Na figura 11 temos um esquema de conjugação da imagem de um objeto O. O observador irá enxergar a imagem I, que estaria 'dentro do espelho'.

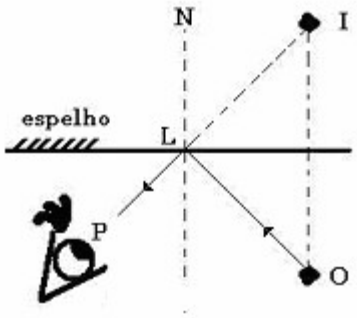


Figura 11

Sugestão! Você consegue mostrar que a distância entre o objeto e o espelho e entre a imagem e o espelho é a mesma? (sugestão: use as leis da reflexão, propriedades de ângulos em figuras planas e a semelhança entre triângulos).

ESPELHOS PLANOS

Os espelhos planos são superfícies lisas e planas que refletem a luz da maneira mais regular possível dado que todo conjunto de feixes paralelo permanece paralelo após serem refletidos.

Para todo raio de luz que parta de um determinado ponto de um objeto (dito **ponto-objeto**) é conjugado (compatível) apenas um **ponto-imagem** simétrico ao espelho, conforme se vê no esquema da figura 12.

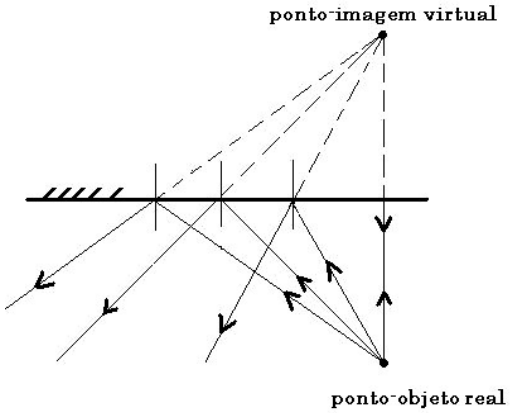


Figura 12

Seguindo o mesmo raciocínio do exercício anterior, onde provamos a eqüidistância dos pontos objeto e imagem em relação ao espelho, é possível concluir que para cada ponto-objeto existe apenas um ponto-imagem conjugado.

Para analisar a conjugação de pontos em reflexões regulares, vamos nomear os pontos e raios de acordo com a relação destes com o espelho.

Ponto-objeto: ponto do qual partem (ou cruzam) os raios luminosos que **incidem** sobre o espelho.

Ponto-imagem: ponto definido pela intersecção dos raios luminosos que **emergem** (saem) do espelho.

Os pontos objeto e imagem podem ser:

Real: quando é formado pelo cruzamento dos raios efetivos do feixe de luz.

Virtual: quando é formado pelo cruzamento do prolongamento dos raios do feixe de luz (como observamos na figura 12, no caso do ponto-imagem). Prolongamentos de raios são sempre representados com *linhas pontilhadas* nos diagramas.

Construção de imagens num espelho plano

Apesar de já termos provado, no exercício, que a distância entre um ponto-objeto e o espelho é a mesma que o ponto-imagem conjugado e o espelho, essa é uma constatação que parece razoável quando nos observamos em frente a um espelho plano. Além disso, num espelho plano também permanecem as mesmas todas as demais dimensões do objeto na sua imagem refletida (por exemplo, não engordamos nem emagrecemos, nem ficamos mais baixos ou mais altos diante de um espelho plano). Dizemos, assim, que a imagem conjugada no espelho plano é **virtual**, de **mesmo tamanho, direita**, porém **simétrica**, ou seja, invertida lateralmente (Figura 13). Todos esses fatos se devem à construção geométrica associada à reflexão regular do espelho plano.

A construção geométrica da imagem de um objeto extenso é obtida através da localização dos pontos-imagem conjugados pelo espelho partindo das extremidades do objeto. Para tanto, utilizamos a lei da reflexão, que diz que para todo raio incidente no espelho plano, o raio será refletido num mesmo ângulo que o ângulo de incidência. Assim, um raio que incide a 90°, será refletido a 90°; se for a outro ângulo, o mesmo acontecerá. Assim, com dois raios incidentes partindo de um ponto-objeto, conseguimos encontrar o ponto-imagem correspondente através do prolongamento dos raios refletidos. (Para um objeto extenso, isso deve ser feito partindo das extremidades.) (Figura 13).

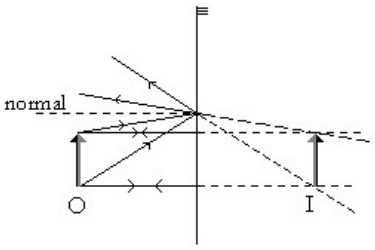


Figura 13

Em espelhos cuja superfície seja curva, como os das 'casas dos espelhos' em parques de diversão, observamos deformações na imagem. Essas deformações podem estar associadas ao fato de um ponto-objeto estar conjugado a vários pontos-imagem. Mais adiante estudaremos espelhos cuja superfície é curvada da maneira mais simples e regular possível, e onde a nitidez é preservada: os espelhos esféricos de Gauss.

CAMPO VISUAL DE UM ESPELHO PLANO

O campo visual de um espelho plano é a região do espaço que pode ser vista por um observador, em certa posição, através de um espelho. O campo visual varia conforme a posição e a distância em que o observador se encontra em relação ao espelho. No espelho plano, ele pode ser determinado através dos seguintes passos:

a) Trace a imagem do observador no espelho;

b) a partir da imagem do olho do observador , trace duas retas que passem pelas duas extremidades do espelho;

c) o campo visual é a região, "fora" do espelho, delimitada pelas duas retas traçadas (Figura 14).

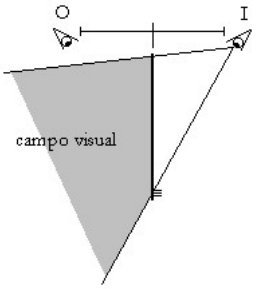
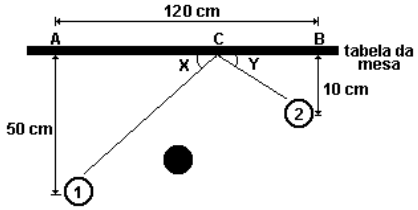


Figura 14

Todos os objetos que estiverem na região do campo visual serão vistos pelo observador.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1. (Unirio 98) Num jogo de bilhar, um dos jogadores, encontra-se numa situação de sinuca, deseja marcar o ponto C sobre a tabela da mesa de forma que a bola 1 descreva a trajetória mostrada na figura a seguir.



a) Determine a razão x/y. Justifique a sua resposta.
Imagine que, em vez de uma bola de bilhar, temos um raio de luz que descreve a trajetória representada acima, de 1 para 2, e que a tabela da mesa seja um espelho plano. A reflexão deste raio luminoso obedece a lei da reflexão, onde o ângulo de incidência é igual ao de reflexão. Como a normal, neste caso, faz um ângulo reto com a tabela da mesa (nosso espelho), o ângulo de incidência mais o ângulo x assinalado na figura devem juntos somar 90º. Da mesma forma, o ângulo y e o ângulo de reflexão também devem somar 90º. Como os ângulos de incidência e reflexão são iguais temos que:

$$x + i = y + r \quad \text{como } i = r: \quad x + i = y + i \quad \text{temos: } x = y$$
$$\text{se } x = y \text{ então } x/y = 1$$

b) Determine a que distância do ponto A se encontra o ponto C.
Sabemos, por semelhança de triângulos que:

$\frac{AC}{BC} = \frac{50}{10}$ resolvendo essa equação, temos:

$50CB = 10AC$ portanto $AC = 5CB$

Sabemos que $AC + CB = 120cm$ como $AC = 5CB$ temos:

$5CB + CB = 120cm$

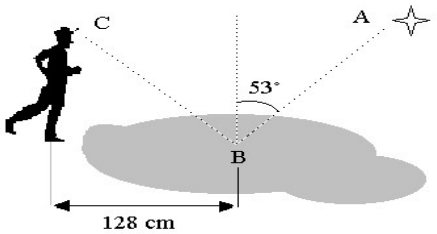
$6CB = 120cm$

$CB = 20cm$

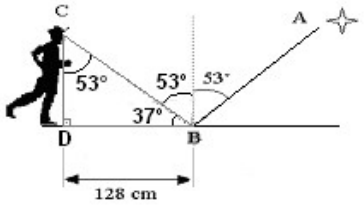
Como $AC = 5Cb$ temos:

$AC = 5 \times 20cm = 100cm$

R2. (UFPR) Um menino olha a imagem de uma estrela refletida numa poça d´água. Com base no diagrama abaixo, onde os segmentos de reta AB e BC representam o trajeto de um raio luminoso, determine a altura (em centímetros) em que se encontram os olhos do menino em relação ao nível d'água. Considere cos53º = 0.6 e sen53º= 0.8



Vamos chamar a distância dos olhos do menino ao chão (nível da água) de CD, como mostra a figura abaixo. Para descobrir essa distância temos que achar as relações no triângulo retângulo BCD que nos forneçam essa informação e que, especialmente, tenham relação com sen53° ou cos53°.



Primeiramente, determinamos o ângulo de reflexão: 53°. O outro ângulo é facilmente determinado (53°+37°=90°). Agora temos um ângulo e um cateto do triângulo retângulo. Porém não temos a informação no enunciado do exercício sobre o seno ou cosseno do ângulo de 37°. Então, das propriedades dos triângulos, sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo deve ser 180°. Com isso descobrimos que o outro ângulo do triângulo é 53°. Agora podemos fazer:

$$\text{sen}\,53^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \rightarrow \text{sen}53^\circ = \frac{128}{CB}$$

$$CB = \frac{128}{\text{sen}\,53^\circ} \rightarrow \text{CB} = \frac{128}{0{,}8} \rightarrow CB = 160cm$$

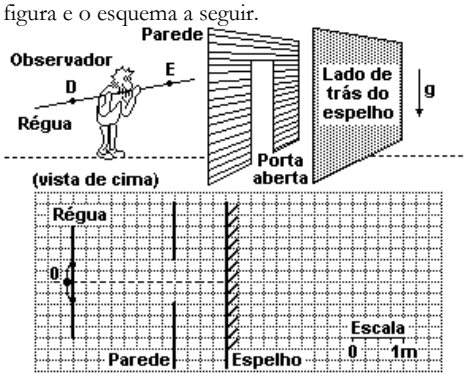
mas não é CB que queremos. Por isso, para descobrir CD fazemos:

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto oposto}^2 + \text{cateto adjacente}^2$$

$$CB^2 = CD^2 + DB^2 \rightarrow 160^2 = CD^2 + 128^2$$

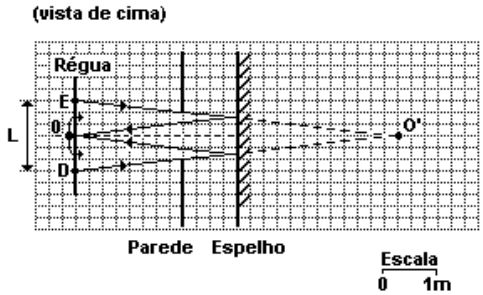
$$CD^2 = 9216 \rightarrow CD = 96cm$$

R3. (Fuvest 2000) Um observador O olha-se em um espelho plano vertical, pela abertura de uma porta, com 1m de largura, paralela ao espelho, conforme a figura e o esquema a seguir.



Segurando uma régua longa, ele a mantém na posição horizontal, e paralela ao espelho e na altura dos ombros, para avaliar os limites da região que consegue enxergar através do espelho (limite D, à sua direita, e limite E, à sua esquerda).

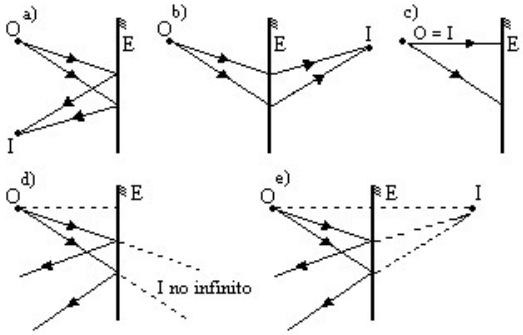
a) No esquema adiante trace os raios que, partindo dos limites D e E da região visível da régua, atingem os olhos do observador O. Construa a solução, utilizando linhas cheias para indicar esses raios e linhas tracejadas para prolongamentos de raios ou outras linhas auxiliares. Indique, com uma flecha, o sentido de percurso da luz.
Primeiro construímos a imagem do observador no espelho. A partir dos olhos da imagem, traçamos o campo visual do observador, mas limitado pela porta. Para desenhar os raios que partem dos limites D e E da região visível da régua e que atingem os olhos do observador, devemos observar que os ângulos de incidência e reflexão desses raios são iguais, seguindo o que diz a lei da reflexão. Observe o traçado na figura abaixo:



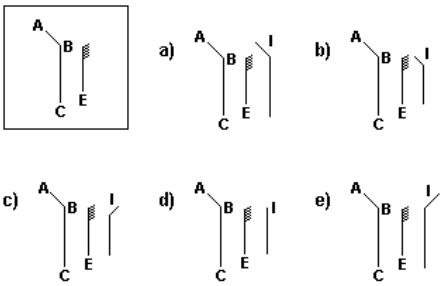
b) Identifique D e E no esquema, estimando, em metros, a distância L entre esses dois pontos da régua.
Se cada metro, segundo a escala, é dado por quarto quadradinhos, os seis quadradinhos da distância L representam 1,5 m.

EXERCÍCIOS

1. (Santa Casa) A figura que representa corretamente a formação de imagem I do objeto O, sendo E um espelho plano é:

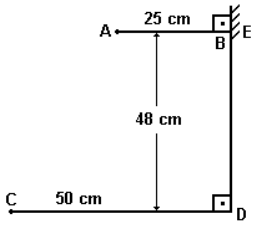


2) (Unesp)
O objeto ABC encontra-se em frente de um pequeno espelho plano E, como mostra a figura adiante. A figura que melhor representa o espelho E, o objeto ABC e sua imagem I é

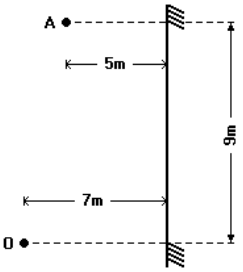


3) Quando colocamos um ponto objeto real diante de um espelho plano, a distância entre ele e sua imagem conjugada é 3,20m. Se esse ponto objeto for deslocado em 40cm de encontro ao espelho, sua nova distância em relação à respectiva imagem conjugada, nessa posição final, será:
a) 2,40 m
b) 2,80 m
c) 3,20 m
d) 3,60 m
e) 4,00 m

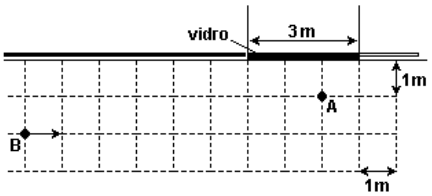
4) (Uel) A figura representa um espelho plano E vertical e dois segmentos de reta AB e CD perpendiculares ao espelho.
Supondo que um raio de luz parta de A e atinja C por reflexão no espelho, o ponto de incidência do raio de luz no espelho dista de D, em centímetros,
a) 48
b) 40
c) 32
d) 24
e) 16



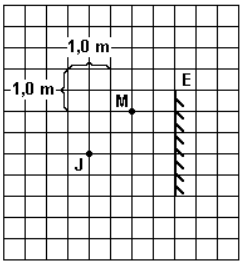
5) A figura a seguir mostra um objeto A colocado a 5m de um espelho plano, e um observador O, colocando a 7m deste mesmo espelho.
Um raio de luz que parte de A e atinge o observador O por reflexão no espelho percorrerá, neste trajeto de A para O
a) 9m
b) 12m
c) 15m
d) 18m
e) 21m



6) (Fuvest) Uma jovem está parada em A, diante de uma vitrine, cujo vidro, de 3 m de largura, age como uma superfície refletora plana vertical. Ela observa a vitrine e não repara que um amigo, que no instante t^3 está em B, se aproxima, com velocidade constante de 1 m/s, como indicado na figura, vista de cima. Se continuar observando a vitrine, a jovem poderá começar a ver a imagem do amigo, refletida no vidro, após um intervalo de tempo, aproximadamente, de
a) 2 s
b) 3 s
c) 4 s
d) 5 s
e) 6 s



7) (Uel)Maria, localizada no ponto M, observa a imagem de Joana, que está em J, através de um espelho plano vertical E fixo a uma parede. O esquema indica as dimensões do ambiente e a largura do espelho. Maria vai se locomover em um só sentido, paralelamente ao espelho, sem perder a imagem de Joana. Pelas dimensões indicadas no esquema, o maior deslocamento que Maria pode realizar, em metros, é igual a
a) 5,0
b) 4,0
c) 3,5
d) 3,0
e) 2,5



8) (Unifesp) Numa sala, onde foram colocados espelhos planos em duas paredes opostas e no teto, um rapaz observa a imagem do desenho impresso nas costas da sua camisa. A figura 1 mostra a trajetória seguida por um raio de luz, do desenho ao rapaz, e a figura 2, o desenho impresso nas costas da camiseta.
A imagem vista pelo rapaz será

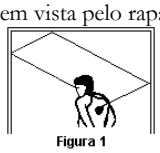
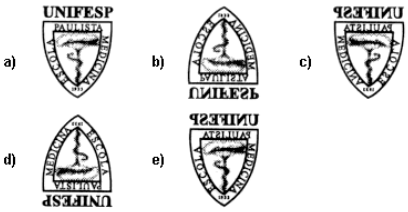
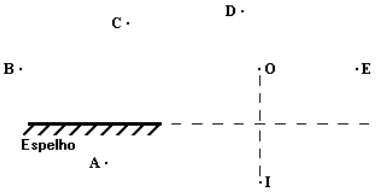


Figura 1

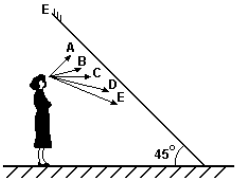
Figura 2



9) (Unesp)A figura a seguir representa um espelho plano, um objeto, 0, sua imagem, I, e cinco observadores em posições distintas, A, B, C, D e E.
Entre as posições indicadas, a única da qual o observador poderá ver a imagem I é a posição
a) A.
b) B.
c) C.
d) D.
e) E.

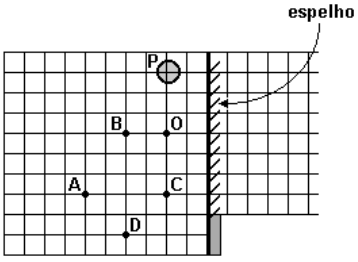


10) (Fuvest) Um espelho plano, em posição inclinada, forma um ângulo de 45° com o chão. Uma pessoa observa-se no espelho, conforme a figura.
A flecha que melhor representa a direção para a qual ela deve dirigir seu olhar, a fim de ver os sapatos que está calçando, é:
a) A
b) B
c) C
d) D
e) E



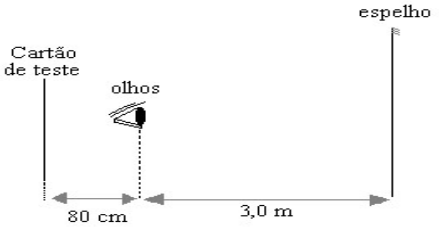
11) (Fuvest) Desejando fotografar a imagem, refletida por um espelho plano vertical, de uma bola, colocada no ponto P, uma pequena máquina fotográfica é posicionada em O, como indicado na figura, registrando uma foto. Para obter outra foto, em que a imagem refletida da bola apareça com diâmetro duas vezes menor, dentre as posições indicadas, a máquina poderá ser posicionada somente em
a) B
b) C
c) A e B
d) C e D
e) A e D

A figura, vista de cima, esquematiza a situação, estando os pontos representados no plano horizontal que passa pelo centro da bola.

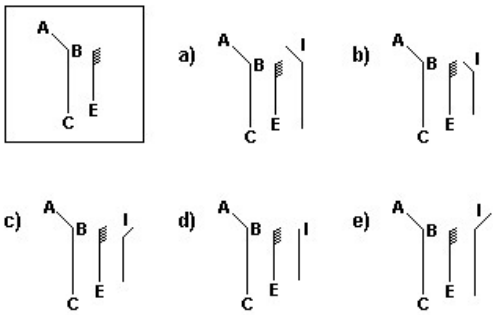


12) (Unicamp)Dois espelhos planos e quase paralelos estão separados por 5,0m. Um homem se coloca de frente a um dos espelhos, a uma distância de 2,0m. Ele observa uma seqüência infinita de imagens, algumas de frente, outras de costas.
a) Faça um esquema mostrando o homem, os espelhos e as quatro primeiras imagens que o homem vê.
b) Indique no esquema as imagens de frente e de costas com as iniciais F e C.
c) Quais as distâncias entre as imagens consecutivas?

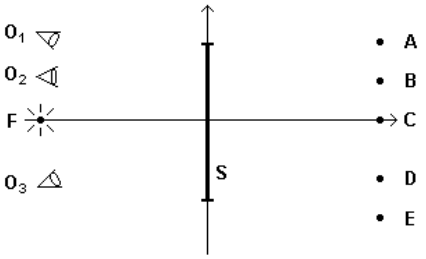
13. (MACK) Um oftalmologista coloca um cartão de teste a 80 cm atrás dos olhos de um paciente, que olha para um espelho plano vertical, que está a 3,0 m à sua frente, como mostra a figura.
A distância entre os olhos do paciente e a imagem do cartão é:
a) 3,0 m
b) 3,8 m
c) 6,0 m
d) 6,8 m
e) 7,6 m



14. (Unesp 2004) O objeto ABC encontra-se em frente de um pequeno espelho plano E, como mostra a figura adiante.
A figura que melhor representa o espelho E, o objeto ABC e sua imagem I é

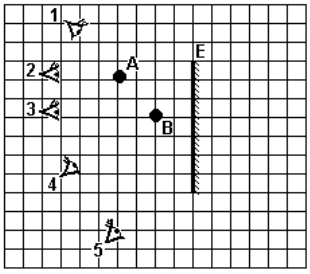


15. (Ufrs 2002) A figura a seguir representa um espelho plano S, colocado perpendicularmente ao plano da página. Também estão representados os observadores O1, O2 e O3, que olham no espelho a imagem da fonte de luz F. As posições em que cada um desses observadores vê a imagem da fonte F são, respectivamente,
a) A, B e D.
b) B, B e D.
c) C, C e C.
d) D, D e B.
e) E, D e A.



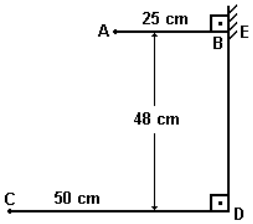
16. (UFPE 96) Um observador, a 1,0m de um espelho plano, vê a imagem de um objeto que está a 6,0m do espelho. Quando o observador se aproxima 0,5m do espelho, a quantos metros do espelho estará a imagem do objeto?

17. (Unesp 2002) Dois objetos, A e B, encontram-se em frente de um espelho plano E, como mostra a figura. Um observador tenta ver as imagens desses objetos formadas pelo espelho, colocando-se em diferentes posições, 1, 2, 3, 4 e 5, como mostrado na figura. O observador verá as imagens de A e B superpondo-se uma à outra quando se colocar na posição
a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

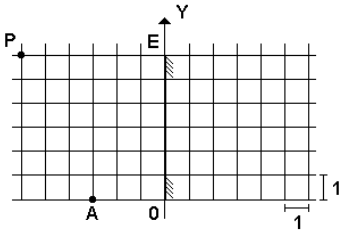


18. (Ufpe 2002) Uma criança corre em direção a um espelho vertical plano, com uma velocidade constante de 4,0m/s. Qual a velocidade da criança, em m/s, em relação à sua imagem?
a) 1,0
b) 2,0
c) 4,0
d) 6,0
e) 8,0

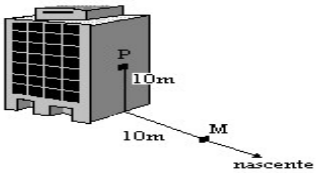
19. (Uel 99) A figura representa um espelho plano E vertical e dois segmentos de reta AB e CD perpendiculares ao espelho.
Supondo que um raio de luz parta de A e atinja C por reflexão no espelho, o ponto de incidência do raio de luz no espelho dista de D, em centímetros,
a) 48
b) 40
c) 32
d) 24
e) 16



20. (Cesgranrio 99) Na figura anterior tem-se o perfil de um espelho plano E, desenhado sobre um eixo OY. Para que um raio luminoso emitido por uma fonte pontual em A atinja o ponto P, após refletir nesse espelho, ele deve incidir em um ponto do espelho cuja ordenada Y vale:
a) 1
b) 1,5
c) 2
d) 2,5
e) 3

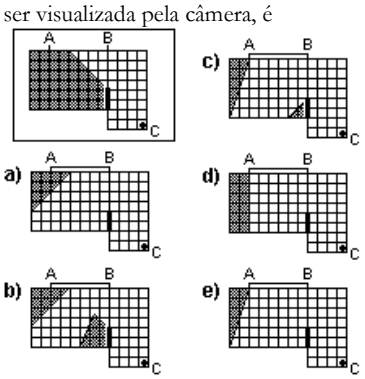


21. (UFMG) Observe a figura abaixo. Em um dia de céu claro, o Sol estava no horizonte (0º) às 6h da manhã. Às 12 horas, ele se encontrava no zênite (90º). A luz do sol, refletida no espelhinho M, atingiu o ponto P às:
a) 7h
b) 8h
c) 9h
d) 10h
e) 11h



22. (Unesp 98) Um estudante veste uma camiseta em cujo peito se lê a inscrição seguinte: UNESP
a) Reescreva essa inscrição, na forma que sua imagem aparece para o estudante, quando ele se encontra frente a um espelho plano.
b) Suponha que a inscrição esteja a 70cm do espelho e que cada letra da camiseta tenha 10cm de altura. Qual a distância entre a inscrição e sua imagem? Qual a altura de cada letra da imagem?

23. (Fuvest 2002) Uma câmera de segurança (C), instalada em uma sala, representada em planta na figura, "visualiza" a região clara indicada. Desejando aumentar o campo de visão da câmera, foi colocado um espelho plano, retangular, ocupando toda a região da parede entre os pontos A e B.
Nessas condições, a figura que melhor representa a região clara, que passa a ser visualizada pela câmera, é



ESPELHOS ESFÉRICOS

Um espelho esférico consiste de uma calota esférica refletora. Pode ser de dois tipos: **côncavo** ou **convexo**. No espelho côncavo, a superfície refletora é a parte interna da calota esférica, e no espelho convexo é a parte externa.

PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS DOS ESPELHOS ESFÉRICOS

Numa esfera, a reta normal à superfície varia continuamente de um ponto a outro, conforme podemos ver na figura 15, onde algumas retas normais de uma calota esférica estão representadas. Assim, nenhum ponto da superfície tem uma normal paralela àquela definida sobre outro ponto dessa mesma superfície. Assumindo válida a Lei da Reflexão, raios de luz paralelos incidentes sobre o espelho esférico não emergem paralelamente se não incidirem sobre o mesmo ponto da superfície do espelho.

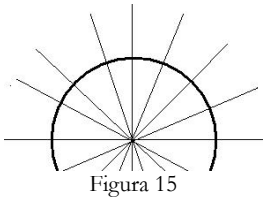


Figura 15

Quanto à formação de imagens em espelhos esféricos, analisaremos apenas espelhos nos quais o segmento VA é muito menor que o segmento FV, no esquema abaixo (Figura 16). Esses espelhos (que obedecem à condição VA<<FV) são chamados *'espelhos esféricos de Gauss'*. Essa condição é uma aproximação que facilita o estudo geométrico da formação de imagens nesses espelhos, e também garante a nitidez da imagem conjugada.

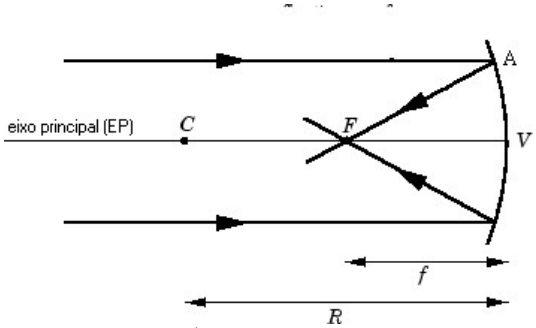


Figura 16: Espelho esférico côncavo de Gauss. Note que os raios, que incidem paralelamente ao eixo principal (eixo de simetria do espelho) convergem para um mesmo ponto (F), que chamamos de foco. f é a distância focal e R é o raio de curvatura do espelho (distância ao centro de curvatura C).

Focos de um espelho esférico

Quando um feixe luminoso paralelo ao Eixo Principal (EP) incide sobre um espelho esférico ele é desviado na direção de um ponto especial chamado **foco** (*F*), situado sobre o EP, conforme mostrado na figura 17. Num espelho côncavo o feixe refletido cruza o foco, assim, o foco é dito 'real'. Num espelho convexo, é o prolongamento dos raios refletidos que cruza o foco, sendo, portanto, chamado 'virtual' (relembre as definições de 'real' e 'virtual' da seção 3.3).

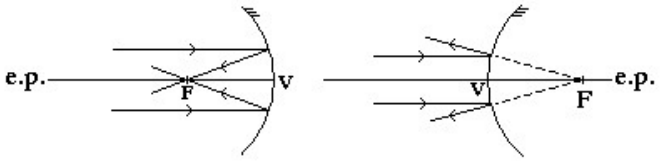


Figura 17

Para *espelhos esféricos de Gauss* temos que o raio de curvatura (*R*) e a distância focal (*f*) do espelho estão relacionados da seguinte forma:

$$R = 2f \rightarrow f = \frac{R}{2}$$

Construção de imagens em espelhos esféricos

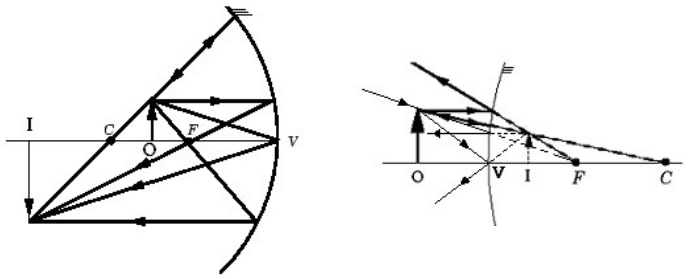
Alguns raios de luz, que incidem de forma particular na superfície de espelhos esféricos, são refletidos percorrendo trajetórias conhecidas. Sabendo como tais raios são refletidos, conseguimos prever como será a imagem dos objetos, ou seja, conseguimos identificar os pontos imagens conjugados a partir de objetos extensos.

Todo raio incidente que chega à superfície paralelamente ao E.P. é refletido pelo foco. Da mesma forma que todo raio incidente que chega no espelho passando pelo foco é refletido paralelamente ao E.P. (caminho inverso).

Todo raio que incide sobre o espelho passando pelo centro de curvatura, reflete sobre si mesmo (volta pelo centro de curvatura).

Todo raio que incide sobre o vértice do espelho reflete simetricamente ao eixo principal.

A construção geométrica da imagem de um objeto extenso é obtida, então, localizando-se os pontos-imagem conjugados pelo espelho partindo das extremidades do objeto extenso. Para determinar esses pontos-imagem, usamos as reflexões descritas acima, conforme mostra a figura 18.



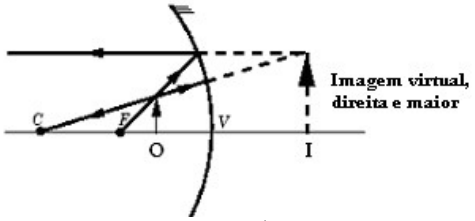
espelho côncavo espelho convexo

Figura 18: Raios especiais que geram algumas reflexões simples. Nas figuras: I – imagem, O – objeto, C – centro de curvatura, F – foco, V – vértice.

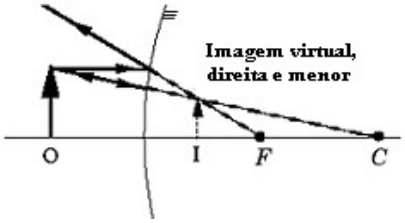
É importante notar que para fazer a construção da imagem de um objeto colocamos uma de suas extremidades sobre o eixo principal, já que a imagem dessa extremidade se mantém sobre esse eixo (EP), conforme a reflexão dos raios que passam pelo centro de curvatura e pelo vértice. Para saber aonde vai se formar a imagem da outra extremidade do objeto, traçamos os

raios incidentes partindo desta extremidade. Assim, conforme a reflexão dos raios que já conhecemos, sabemos que a imagem desta outra extremidade do objeto se formará onde os raios refletidos se cruzarem. Daí é só desenhar a imagem!

Vejamos mais alguns exemplos de construção de imagens nos desenhos abaixo (Figura 19). As imagens formadas vão variar de acordo com a posição em que o objeto se encontra em relação ao espelho. Por isso, as imagens podem ser classificadas de acordo com as definições que seguem na tabela 1.



(a) espelho côncavo



(b) espelho convexo

Figura 19

Tabela 1: Classificação das imagens formadas em espelhos côncavos.

OBJETO	IMAGEM
além do C	real, invertida, menor
sobre o C	real, invertida, mesmo tamanho
entre o C e o F	real, invertida, maior
sobre o F	imprópria (no infinito)
entre o F e o V	virtual, direita, maior

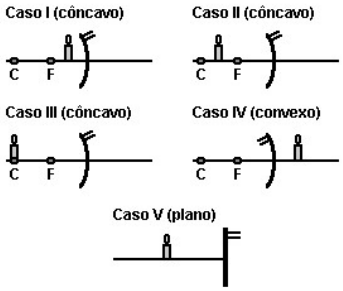
Sugestão!

A. Para um espelho côncavo, construa as imagens de um objeto posicionando-o conforme as posições descritas na tabela e verifique se as imagens coincidem com as descritas na tabela.
B. Para um espelho convexo elabore uma tabela igual à tabela 1, porém, posicionando o objeto em relação aos pontos simétricos à F e C em relação ao espelho.
C. Utilizando esses resultados mostre que as seguintes afirmações são verdadeiras (independentemente do espelho):
a. é invertida a imagem real de um objeto.
b. é direta a imagem virtual de um objeto real.
c. dentre o objeto e a imagem é maior aquele que estiver mais distante do espelho.
d. o deslocamento de um implica no deslocamento de outro na direção oposta.

* Esses resultados naturalmente não precisam ser decorados na medida em que se apreenda o mecanismo da construção das imagens.

EXERCÍCIO

24. (Pucpr 2004) Considere as figuras que representam uma vela colocada em frente a vários tipos de espelhos. A imagem da vela formada pelo espelho será virtual em:
a) I, IV e V .
b) II e III.
c) I e II
d) somente V.
e) somente IV e V.



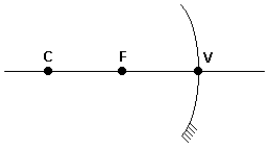
25. (Pucpr) Considere o esquema ótico a seguir, onde V é o vértice do espelho côncavo, C seu centro de curvatura e F seu foco principal.

Associe as colunas a seguir:

POSIÇÃO DO OBJETO	CARACTERÍSTICAS DA IMAGEM
( ) à esquerda de C	1. real, maior e invertida
( ) sobre C	2. imagem imprópria
( ) entre C e F	3. real, menor e invertida
( ) sobre F	4. real, igual e invertida
( ) entre F e V	5. virtual, maior e direita

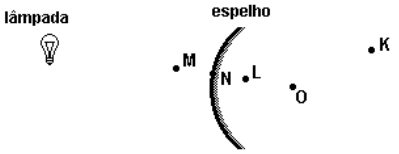
A seqüência correta, de cima para baixo, será:

a) 3, 4, 1, 5, 3.
b) 1, 3, 4, 5, 2.
c) 5, 4, 2, 1, 3.
d) 1, 5, 4, 3, 2.
e) 3, 4, 1, 2, 5.



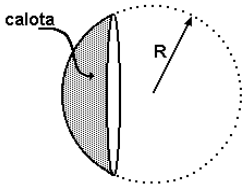
26. (Uem 2004) Das afirmativas abaixo, assinale o que for correto.
(01) Uma imagem virtual não pode ser mostrada numa tela.
(02) Um espelho convexo nunca forma uma imagem real de um objeto real.
(04) Um espelho côncavo sempre forma uma imagem virtual.
(08) Um espelho côncavo nunca forma uma imagem real ampliada de um objeto real.
(16) A imagem virtual formada por um espelho côncavo é sempre menor que o objeto.
(32) Quando a distância imagem é negativa, isso significa que a imagem é virtual.
(64) Todos os raios paralelos ao eixo de um espelho esférico convergem para o mesmo ponto depois de refletidos. Esse ponto é o centro de curvatura do espelho.
Soma das alternativas corretas ( )

27. (Ufmg 2002) Uma pequena lâmpada está na frente de um espelho esférico, convexo, como mostrado na figura. O centro de curvatura do espelho está no ponto O. Nesse caso, o ponto em que, MAIS provavelmente, a imagem da lâmpada será formada é o
a) K.
b) L.
c) M.
d) N.



28. (Ufv 99) A figura a seguir ilustra uma calota esférica de raio "R".

Dispondo de duas dessas calotas, duas pessoas desejam se comunicar sem que seja necessário que uma grite para a outra, apesar de estarem separadas por uma distância "D", muito maior que "R". Ilustre a seguir e descreva como e onde as calotas e as pessoas devem ser dispostas para que esta comunicação seja possível.



29. (Ufrn 2000) Muitas cidades brasileiras não são cobertas pelos sinais retransmitidos pelas emissoras de televisão, pois eles têm um alcance limitado na superfície da Terra. Os satélites retransmissores vieram solucionar esse problema. Eles captam os sinais diretamente das "emissoras-mães", amplificam-nos e os retransmitem para a Terra. Uma antena parabólica metálica, instalada em qualquer residência, capta, então, os raios eletromagnéticos, praticamente paralelos, vindos diretamente do satélite distante, e manda-os, em seguida, para um receptor localizado no foco da antena.

A eficácia da antena parabólica deve-se ao seguinte fato:
a) O efeito fotoelétrico causado pelas ondas eletromagnéticas, no metal da antena, faz com que os elétrons arrancados atinjam o foco da mesma, amplificando o sinal.
b) Ela funciona como um espelho em relação a esses raios paralelos, refletindo-os para o foco, onde eles se concentram e aumentam a intensidade do sinal.
c) Os sinais são amplificados porque a antena os polariza e, por reflexão, joga-os em fase, no foco da mesma.
d) Ela absorve os sinais, que, por condução elétrica, chegam ao seu foco com uma intensidade maior.

30. (Uff 2002) Até fins do século XIII, poucas pessoas haviam observado com nitidez o seu rosto. Foi apenas nessa época que se desenvolveu a técnica de produzir vidro transparente, possibilitando a construção de espelhos.

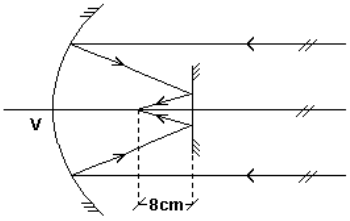
Atualmente, a aplicabilidade dos espelhos é variada. Dependendo da situação, utilizam-se diferentes tipos de espelho. A escolha ocorre, normalmente, pelas características do campo visual e da imagem fornecida pelo espelho.

a) Para cada situação a seguir, escolha dentre os tipos de espelho - plano, esférico côncavo, esférico convexo - o melhor a ser utilizado. Justifique sua resposta, caracterizando, para cada situação, a imagem obtida e informando, quando necessário, a vantagem de utilização do espelho escolhido no que se refere ao campo visual a ele associado.

Situação 1 - Espelho retrovisor de uma motocicleta para melhor observação do trânsito.
Situação 2 - Espelho para uma pessoa observar, detalhadamente, seu rosto.
Situação 3 - Espelho da cabine de uma loja para o cliente observar-se com a roupa que experimenta.

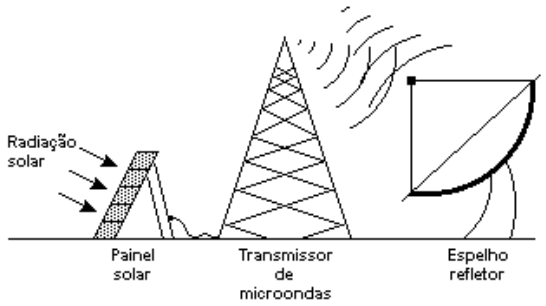
b) Um dentista, para observar com detalhes os dentes dos pacientes, utiliza certo tipo de espelho. Normalmente, o espelho é colocado a uma distância de aproximadamente 3,0 mm do dente, de forma que seja obtida uma imagem direita com ampliação de 1,5. Identifique o tipo e calcule a distância focal do espelho utilizado pelo dentista.

31. (Ufrj 99) Um espelho côncavo de 50cm de raio e um pequeno espelho plano estão frente a frente. O espelho plano está disposto perpendicularmente ao eixo principal do côncavo. Raios luminosos paralelos ao eixo principal são refletidos pelo espelho côncavo; em seguida, refletem-se também no espelho plano e tornam-se convergentes num ponto do eixo principal distante 8cm do espelho plano, como mostra a figura.



Calcule a distância do espelho plano ao vértice V do espelho côncavo.

32. (Puc-rio 2001) Há algum tempo, discute-se a possibilidade de obtenção de energia a partir da Lua, através do seguinte processo (ver figura); 1) painéis solares transformam a luz solar em eletricidade; 2) um transmissor é, então, acionado, produzindo microondas que são enviadas a um refletor; 3) o refletor direciona o feixe de ondas para a Terra; 4) na Terra, uma antena recebe o feixe de ondas e distribui a energia.



Considere as informações

I. A Lua é o ambiente ideal para a instalação de receptores ou refletores de radiação, pois não tem atmosfera para absorver radiação.
II. O refletor deve funcionar como um espelho côncavo para a radiação de microondas, a fim de concentrar o feixe na direção da Terra.
III. O painel solar e o transmissor fazem conversão de energia sob as formas de radiação e elétrica, porém em sentidos opostos.

Dentre as afirmações acima, apenas está(ão) correta(s):

a) II e III.
b) I e II.
c) I e III.
d) I, II e III.
e) II.

REFRAÇÃO

Tratamos a partir dessa seção do outro tipo de fenômeno citado no capítulo sobre a interação entre luz e matéria, ou seja, os fenômenos em que os raios luminosos penetram no material.

Verifica-se da experiência que ao **mudar de meio** em que se propaga, um feixe luminoso **muda a sua direção de propagação,** de acordo com o ângulo de incidência do feixe na superfície do segundo meio. Esse é um efeito da refração, o qual podemos usar como princípio para explicar efeitos como o de um lápis parecer quebrado quando visto parcialmente mergulhado num recipiente com água, ou a impressão que temos de um objeto submerso na água estar mais próximo da superfície do que ele realmente está.

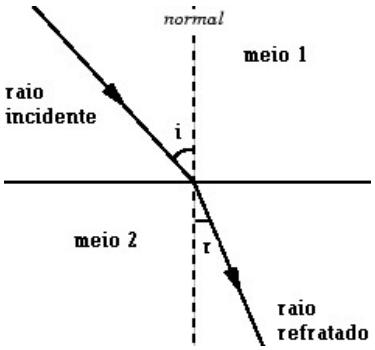


Figura 21

Ao analisar os fenômenos de refração nota-se uma curiosa relação que se estabelece entre os ângulos de incidência e refração (Figura 21), e que recebeu o nome de Lei de Snell-Descartes: os senos dos ângulos de incidência **i** e refração **r** estão um para o outro por uma razão constante, que depende da cor do feixe e dos meios nos quais a luz se propaga. A Lei de Snell-Descartes, portanto, define matematicamente o fenômeno da Refração:

$$\frac{\text{sen}(i)}{\text{sen}(r)} = \text{constante}$$

O valor da constante depende dos meios e da cor da luz. Mas qual característica dos meios de propagação que os torna diferentes e provoca essa mudança de comportamento do feixe luminoso? Pierre Fermat (1601-1665), em 1657, conseguiu obter um princípio que, se assumido, implica na Lei de Snell, mas que carrega em si um curioso conteúdo físico: a luz segue o caminho que liga dois pontos tal que o tempo gasto em seu percurso seja o menor possível. Assim, se o tempo gasto é o menor possível, a diferença que ocorre na trajetória da luz entre dois meios diferentes deve ser provocada por uma diferença na velocidade de propagação da luz, que pode, então, variar de acordo com o material do meio.

Passamos, assim, a compreender a refração como sendo um fenômeno decorrente da variação da velocidade de propagação de um feixe luminoso quando esse muda de um meio para outro.

Podemos, então, mostrar, utilizando o princípio de Fermat, que a constante na equação anterior é simplesmente a razão direta entre essas velocidades em cada meio (1 e 2) para um feixe de determinada cor:

$$\frac{\text{sen}(i)}{\text{sen}(r)} = \frac{v_1}{v_2}$$

Dessa expressão, chegamos a mais popular notação para a lei de Snell:

$$n_1 \,\text{sen}(i) = n_2 \,\text{sen}(r)$$

onde: $n_1 = \frac{c}{v_1}$, $n_2 = \frac{c}{v_2}$ e c é a velocidade da luz no vácuo (c=3.10^8 m/s).

Assim, n_1 e n_2 indicam o quanto mais lento o feixe anda em relação ao máximo valor que poderia atingir, correspondente à sua propagação no vácuo (logo são números maiores que 1, ou, para o vácuo, igual a 1). A essa mudança de velocidade do feixe quando muda de meio de propagação chamamos **Refração**. A tabela 3 abaixo apresenta alguns materiais e os valores dos índices de refração absolutos medidos para feixes de luz amarela.

Tabela 3: Alguns materiais e seus respectivos índices de refração absolutos (para luz amarela).

Material	n
ar	1,00029
água	1,33
gelo	1,31
Diamante	2,42

Se luzes de cores diferentes, em meios que não o vácuo, têm velocidades diferentes, o índice de refringência vai depender não só do material do meio, mas também da cor da luz. Com isso, podemos explicar a decomposição de um feixe luminoso após a passagem por um prisma, já que os raios das diferentes cores que compõem a luz branca incidente podem ser separados em feixes diferentes pois possuem velocidades de propagação diferentes (Figura 22).

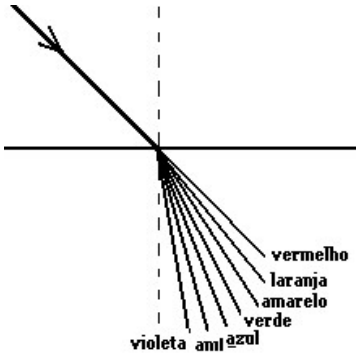


Figura 22

Ilustração esquemática do fenômeno da 'dispersão luminosa'. O ângulo de refração depende do índice de refração do meio e da cor do feixe luminoso. Assim, um feixe de luz branca tem as cores que a compõe separadas ao mudar de meio. É isso o que acontece num prisma.

É importante ressaltar que, quando um feixe de luz monocromática (uma cor só) muda de meio de propagação, a freqüência do feixe não se altera com a refração.

Agora, consideremos um feixe de luz que vai do meio 1 para o meio 2, sendo $n_1 < n_2$.

$$\text{sen}(r) = \frac{n_1}{n_2}\text{sen}(i)$$

Como $\frac{n_1}{n_2}$ é menor que 1 (pois $n_1 < n_2$), para manter a igualdade acima temos que ter:

$$\text{sen}(r) < \text{sen}(i)$$

Para isso acontecer temos

$$r < i, \text{sendo } r \text{ e } i < 90^\circ$$

Sendo o ângulo de refração r menor que o de incidência i, isso significa que o feixe, ao ser refratado, se aproxima da normal quando vai do meio menos refringente para o mais refringente (Figura 23a).

Se agora $n_1 > n_2$, a situação se inverte: $\frac{n_1}{n_2}$ vai ser maior que 1 e para manter a igualdade

$$\text{sen}(r) > \text{sen}(i)$$

ou seja, $r > i, \text{sendo } r \text{ e } i < 90^\circ$. Isso significa que o feixe refratado vai se afastar da normal quando se propagar de um meio mais refringente para um menos refringente (Figura 23b).

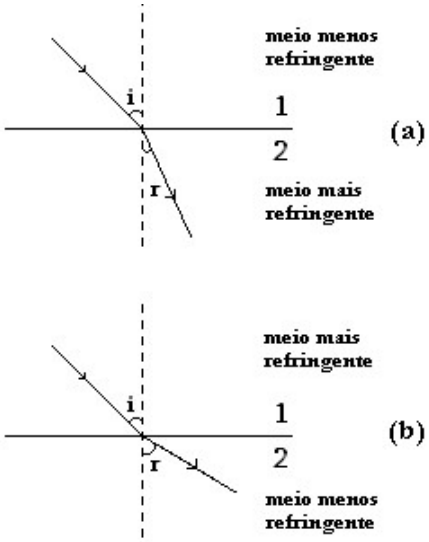
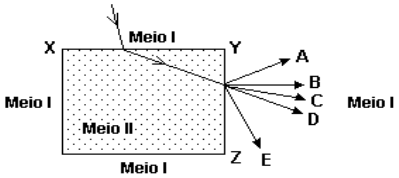


Figura 23

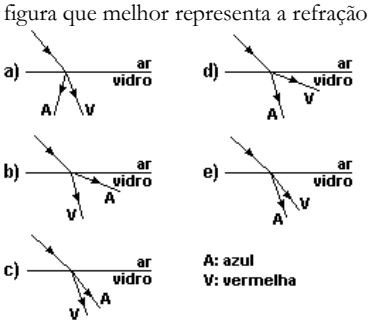
EXERCÍCIOS

33. (Cesgranrio 2002) Na figura, um raio luminoso monocromático parte do Meio I, refrata-se ao penetrar no Meio II e refrata-se novamente ao retornar ao Meio I. O ângulo XYZ é reto. A opção que melhor representa a trajetória do raio após a segunda refração é:

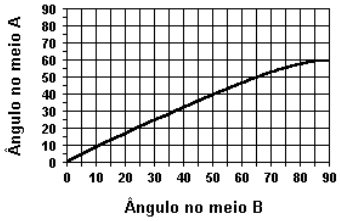
a) A
b) B
c) C
d) D
e) E



34. (Unesp 2003) Um feixe luminoso, constituído de luz azul e vermelha, propagando-se no ar, incide sobre uma superfície de vidro. Sabendo-se que o índice de refração do vidro para a luz azul é maior do que para a vermelha, a figura que melhor representa a refração da luz azul (A) e vermelha (V) é



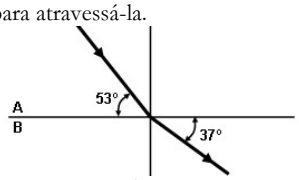
35. (Unifesp 2003) O gráfico mostra a relação entre os ângulos de incidência e de refração entre dois materiais transparentes e homogêneos, quando um raio de luz incide sobre a superfície de separação entre esses meios, qualquer que seja o sentido do percurso.



Se esses materiais fossem utilizados para produzir a casca e o núcleo de fibras ópticas, deveria compor o núcleo da fibra o meio
a) A, por ser o mais refringente.
b) B, por ser o menos refringente.
c) A, por permitir ângulos de incidência maiores.
d) B, porque nele a luz sofre maior desvio.
e) A ou B, indiferentemente, porque nas fibras ópticas não ocorre refração.

36. (Ufpe 2003) Um pulso ("flash") de luz proveniente de um laser incide perpendicularmente numa lâmina de vidro de faces paralelas, cujo índice de refração é n=1,5. Determine a espessura da lâmina, em MILÍMETROS, sabendo que a luz leva 10ps (ou seja: 10^{-11}s) para atravessá-la.

1. (Fatec 2003) Na figura adiante, um raio de luz monocromático se propaga pelo meio A, de índice de refração 2,0.



Devemos concluir que o índice de refração do meio B é:
a) 0,5
b) 1,0
c) 1,2
d) 1,5
e) 2,0

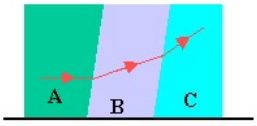
Dados: sen 37° = 0,60
sen 53° = 0,80

37. (Pucpr 2004) Um raio de luz, propagando-se no ar, incide sobre uma superfície de água. Sendo θ o ângulo de incidência, α o ângulo de reflexão e β o ângulo de refração, a relação entre estes valores é:
a) $\theta = \alpha < \beta$
b) $\alpha = \theta > \beta$
c) $\beta < \alpha > \theta$
d) $\theta > \alpha = \beta$
e) $\theta = \alpha = \beta$

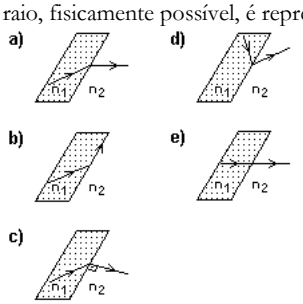
38. (Pucpr) Amanda segura um copo de vidro cheio de água. Um raio luminoso monocromático vindo do ar com velocidade de aproximadamente 3.10^8 m/s atravessa todo o copo. Sobre este fenômeno, analise as afirmações a seguir:
I - Ao entrar no vidro, a velocidade da onda luminosa passa a ser maior do que 3.10^8 m/s.
II - ao entrar na água, a velocidade da onda luminosa passa a ser menor do que 3.10^8 m/s.
III - Ao sair do copo, a velocidade da onda luminosa volta a ser de 3.10^8 m/s.
IV - Durante todo o fenômeno, a freqüência da onda luminosa permanece constante.

Assinale a única alternativa correta:
a) I.
b) Apenas II.
c) Apenas III.
d) Apenas II e III.
e) II, III e IV.

39. (Cefet-PR) A figura mostra a trajetória de um raio luminoso que atravessa três meios transparentes de naturezas diferentes: A, B e C. Se o índice de refração do vidro é 1,5; o do acrílico, 1,4 e o da água é 1,3, os meios A, B e C são, respectivamente:
a) Vidro; acrílico; água
b) água; acrílico; vidro
c) vidro; água; acrílico
d) acrílico; vidro; água
e) água; vidro; acrílico



40. (Ufes 2002) Um raio de luz monocromática incide sobre a interface, plana entre dois meios, de índices de refração n_1 e n_2. Sendo $n_1 > n_2$ a trajetória do raio, fisicamente possível, é representada por

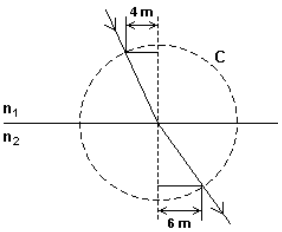


41. (Mackenzie-SP) Uma luz monocromática, ao ir do ar para um líquido, diminui sua velocidade de 20%. Nessas condições, um raio luminoso no ar atinge a superfície livre desse líquido, formando com ela um ângulo de 60º e refrata formando com a normal à superfície um ângulo cujo seno vale:
a) 0,325
b) 0,400
c) 0,500
d) 0,6325
e) 0,750

42. (Uel 2000) Numa tarde de outono, uma pessoa está de pé, na beira de um lago de águas tranqüilas. Relativas a essa situação, foram feitas as afirmações:
I. Se a pessoa percebe a imagem de um peixe através de raios luminosos que, no ar, formam 45° em relação à superfície da água, então, dentro da água, esses raios formam 30° com a normal.
II. Para a ocorrência do fenômeno da reflexão total da luz proveniente de um objeto no interior da água, pode-se concluir que o ângulo limite para a refração é dado por θ=arcsen(0,71).
III. Raios luminosos provenientes de objetos no fundo do lago NÃO podem chegar aos olhos da pessoa com ângulo de 30° em relação à superfície da água.

É correto o que se afirma SOMENTE em
Dados: n(ar)=1,0; n(água)=1,4; sen30°=0,50; sen45°=0,70
a) I
b) II
c) III
d) I e II
e) I e III

43. (Ufrs 2002) A figura a seguir representa um raio de luz monocromática que se refrata na superfície plana de separação de dois meios transparentes, cujos índices de refração são n1 e n2. Com base nas medidas expressas na figura, onde C é uma circunferência, pode-se calcular a razão n2/n1 dos índices de refração desses meios. Qual das alternativas apresenta corretamente o valor dessa razão?



a) 2/3.
b) 3/4.
c) 1.
d) 4/3.
e) 3/2.

44. (Fuvest 98) A curva da figura 1 mostra a dependência do índice de refração n de uma substância transparente com a freqüência f da luz. Três raios de luz 1, 2 e 3, paralelos, incidem segundo um ângulo de 45° sobre a superfície plana de um bloco da substância e são refratados, conforme indicado na figura 2.

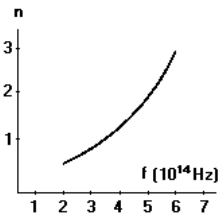


Figura 1

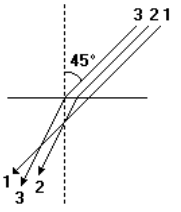


Figura 2

Denominando f1, f2 e f3 as freqüências dos raios 1, 2 e 3, respectivamente, se conclui que:
a) $f_3 < f_2 < f_1$
b) $f_1 < f_2 < f_3$
c) $f_2 < f_1 < f_3$
d) $f_2 < f_3 < f_1$
e) $f_1 < f_3 < f_2$

LENTES ESFÉRICAS DELGADAS

Da mesma forma como estudamos espelhos planos e depois espelhos esféricos, passamos agora do estudo de refratores completamente regulares (superfícies planas) a refratores cujas superfícies são levemente encurvadas: as lentes esféricas delgadas.

Lentes esféricas delgadas são objetos homogêneos e transparentes que desviam (por refração) a direção de feixes luminosos incidentes. Essas lentes possuem ao menos uma de suas superfícies com corte esférico (Figura 28a).

A lente divide o espaço em duas regiões: "lente – meio externo". Todo o conjunto é determinante do comportamento ótico resultante da luz, em virtude do diferente valor dos índices de refração da lente e do meio externo.

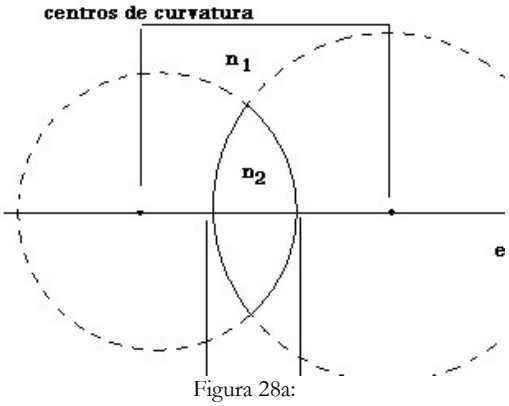


Figura 28a:

Esquema de uma lente esférica bi-convexa (ambas as superfícies são convexas) (Figura 28a). Existem os seguintes tipos de lentes: bi-convexa (1), plano-convexas (2), côncavo-convexas (3), bi-côncavas (4), plano-côncavas (5) e convexo-côncavas (6) (Figura 28b).

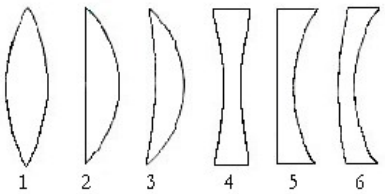


Figura 28b

A espessura de uma lente é definida como sendo a distância entre os vértices (pontos mais avançados da superfície) (Figura 28). O eixo principal é a reta definida pelos centros das esferas que geram cada superfície (centros de curvatura). Os vértices, naturalmente, estão contidos no eixo principal também.

Uma lente "delgada" tem sua espessura pequena em comparação com o raio de curvatura de suas faces. Essa geometria simplificada permite se obter padrões relativamente simples de comportamento óptico, ou seja, trajetórias previsíveis dos raios de luz que incidam em determinados pontos e de determinadas formas na superfície da lente (como acontece nos espelhos esféricos de Gauss).

PROPRIEDADES DAS LENTES DELGADAS E CONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA

Uma lente pode ser **convergente** – quando feixes paralelos incidentes são refratados, emergindo na direção de um ponto específico (*foco principal imagem*, nesse caso real), ou **divergente** – quando feixes paralelos incidentes são refratados, emergindo de forma a se afastar uns dos outros (com os *prolongamentos* dos raios passando por um ponto específico – *foco principal imagem*, que nesse caso é virtual). Veja na figura 29 os raios que incidem paralelamente ao eixo principal, observando a convergência ou divergência dos raios em função da lente.

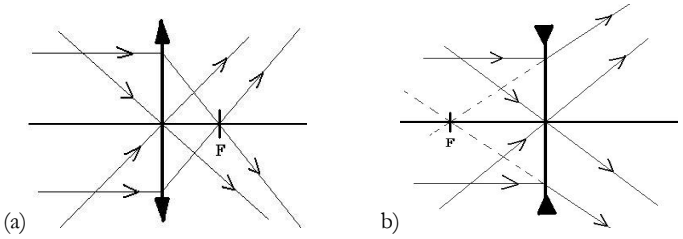


Figura 29: Raios incidentes paralelos ao eixo principal e sobre o vértice de (a) lente convergente, (b) lente divergente. Note a refração característica de cada lente sobre os feixes paralelos que define a nomenclatura: "convergente" e "divergente".

Sugestão! Pense e responda. No ar (n ~ 1) as lentes de vidro (n ~ 1,5) de bordos delgados são convergentes e as de bordos espessos são divergentes. Porém num meio como sulfeto de carbono (n ~ 1,7) as lentes de vidro invertem esse comportamento. Por quê?

CONSTRUÇÃO DE IMAGENS EM LENTES DELGADAS

Alguns raios de luz, que incidem de forma particular na superfície de lentes delgadas, são refratados percorrendo trajetórias conhecidas. Sabendo como tais raios são refratados, conseguimos prever como será a imagem dos objetos, ou seja, conseguimos identificar os pontos imagens conjugados a partir de objetos extensos.

a) Raios que incidem paralelamente ao eixo principal emergem pelo foco: nas lentes convergentes os raios convergem no foco; nas lentes divergentes os raios divergem na direção do foco, definido pelo prolongamento desses raios.

b) Raios que incidem ou na direção do foco (lentes convergentes) ou passando pelo foco (lentes converges), emergem paralelamente ao eixo principal.

c) Raios que incidem sobre o vértice emergem sem variação na sua direção (propriedade fortemente dependente da aproximação das lentes em lentes delgadas).

Assim, baseando-nos nesses casos particulares de refração, podemos construir geometricamente as imagens produzidas por lentes delgadas. Lembrando que as imagens se formam no ponto onde os raios emergentes da lente se cruzam (como nos espelhos esféricos vistos anteriormente). **Imagens reais** são formadas pelo cruzamento efetivo dos raios emergentes, ao passo as **imagens virtuais** são formadas pelo cruzamento *dos prolongamentos* de raios.

Na figura 30, temos exemplos de construções de imagens para uma lente convergente (Figura 30a) e para uma lente divergente (Figura 30b) de um objeto posto entre o centro de curvatura e o foco da lente.

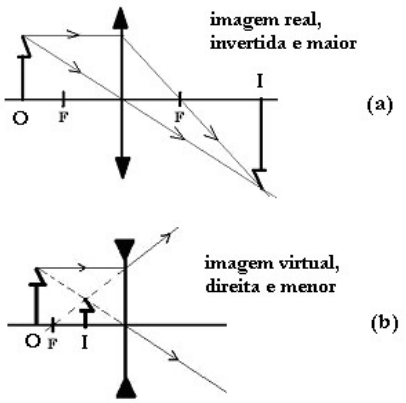


Figura 30

Para uma **lente divergente,** em qualquer posição que seja colocado o objeto, a imagem conjugada será sempre *virtual, direita e menor* que o objeto.

Para uma **lente convergente** derivam-se os resultados expostos na tabela 4. Foram usados como referência os pontos C, F e V (Figura 31), que representam, respectivamente, o centro de curvatura, o foco e o vértice.

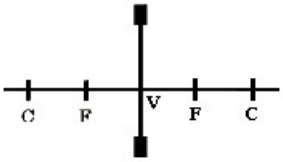


Figura 31

Tabela 4: **C**lassificação das imagens formadas por lentes convergentes.

Posição	Características da imagem
além do C	real, invertida, menor
C	real, invertida, mesmo tamanho
entre C e F	real, invertida, maior
F	imprópria
entre F e V	virtual, direta, maior

Sugestão! A. Mostre graficamente (seguindo o exemplo da figura 32b) que para uma lente divergente a imagem de um objeto colocado (a) além de C, (b) em C, (c) em F e (d) entre F e V, a imagem obtida é virtual, direita e menor que o objeto.

B. Mostre graficamente as imagens formadas por uma lente convergente de um objeto colocado nas posições descritas na tabela 4. Verifique a classificação das imagens obtidas.

Algumas aplicações das lentes

As lentes são largamente empregadas na nossa sociedade. Um desses empregos é a utilização de lentes em máquinas fotográficas para reduzir a imagem captada em um tamanho compatível ao filme. Para isso, usa-se uma lente convergente de forma a conseguir uma imagem real, invertida e menor que o objeto (isto é, estrategicamente montada de maneira que os objetos estejam sempre posicionados além do seu centro de curvatura).

Outra aplicação das lentes é no mecanismo óptico utilizado em projetores. Novamente lentes convergentes são utilizadas a fim de produzir uma imagem real, invertida e maior que o objeto. Nesse caso, a lente é posicionada de forma que o objeto esteja posicionado entre o seu centro de curvatura e o foco. A inversão da imagem é corrigida por meio de um arranjo de espelhos planos.

As lentes convergentes também são utilizadas nas lupas ou lentes de aumento. Para produzir uma imagem maior e direita, o objeto deve ser posicionado entre o foco e o vértice da lente. Nesta posição a imagem obtida é dita virtual.

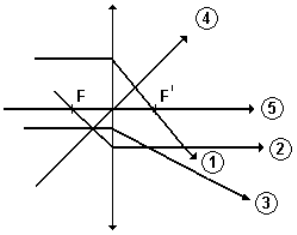
A diferença entre a imagem virtual e a real quando tratamos com lentes é que a imagem real deve ser projetada em um anteparo para ser vista (na máquina fotográfica, por exemplo, o anteparo é o filme; já nos projetores, é a própria tela de projeção), e a imagem virtual pode ser vista olhando-se através da lente.

As lentes também são utilizadas para corrigir problemas de visão.

EXERCÍCIOS

45. (Pucpr) Na figura a seguir, representam-se vários raios luminosos que atravessam uma lente convergente. Dos cinco raios representados, indique aquele que está representado de maneira INCORRETA (F e F' são os focos da lente):

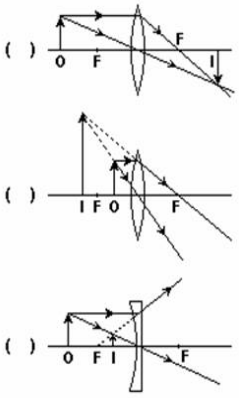
a) 4
b) 5
c) 1
d) 2
e) 3



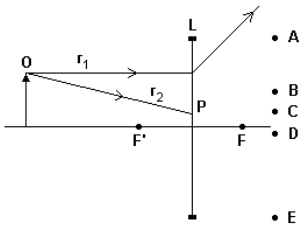
46. Nas figuras a seguir, estão representados por "O" os objetos e por "I", suas respectivas imagens, para lentes convergentes e divergentes. Em cada uma das figuras, identifique com R, quando a imagem for real e com V, quando for virtual.

A seqüência correta é:

a) RRR
b) RRV
c) RVV
d) VVV
e) VVR



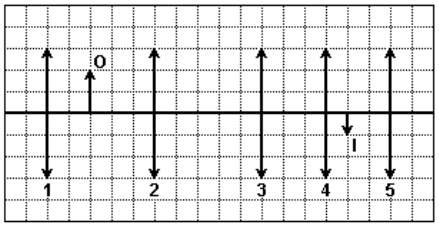
47. (Ufrs 2004) Na figura adiante, L representa uma lente esférica de vidro, imersa no ar, e a seta O um objeto real colocado diante da lente. Os segmentos de reta r1 e r2 representam dois dos infinitos raios de luz que atingem a lente, provenientes do objeto. Os pontos sobre o eixo ótico representam os focos F e F' da lente.



Qual das alternativas indica um segmento de reta que representa a direção do raio r, após ser refratado na lente?

a) PA.
b) PB.
c) PC.
d) PD.
e) PE.

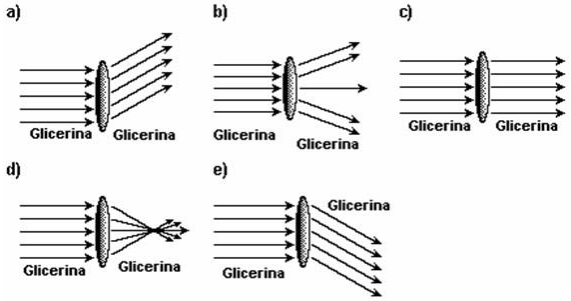
48. (Unesp 2005) Considere as cinco posições de uma lente convergente, apresentadas na figura.



A única posição em que essa lente, se tiver a distância focal adequada, poderia formar a imagem real I do objeto O, indicados na figura, é a identificada pelo número

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

50. (Ufjf 2003) A glicerina é uma substância transparente, cujo índice de refração é praticamente igual ao do vidro comum. Uma lente, biconvexa, de vidro é totalmente imersa num recipiente com glicerina. Qual das figuras a seguir melhor representa a transmissão de um feixe de luz através da lente?



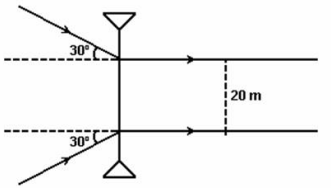
51. (Unesp 2004) Na figura, MN representa o eixo principal de uma lente divergente L, AB o trajeto de um raio luminoso incidindo na lente, paralelamente ao seu eixo, e BC o correspondente raio refratado.

a) A partir da figura, determine a distância focal da lente.

b) Determine o tamanho e a posição da imagem de um objeto real de 3,0 cm de altura, colocado a 6,0 cm da lente, perpendicularmente ao seu eixo principal.

52. (Ufrj 2006) A figura mostra dois raios luminosos que incidem sobre uma lente, formando um ângulo de 30° com a normal a ela e emergindo paralelos. A distância entre os pontos A e B em que os raios atingem a lente é de 20 cm.

Determine a distância focal da lente.



APÊNDICES (I)

A. LETRAS GREGAS

Minúsculas	Maiúsculas	Nome
α	Α	alfa
β	Β	beta
δ	Δ	delta
ε	Ε	épsilon
φ	Φ	fi
γ	Γ	gama
η	Η	eta
ι	Ι	iota
κ	Κ	capa
λ	Λ	lambda
μ	Μ	mü
ν	Ν	nü
ο	Ο	ômicron
π	Π	pi
θ, ϑ	Θ	teta
ρ	Ρ	rô
σ, ς	Σ	sigma
τ	Τ	tau
υ	Υ	úpsilon
ω	Ω	omega
ξ	Ξ	ksi
ζ	Ζ	dzeta
ψ	Ψ	psi
χ	Χ	qui

B. ANÁLISE DIMENSIONAL E UNIDADES DE MEDIDAS

UNIDADE DE MEDIDA

As unidades de medidas das grandezas físicas são fundamentais como sabemos. A essa altura deve estar cada vez mais clara a sua importância para dar significado físico aos números. Não se duvida da diferença fundamental entre 2 coulomb, 2 quilogramas e 2 joules, que expressam quantidades fundamentalmente diferentes!

Mais do que isso, na física toda que estudamos, baseada em geral em relações matemáticas simples, as unidades podem contar-nos qual é a equação que devemos usar, e, portanto, pode ser uma grande aliada em relação a esquecimentos súbitos.

As unidades de medida padrão que integram o Sistema Internacional de Unidades são cada vez mais familiares aos que estão debruçados sobre a física até este momento.

O Sistema Internacional de Unidades foi ratificado em 1960 pela 11ª CGPM (Conferência Geral de Pesos e Medidas) e atualizado até a 18ª CGPM (1987), compreende sete unidades de base e duas unidades suplementares, apresentadas na tabela abaixo. As definições destas unidades são dadas em termos de grandezas físicas bem estabelecidas como se lê na tabela.

A partir destas quantidades fundamentais definem-se as demais unidades físicas, chamadas **unidades derivadas**, que são obtidas por meio de produtos ou divisões envolvendo estas unidades. Por exemplo: "newton" sabemos ser a unidade de força, entretanto $N=kg.ms^{-2}$. A energia sabemos que é dada por "joule" $J = N.m = kg\ m^2s^{-2}$.

Note o curioso fato de que é assumido o Ampére como quantidade física fundamental relacionada à carga elétrica. De modo que o "coulomb" é uma grandeza derivada C = A.s!

Como estruturamos a apresentação do conteúdo partindo primeiro da carga elétrica antes de definir a corrente ficamos com a impressão de que é o coulomb a unidade fundamental e ampère a unidade derivada $A=C.s^{-1}$. É evidente entretanto que se trata apenas de um preconceito nosso, sendo equivalente, do ponto de vista estritamente lógico, selecionar um ou outro.

UNIDADES DE BASE

Grandeza	Unidade	Símbolo	Definição
comprimento	metro	m	17ª CGPM (1983) É o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de 1 / 299 792 458 de segundo.
Massa	quilograma	kg	3ª CGPM (1901) É igual à massa do protótipo internacional do quilograma em platina iridiada.
Tempo	segundo	s	13ª CGPM (1967) É a duração de 9 192 631 770 períodos de radiação correspondente à transição entre dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133.
corrente elétrica	ampère	A	9ª CGPM (1948) É a intensidade de uma corrente elétrica constante que se mantida em dois condutores paralelos, retilíneos, de comprimento infinito, de seção circular desprezível e situados à distância de 1 m entre si, no vácuo, produz entre estes condutores uma força igual a 2 x 10^{-7} N/m.
temperatura termodinâmica	kelvin	K	13ª CGPM (1967) É a fração 1 / 273,16 da temperatura termodinâmica do ponto tríplice da água.
quantidade de matéria	mol	mol	14ª CGPM (1971) É a quantidade de matéria de um sistema que contém tantas entidades elementares quanto são os átomos contidos em 0,012 kg de carbono 12.
intensidade luminosa	candela	cd	16ª CGPM (1969) É a intensidade luminosa numa dada direção de uma fonte que emite uma radiação monocromática de freqüência 540 x 10^{12} Hz e cuja intensidade energética nessa direção é (1/683) W.

Como também nos é claro pela prática usualmente recorre-se à incorporação dos prefixos junto às unidades para expressar os múltiplos e submúltiplos decimais de uma grandeza de maneira mais sintética. Na tabela abaixo listamos os existentes, é muito raro que usemos múltiplos superiores à mega (M) e submúltiplos inferiores a pico (p).

Nome	Símbolo	Fator multiplicador da unidade
yotta	Y	10^{24}
zetta	Z	10^{21}
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
quilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
Yocto	y	10^{-24}

Existem regras para apresentar as unidades, como: (1) a forma de fazer plurais; (2) o não uso de letras maiúsculas quando se escreve por extenso o nome da unidade (2 newtons) (exceto para "grau Celsius" ou "grau Fahrenheit); (3) não se pode justapor unidades como em: $3mmm = 3.10^{-3}.10^{-3}m$; (4) o prefixo sempre deve ser utilizado junto a uma unidade, ou seja $10^3/s$ não pode ser escrito como k/s, sendo o correto neste caso: $1/(10^{-3}s)= 1/ms=(ms)^{-1}$.

Na seção seguinte deixamos esse formalismo meramente decorativo (são regras de "sintaxe" afinal) e procuramos explorar a coerência formal existente entre das unidades dentro das equações físicas.

HOMOGENEIDADE DIMENSIONAL E VERIFICAÇÃO DE RELAÇÕES ENTRE GRANDEZAS FÍSICAS

Uma equação física não pode ser verdadeira se não for dimensionalmente homogênea, ou seja, os dois membros da equação devem ter as mesmas dimensões.

Isso quer dizer que 2m só pode ser igual a 2m e não a 2s ou 2km. Isto soa mais óbvio ainda quando saímos de números e unidades de medida: um cavalo só pode ser igual a outro cavalo e, nunca, a um gato. Uma laranja só pode ser igual a outra laranja.

Dito isto, vamos agora usar esta verdade a nosso favor: através das unidades de medidas, podemos eliminar erros e até deduzir relações entre grandezas físicas. Por exemplo:

$$F=ma$$
$$N = kg \,.\, m/s^2$$

Por definição sabemos que é precisamente a definição de newton ms^{-2}e, portanto, sem problemas.

Entretanto imagine que alguém – copiando esbaforidamente – escreve:

$$F = ma \Rightarrow \text{(faz um erro)} \Rightarrow F = Ea$$

E pensa que E é energia... veja que a equação deixa de ser homogênea pois:

$$[E.a] = N.m.ms^{-2} = N.m^2s^{-2}.$$

E essa quantidade é deferente de N!

Existem algumas grandezas físicas que, na sua unidade de medida, vem a informação de como calculá-la. A velocidade é um exemplo, dentre todas as diferentes maneiras de se medir velocidade, a usada no sistema de trânsito é o km/h. Observe:

$$\frac{km}{h}=\frac{\text{unidade de medida de espaço}}{\text{unidade de medida de tempo}}=\frac{\text{espaço}}{\text{tempo}}$$

Saber qual a unidade de medida de uma grandeza física é extremamente importante. Entretanto, algumas delas apresentam unidades de medida no sistema internacional que derivam de outras. A força e a potência são exemplos desse fato. Veja:

$$\text{força} \Rightarrow N(\text{Newton}) = kg.m/s^2$$
$$\text{potência} \Rightarrow W(\text{Watt}) = J/s$$

Neste caso, o contrário também pode ser estabelecido, ou seja, saber a fórmula pode nos dizer como algumas grandezas derivam de outras.

Antes de abordar este assunto, é preciso lembrar que podemos realizar todas as operações matemáticas com as grandezas físicas. Se um número dividido por ele mesmo vale 1, qualquer coisa dividida por ela mesma também vale 1:

$$\frac{7}{7}=1 \quad \frac{5\ \text{metro}}{5\ \text{metro}}=1 \quad \frac{2\ \text{ônibus}}{2\ \text{ônibus}}=1$$

As unidades de medidas carregam os sinais das operações matemáticas que realizamos entre grandezas. Devemos também criar o hábito de manipular algebricamente as unidades. Densidade expressa razão de massa por volume de um corpo.

Você pode não lembrar... mas derrepente lê que a densidade da água é 1kg/l. Bingo! kg (quilograma) é massa l (litro) é volume e portanto densidade é simplesmente a razão entre ambas: massa/volume = M/V.

Da mesma forma considere a quantidade que viesse do produto da densidade por volume de um corpo:

$$d.V=\frac{kg}{m^3}.m^3=kg.\frac{m^3}{m^3}=kg$$

Ou seja, a densidade vezes o volume é massa. E ponto.

Ás vezes pode não ser tão direto, por exemplo para alguém que vê joule expresso como kgm^2s^{-2}, identificaria mv^2, perdendo o fator 2 que caracteriza a energia cinética. Caso visse como joule escrito como N.m, identificaria a formula para o trabalho F.d perdendo o termo do cosseno para forças não colineares ao movimento... nem tudo são rosas afinal...

Mas note que se alguém diz que o calor específico de uma substância é 1 cal/gºC, imediatamente você sabe:
$c \sim Q/mT$... uma dica para a verdadeira $c = Q/m\Delta T$.

SIMBOLOGIA GERAL

Podemos recorrer ao teste de homogeneidade e relação entre grandezas sem os símbolos do SI sem preocupar-se se o submúltiplo está corretamente levando à homogeneidade, pode-se utilizar a notação mais isenta: tempo: T (de "time"), comprimento: L (de "length") e massa: M (de "mass").

Ou seja, com essa simbologia:

$$[N] = M.L^2T^{-2}$$

Aceleração centrípeta:

$$[a_{cp}]= [v^2]/[R] = L^2T^{-2}L^{-1} = LT^{-2}$$

EXERCÍCIOS

1. Sabendo que o Joule (J) é a unidade de medida de energia e respeitando a igualdade abaixo, monte uma equação física que relacione energia às grandezas físicas envolvidas.

$$J = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

2. Observe a constante física abaixo. Diga quais as grandezas físicas envolvidas.

$$\sigma = 5{,}7.10^{-8}\ \frac{W}{m^2.K^4}$$

3. A força de atração entre os corpos celestes, chamada de força gravitacional pode ser calculada pela seguinte equação:

$F = G\dfrac{M.m}{r^2}$	F=força M= massa de um dos corpos m = massa do outro corpo r = distância entre os corpos

a) Sendo G conhecida como constante gravitacional, calcule sua unidade de medida.
b) Está dimensionalmente correta.a expressão abaixo? Ou seja, ela é homogênea?

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

4. Um estudante, fazendo experiências num laboratório, verifica que o período (*T*) de oscilação de um pêndulo simples depende do comprimento do fio (*l*) e do módulo da aceleração da gravidade (*g*). Daí conclui-se que:

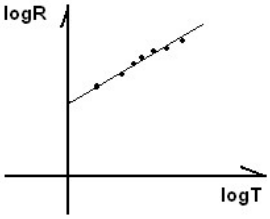
$$T = k\, l^{\alpha} g^{\beta}$$

Quanto valem as constantes α e β?

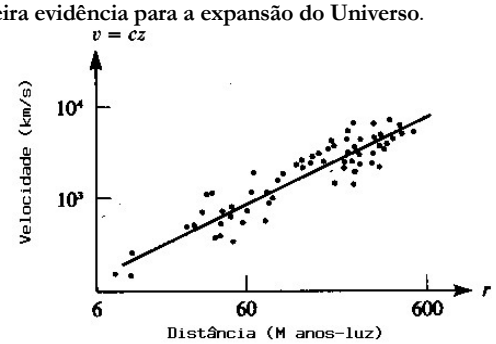
5. Um novo sistema de unidades foi criado com as grandezas fundamentais: volume (V), força (F) e tempo (T).

Determine, nesse novo sistema, a equação dimensional da potência.

6. Um astrônomo querendo revisitar a descoberta de Kepler da terceira lei que leva seu nome fez o gráfico abaixo para dados astronômicos dos 8 planetas do sistema solar (lembre-se que plutão não é mais planeta).
a) O cientista obteve um valor de 0,67 para o coeficiente angular da reta. Ele comprovou a terceira Lei de Kepler?
b) Em que mudaria o gráfico fosse feito para o conjunto de planetas que orbitem em torno de outra estrela do universo?



7. A idéia de que vivemos num universo em expansão foi uma das mais inesperadas e importantes descobertas da ciência século XX. Até então a idéia de Universo era a de um sistema estático. Quando Einstein aplicou sua teoria da Relatividade Geral para o nosso Universo, ele fez uma estranha predição de que o Universo deveria estar ou se contraindo ou se expandindo, mas ele se recusou a acreditar nisso e inseriu uma constante corretiva em suas equações de campo gravitacional para tornar o universo estático. Mas E. Hubble verificou observacionalmente que realmente estávamos num universo em expansão. Em 1929 Hubble, observando o deslocamento para o vermelho nas linhas espectrais das galáxias observadas por Milton La Salle Humason (1891-1972), e medindo ele próprio suas distâncias (usando estrelas cefeídas), descobriu que as galáxias estavam se afastando com velocidades proporcionais à sua distância, isto é, **quanto mais distante a galáxia, maior sua velocidade de afastamento**. Isso constituiu a **primeira evidência para a expansão do Universo**.



Qual a relação matemática que se estabelece entre as quantidades v (velocidade de afastamento) e r (distância de nossa galáxia)? $v = H^{\alpha}r$. Faça uma estimativa para H apresentando sua unidade adequadamente.

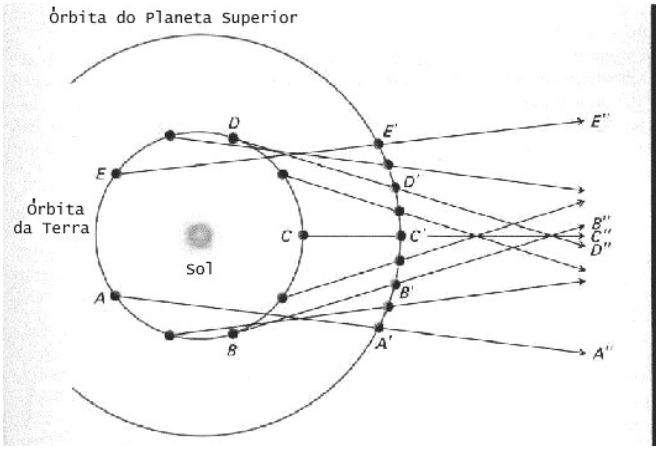
C. GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

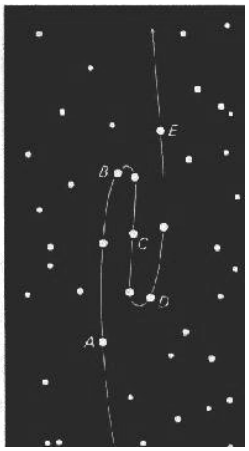
INTRODUÇÃO HISTÓRICA

O modelo aristotélico (séc. IV a.C.), fundamentado na filosofia grega, vigorou enquanto modelo cosmológico oficial (i.e. aceito pelas autoridades) durante muitos séculos da idade média, servindo de fundamento para a teologia que se desenvolvia àquela época e que, assim, procurava argumentar em favor dos dogmas cristãos e justificar a necessidade de sua aceitação e do poder que dispunha.

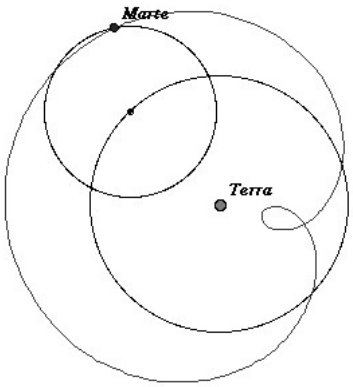
No modelo aristotélico a Terra é concebida enquanto centro do Universo – um lugar digno, por sua beleza simétrica, de servir de habitação à "maior das criações divinas", a saber, o homem (pasme!). Assim, nesse modelo cosmológico, o Sol e os demais planetas girariam em torno dela, estando as estrelas presas a uma esfera, mais externa, que servia de pano de fundo cósmico. Esta 'imagem' está fundamentada no fato observado de que não se observa movimento relativo entre as estrelas assim como todos os demais corpos terrestres parecem sempre passar à frente dessas.

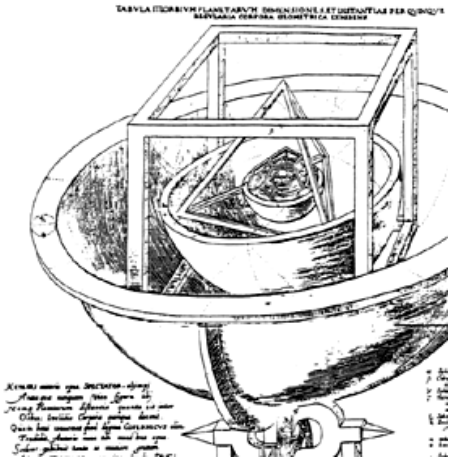
Entretanto os planetas apresentam no céu ao longo do ano um movimento não tão simples como o que haveria de se esperar para corpos que estivessem girando em torno da terra.





E para 'explicar' o laço que esses planetas descreviam no céu necessitou-se de acrescentar complicações como supor que os planetas girariam em torno de certas esferas invisíveis (descrevendo um movimento circular em torno dessa esfera invisível chamado epiciclo) que girariam em torno da terra.





Para dar conta de previsões mais precisas do movimento dos planetas – o que pode ser feito a partir da definição de um adequado sistema de coordenadas para mapear o céu – foi necessário prosseguir nessa direção adicionando esferas invisíveis que giram em tornos de outras esferas em torno das quais girariam os planetas... E eles conseguiam descrever a posição dos astros com grande precisão, entretanto as custas de um modelo mecânico bastante complicado e pouco elegante como se vê.

O astrônomo polonês Nicolau Copérnico (séc. XVI) retomou a hipótese de Aristarco, pensador grego do séc. III a.C., que houvera conjecturado que os planetas, inclusive a Terra, girariam em torno do Sol. Este sistema, chamado **heliocêntrico,** então, num primeiro momento, **permitia reduzir o número de esferas necessárias para descrever o movimento dos astros**. Sugerindo que se pudesse tê-lo como um modelo, potencialmente, superior. Mas note que não foi proposta uma radical mudança de concepção as esferas celestes continuavam lá.

Entretanto tinha-se dado um sugestivo passo para a crítica ao modelo clássico do universo. Nesse meio tempo se acirram os questionamentos à teologia oficial (com a reforma protestante principalmente) e a igreja católica passa a dispor de mecanismos opressivos contra o que julgava como heresias que viessem a questionar seus dogmas. Giordano Bruno é condenado à fogueira por heresia em virtude de defender o modelo copernicano (com maiores 'extravagâncias' como supor a existência de outros sistemas solares) dentre outras heresias, afirmando um discurso que questiona abertamente a autoridade católica.

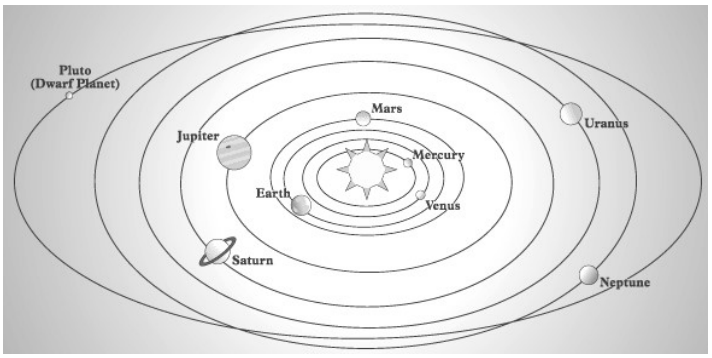
Compra a briga posteriormente Galileu Galiei, que sintetizava àquela altura o que conhecemos hoje como ciência, e **a**pontando seu telescópio (que aprendera a construir) para o céu achava mais evidências que o modelo copernicano corresponderia à realidade. Galileu compila um diálogo confrontando a noção clássica e as novas concepções que vinham surgindo desde o Renascimento. Galileu é condenado pela Santa Inquisição à pena de reclusão perpétua em regime de cárcere privado.

A cisão definitiva com o modelo clássico das esferas veio, apoiando-se especialmente nas observações do dinamarquês Tycho Brahe (que elaborou mapas celestes e catalogou mais de 1000 estrelas, apoiado no bom aparato que dispunha). Johannes Kepler (1571-1630) trabalhando com Tycho teve condições de dar o grande passo simplificador utilizando-se de grande destreza matemática**.** Analisando as enormes séries numéricas disponíveis pelas medições de Tycho, Kepler chega a um conjunto de três leis sintéticas que descreveriam o movimento planetário e que se libertavam do fantasma clássico das esferas invisíveis. As observações conduziam a um conjunto simples de conjecturas, potencialmente realísticas e reveladoras de padrões matemáticos muito claros na natureza..

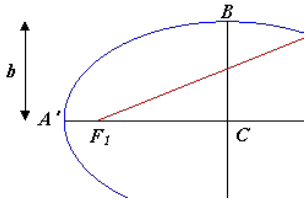
AS LEIS DE KEPLER

Primeira Lei: das Órbitas

Os planetas descrevem uma órbita elíptica em torno do Sol, que ocupa um dos focos desta elipse.



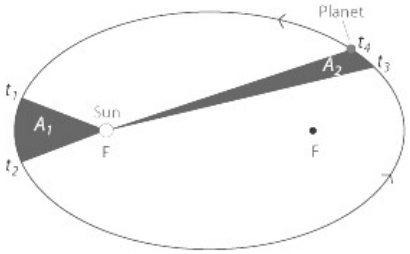
Consiste numa circunferência deformada (oval), uma figura plana em que a soma das distâncias entre qualquer de seus pontos e dois pontos específicos e únicos (chamados focos), é sempre constante. Uma circunferência é uma elipse na qual os dois focos são um único ponto o centro.



Sugestão! Com um barbante desenhe uma elipse.

Segunda Lei: das Áreas

A linha imaginária (raio vetor) que liga o Sol a um planeta varre áreas iguais em tempos iguais.



fonte: http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/cosmicengine/

área A_1 = área A_2

para um mesmo tempo transcorrido durante esses movimentos

$$(t_2 - t_1) = (t_4 - t_3)$$

Terceira Lei: dos Períodos

Para corpos que estão orbitando em torno de um mesmo corpo, o quadrado do período do Movimento de Translação (tempo para uma volta completa), dividido pelo Raio Médio elevado ao cubo é uma constante.

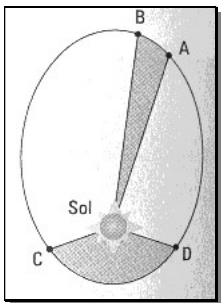
Esta lei, também chamada de harmônica, pode ser expressa através da equação:

$$\frac{R^3}{T^2} = k$$

onde T é o período de translação, R é o raio médio (média aritmética entre os diâmetros maior e menor da elipse) e k é uma constante para todos os planetas do nosso sistema solar.

EXERCÍCIOS

1. (U.Federal Ouro Preto-MG) A Segunda Lei de Kepler estabelece que a linha traçada do Sol a qualquer planeta, descreve áreas iguais em tempos iguais. Determine, na figura ao lado, em qual trecho, AB ou CD, da órbita do planeta, a velocidade dele é maior, justificando a resposta com base na lei citada.



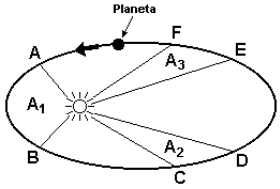
2. (UF - Maranhão) No sistema solar, um planeta em órbita circular de raio **R** demora dois anos terrestres para completar uma revolução. Em anos terrestres, qual o período da revolução de outro planeta, em órbita de raio **2R**?

3. (FEI-SP) Considere as proposições abaixo:
I. O período de translação de Mercúrio (planeta mais próximo do Sol) é menor que o período de translação da Terra.
II. A velocidade de translação de um planeta é constante ao longo de sua órbita.
III. Segundo a primeira lei de Kepler, os planetas descrevem órbitas elípticas ao redor do Sol, estando este no centro da elipse.

São corretas:
a) somente I
b) somente II
c) somente III
d) somente I e II
e) somente I e III

4. Com relação às Leis de Kepler, podemos afirmar que:
a) não se aplicam ao estudo da gravitação da Lua em torno da Terra.
b) só se aplicam ao nosso Sistema Solar.
c) aplicam-se à gravitação de quaisquer corpos em torno de uma grande massa central.
d) contrariam a Mecânica de Newton.
e) não prevêem a possibilidade da existência de órbitas circulares.

5) (Uerj 2000)A figura ilustra o movimento de um planeta em torno do sol. Se os tempos gastos para o planeta se deslocar de A para B, de C para D e de E para F são iguais, então as áreas –A1, A2 e A3 – apresentam a seguinte relação:

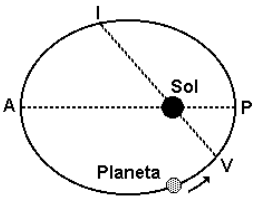


a) $A_1 = A_2 = A_3$
b) $A_1 > A_2 = A_3$
c) $A_1 < A_2 < A_3$
d) $A_1 > A_2 > A_3$

6) (Ufms 2005) Dois planetas A e B do sistema solar giram em torno do Sol com períodos de movimento T_A e T_B e raios orbitais 8R e R, respectivamente. Com base nas Leis de Kepler, é correto afirmar que a razão T_A/T_B é dada por
a) $2\sqrt{2}$
b) $4\sqrt{2}$
c) 1/8
d) $8\sqrt{8}$
e) 4

7) (Pucsp 2004) A sonda Galileo terminou sua tarefa de capturar imagens do planeta Júpiter quando, em 29 de setembro deste ano, foi lançada em direção ao planeta depois de orbitá-lo por um intervalo de tempo correspondente a 8 anos terrestres. Considerando que Júpiter está cerca de 5 vezes mais afastado do Sol do que a Terra, é correto afirmar que, nesse intervalo de tempo, Júpiter completou, em torno do Sol,
a) cerca de 1,6 volta.
b) menos de meia volta.
c) aproximadamente 8 voltas.
d) aproximadamente 11 voltas.
e) aproximadamente 3/4 de volta.

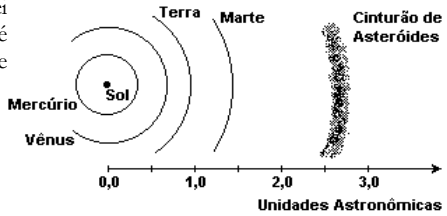
8) (Unicamp) A figura a seguir representa exageradamente a trajetória de um planeta em torno do Sol. O sentido do percurso é indicado pela seta. O ponto V marca o início do verão no hemisfério sul e o ponto I marca o início do inverno. O ponto P indica a maior aproximação do planeta ao Sol, o ponto A marca o maior afastamento. Os pontos V, I e o Sol são colineares, bem como os pontos P, A e o Sol.



a) Em que ponto da trajetória a velocidade do planeta é máxima? Em que ponto essa velocidade é mínima? Justifique sua resposta.
b) Segundo Kepler, a linha que liga o planeta ao Sol percorre áreas iguais em tempos iguais. Coloque em ordem crescente os tempos necessários para realizar os seguintes percursos: VPI, PIA, IAV, AVP.

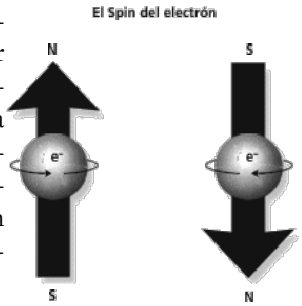
9) (Ita 2004) Uma estrela mantém presos, por meio de sua atração gravitacional, os planetas Alfa, Beta e Gama. Todos descrevem órbitas elípticas, em cujo foco comum se encontra a estrela, conforme a primeira Lei de Kepler. Sabe-se que o semi-eixo maior da órbita de Beta é o dobro daquele da órbita de Gama. Sabe-se também que o período de Alfa é $\sqrt{2}$ vezes maior que o período de Beta. Nestas condições, pode-se afirmar que a razão entre o período de Alfa e o de Gama é:
a) $\sqrt{2}$
b) 2
c) 4
d) $4\sqrt{2}$
e) $6\sqrt{2}$

10) (Unicamp 2003) A terceira lei de Kepler diz que "o quadrado do período de revolução de um planeta (tempo para dar uma volta em torno do Sol) dividido pelo cubo da distância do planeta ao Sol é uma CONSTANTE". A distância da Terra ao Sol é equivalente a 1 UA (unidade astronômica).
a) Entre Marte e Júpiter existe um cinturão de asteróides (vide figura). Os asteróides são corpos sólidos que teriam sido originados do resíduo de matéria existente por ocasião da formação do sistema solar. Se no lugar do cinturão de asteróides essa matéria tivesse se aglutinado formando um planeta, quanto duraria o ano deste planeta (tempo para dar uma volta em torno do Sol)?
b) De acordo com a terceira lei de Kepler, o ano de Mercúrio é mais longo ou mais curto que o ano terrestre?



D. A ORIGEM DO MAGNETISMO NA MATÉRIA

Como foi observado o planeta Terra é composto em abundância por matéria dotada de cargas elétricas residuais, como íons de ferro. Sendo a sua rotação a responsável pelo surgimento do campo magnético terrestre. Poderíamos atribuir ao elétron um magnetismo se ele fosse concebido como uma pequena esfera.



Um modelo baseado no cálculo da energia eletrostática do elétron e da famosa fórmula de Einstein ($E=mc^2$) obtém uma estimativa do raio de um elétron (conhecido como raio de Compton, ou raio de espalhamento Thomson) 2.8×10^{-15}m.

Entretanto a moderna física de partículas tem avançado e até o presente momento o que permanece como a hipótese mais forte é de que é muito menor que isso, ou mesmo que se trata de uma partícula pontual (sem raio, portanto).

De qualquer forma, a despeito dessas dificuldades sobre a origem do magnetismo do elétron, e dos valores que esse poderia assumir, é fato que ele possui essa quantidade física. O magnetismo individual do elétron recebe o nome de "spin" (palavra em inglês que quer dizer "giro").

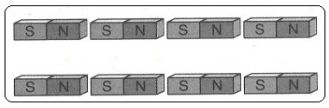
O modelo atômico moderno (aquele de níveis e subníveis de energia visto em química) incorpora essa quantidade na determinação do estado magnético de determinado elemento. Os elétrons de um átomo distribuem-se em níveis de energia associados ao número quântico principal, e dentro desses em outros subníveis, de acordo com os números quânticos azimutal, magnético. Arranja-se as configurações eletrônicas dos átomos neutros em seu estado fundamental (configuração de mais baixa energia) segundo regras que dizem por exemplo que em um mesmo subnível podem ser posicionados dois elétrons com spins opostos, "para cima" ou "para baixo" (números quânticos +1/2 e -1/2).

Numa camada "completa" (ou fechada), o número de spin +1/2 e -1/2 é igual e, conseqüentemente, o campo magnético total é nulo.

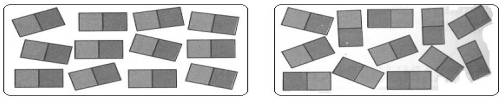
Como a soma dos campos de cada camada resulta no spin total do átomo aqueles que tiverem todos os subníveis populados por elétrons emparelhados terão campo magnético nulo.

Átomos com elétrons "desemparelhados" (ou, conforme o jargão, de 'camada aberta'), possuem spin total diferente de zero e, conseqüentemente, um campo magnético próprio.

Materiais compostos por átomos com atividade magnética não nula que estejam arranjados de maneira a terem o campo magnético de cada átomo alinhados apresentam um campo magnético macroscópico.



A temperatura, entretanto, pode introduzir desordem nesse arranjo, ao perturbar essa estrutura microscópica destruindo a atividade magnética. Esquentar um imã pode, portanto, levar ao desaparecimento de seu campo magnético.



Materiais sem a ordem magnética estabelecida podem adquirir a magnetização mediante a proximidade com outros corpos imantados devido ao alinhamento induzido dos campos magnéticos atômicos. Esse fenômeno é chamado ferromagnetismo e ocorre em materiais como ferro, aço, níquel e cobalto. Ao retirar o campo externo os materiais ferromagnéticos perdem a sua ordem magnética.

Materiais que apresentam atividade magnética permanente são chamados parmagnéticos. Nestes a temperatura pode atuar destruindo a atividade magnética.

E. ACÚSTICA

O som é uma onda mecânica longitudinal tridimensional que se propaga no ar e em outros meios. A sua propagação no ar se dá através da compressão e descompressão periódica do ar a sua frente.

ONDAS SONORAS

As fontes sonoras são corpos que vibram em um meio material, assim como um alto-falante, uma pancada em uma mesa, uma árvore se movendo em um dia de muito vento ou as cordas vocais. Nossos ouvidos são sensíveis a ondas sonoras na faixa de 20 Hz a 20000 Hz. Somente nessa faixa de freqüência essas ondas recebem o nome de ondas sonoras. Acima de 20000 Hz são denominadas de ultra-som, e abaixo de 20 Hz de infra-som.

VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO

Como o som é uma onda mecânica, sua velocidade depende do meio de propagação e da temperatura desse meio. No ar, a 20ºC, a velocidade do som vale 340m/s. Nos sólidos e nos líquidos, a velocidade é ainda maior, em virtude de ser a velocidade de propagação crescente com a densidade do meio.

Nos gases e líquidos, diferente dos sólidos, a velocidade de propagação do som depende ainda diretamente da temperatura do meio, pois ele é transmitido pela vibração das moléculas.

A dependência da velocidade com a temperatura em um gás ideal pode ser derivada, a partir das equações de estado do gás ideal. Deriva-se que a dependência entre a velocidade do som no meio e as variáveis termodinâmicas são:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

onde $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, R é a constante universal dos gases perfeitos, T a temperatura absoluta do gás e M a massa molar. (ver capítulo sobre termologia e termodinâmica). Dessa forma, quanto maior a temperatura, maior a vibração das moléculas, conseqüentemente maior será a velocidade do som nesse meio.

*obs: Essa última equação tem valor apenas ilustrativo, não precisa ser assimilada para provas dos vestibulares.

QUALIDADES DO SOM

As qualidades do som são características que o ouvido humano é capaz de distinguir. Elas são: altura, intensidade e timbre.

- **Altura:** qualidade que permite diferenciar um **som grave** de um **som agudo**. A altura do som depende de sua freqüência. Freqüência alta, som agudo; freqüência baixa, som grave.

Já sabemos que nosso ouvido é sensível a sons que variam de 20Hz a 20000Hz. Outros animais são dotados de sensibilidade ainda maior na faixa de freqüências audíveis.

Um exemplo de comparação aproximada entre essas faixas é dada na tabela:

Seres vivos	Intervalos de Freqüência
cachorro	15 Hz - 45.000 Hz
ser humano	20 Hz - 20.000 Hz
sapo	50 Hz - 10.000 Hz
gato	60 Hz - 65.000 Hz
morcego	1000 Hz - 120.000 Hz

(fonte: Fuvest 2002)

- **Intensidade:** qualidade que permite diferenciar um **som forte** de um s**om fraco** e está relacionada à energia transportada pela onda, e, portanto está relacionada a sua amplitude. Amplitude alta, **som forte**; amplitude baixa, **som fraco**.

A intensidade física de uma onda é o quociente entre a energia (ΔE) que atravessa uma seção de área (A) na unidade tempo (Δt).

$$I = \frac{\Delta E}{A.\Delta t}$$

Como a potência (P) é $P = \Delta E/\Delta t$, tem-se também:

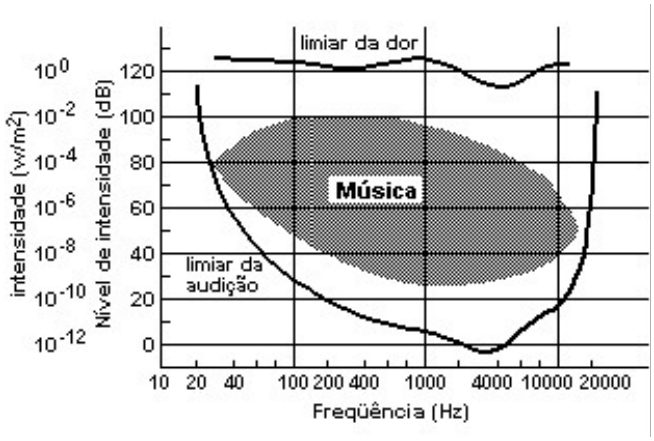
$$I = \frac{P}{A}$$

no S.I a unidade de intensidade é J/m^2s ou W/m^2.

O nível de intensidade de som, pode ser medido em termos relativos ao limiar audível (menor intensidade média perceptível pelo ser humano, em média). Como essa escala de sons audíveis varia numa extensa faixa (dependendo da freqüência e da intensidade do som), é útil comprimir a escala dentro de uma escala logarítmica. Assim, o nível sonoro é dado por::

$$N = 10.\log\frac{I}{I_0}$$

onde I é a intensidade sonora do som e I_0 é a menor intensidade do som que o ouvido humano pode detectar ($I_0=10^{-12}W/m^2$).



EXERCÍCIO RESOLVIDO

R1. (Uniceb-SP) No interior de um consultório dentário, os motores funcionam de forma inadequada e o nível sonoro é de 100 dB. Considerando que a mínima intensidade sonora audível é $I_0=10^{-12}W/m^2$, determine pelo S.I., a intensidade sonora I.

Resolução

Sabemos que a relação que fornece o nível sonoro em decibéis é:

$$N = 10.\log\frac{I}{I_0}$$

Como o nível sonoro é N=100 dB, temos:

$$100 = 10.\log\frac{I}{10^{-12}}$$

$$\frac{I}{10^{-12}} = 10^{10} \qquad I = 10^{-12}.10^{10} \qquad I = 10^{-2}\, W/m^2$$

- **Timbre**: qualidade que permite ao ouvido diferenciar dois sons de mesma altura (freqüências iguais) e mesma intensidade (amplitudes iguais), emitidos por diferentes fontes. A mesma nota musical emitida por diferentes instrumentos produz sensações diferentes.

Atenção: Freqüentemente usamos "altura" para nos referirmos a volume, porém termo mais adequado é "intensidade".

CORDAS SONORAS

Para entendermos como funcionam os instrumentos de corda precisamos estudar a configuração de ondas estacionárias em cordas com as duas extremidades fixas.

As cordas dos instrumentos são bastante finas e por isso a quantidade de ar deslocada é pequena, fazendo com que o som tenha baixa intensidade. Por isso, é necessário que as cordas sejam montadas em caixas acústicas (o corpo do instrumento) que vibram junto com as cordas e o ar em seu interior, produzindo um som mais intenso.

Quando a corda vibra com um único ventre (n=1) (figura 17), dizemos que ela está vibrando em seu primeiro harmônico (com uma freqüência de vibração denominada freqüência fundamental f)

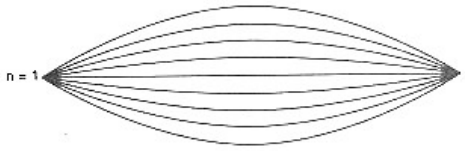


Figura 17

Se ela vibrar com dois ventres (n=2) (figura 18), dizemos que ela está vibrando em seu segundo harmônico (com freqüência igual a 2f).

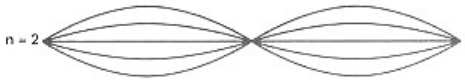


Figura 18

Se ela vibrar com três ventres (n=3) (figura 19), dizemos que ela está vibrando em seu terceiro harmônico (com freqüência igual a 3f). E assim por diante.

Figura 19

Observando essas figuras podemos estabelecer uma relação matemática entre o comprimento de onda das ondas estacionárias (λ_n), o comprimento da corda (l) e a seqüência dos números

inteiros (*n=1, 2, 3, ...*) que determinam o número do harmônico em que a corda está vibrando:

$$l = n.\frac{\lambda_n}{2} \quad \text{ou} \quad \lambda_n = \frac{2l}{n}$$

Lembrando a relação entre comprimento de onda e freqüência, podemos também escrever a freqüência das ondas estacionárias na corda:

$$l = n.\frac{v}{2f_n} \quad \text{ou} \quad f_n = \frac{n}{2l}.v$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R2. Uma corda de 60cm de comprimento tem suas extremidades fixas. Determine o comprimento de onda e a freqüência do som fundamental (primeiro harmônico), sabendo que a velocidade de propagação do som fundamental é v=900m/s.

Resolução

Sabemos que a relação entre o comprimento da corda e o comprimento de onda é:

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

Como queremos saber o comprimento de onda do som fundamental, temos que n=1:

(lembre-se de transformar o comprimento da corda para a unidade metro)

$$\lambda_1 = \frac{2.0,6}{1} \qquad \lambda_1 = 1,2m$$

Temos a equação para a freqüência em cordas:

$$f_n = \frac{n}{2l}.v$$

Como n=1:

$$f_1 = \frac{1}{2.0,6}.900 \qquad f_1 = 750Hz$$

TUBOS SONOROS

O funcionamento dos instrumentos de sopro pode ser estudado a partir da formação de ondas estacionárias em um tubo. Os tubos sonoros podem ser de dois tipos: com ambas as extremidades abertas ou com uma extremidade aberta e outra fechada.

A formação de ondas estacionárias nos tubos é idêntica a de ondas estacionárias em cordas. Vamos agora analisar a sua formação nos dois tipos de tubos.

Tubo aberto nas duas extremidades

Nas extremidades abertas do tubo temos a formação de ventres. Assim como no caso das cordas, podemos ter a formação de diversos harmônicos no tubo sonoro. A figura 20 ilustra a freqüência fundamental (n = 1) e os harmônicos seguintes (n = 2, 3, 4).

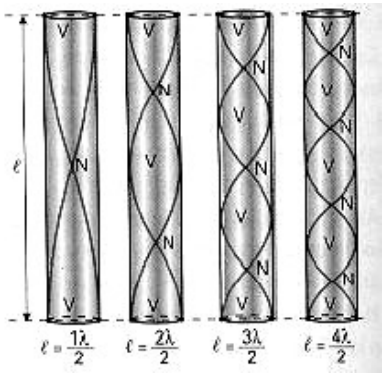


Figura 20

Observando a figura podemos obter algumas relações matemáticas:

$$l = n.\frac{\lambda_n}{2} \quad \text{ou} \quad \lambda_n = \frac{2l}{n}$$

E para a freqüência: $f_n = \frac{n}{2l}v$ para n = 1, 2, 3, ...

Tubo fechado em uma das extremidades

Na extremidade fechada do tubo deve haver um nó, pois nela o ar não pode vibrar, mas na extremidade aberta existe um ventre. A figura 21 ilustra a freqüência fundamental (n = 1) e os harmônicos seguintes que são formados. Nesse caso apenas os harmônicos ímpares aparecem (n = 3, 5, 7, ...).

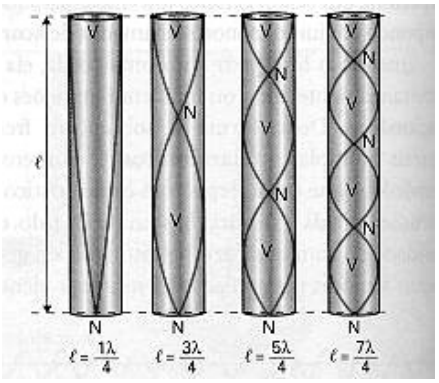


Figura 21

Observando a figura podemos obter algumas relações matemáticas:

$$l = n.\frac{\lambda_n}{4} \quad \text{ou} \quad \lambda_n = \frac{4l}{n}$$

E para a freqüência:

$$f_n = \frac{n}{4l}v \qquad \text{para n = 1, 3, 5, ...}$$

Enquanto que nos instrumentos de corda os tons e acordes musicais são selecionados alterando-se o comprimento da corda, nos instrumentos de sopro isso é feito alterando-se o comprimento do tubo.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R3. Suponha que a velocidade do som em determinada região seja 336m/s. Que freqüências é possível produzir com um tubo sonoro fechado de 1,2m de comprimento nessa região?

Resolução

Como se trata de um tubo fechado, temos que as freqüências são dadas por:

$$f_n = \frac{n}{4l}v$$

Assim:

$$f_n = \frac{n}{4.1,2}.336 \qquad f_n = 70.n$$

Como no tubo fechado apenas os harmônicos ímpares (n = 1, 3, 5,...) aparecem:

$$f_1 = 70Hz \qquad f_3 = 210Hz \qquad f_5 = 350Hz$$

e assim por diante.

EFEITO DOPPLER

Quando uma fonte sonora ou o receptor estão em movimento ocorre uma alteração aparente na freqüência percebida do som que se denomina Efeito Doppler.

Para ondas sonoras a variação de freqüência está relacionada à altura do som, de forma que a variação da freqüência torna o som mais grave ou mais agudo.

Fonte em movimento: Suponhamos que uma fonte *A* (uma ambulância com a sirene ligada, por exemplo) emite 100 ondas por segundo. Um observador *O* perceberá a passagem de 100 ondas a cada segundo. Entretanto, se a fonte *A* se move em direção ao observador, o número de ondas que chega até ele a cada segundo aumenta proporcionalmente à velocidade da fonte, pois o comprimento de onda diminui. Assim a freqüência aparentemente aumenta enquanto a fonte se move em direção ao observador.

Se a ambulância se afasta de um observador *O'*, o número de ondas que chega até ele a cada segundo diminui proporcionalmente à velocidade. Assim a freqüência aparentemente diminui enquanto a fonte se afasta do observador.

A figura 22 mostra que as ondas produzidas pela fonte sonora se assemelham a esferas cujos centros se deslocam na direção do movimento da fonte. Nessa figura a fonte se aproxima do observador *O* e é possível perceber que o comprimento das ondas que atingem o observador é menor, portanto a freqüência é maior, e o som é mais agudo. Mas essa mesma fonte se afasta do observador *O'* e é possível perceber que o comprimento das ondas que atingem o observador é maior, portanto a freqüência é menor, e o som é mais grave.

Fonte em repouso: uma mudança no som também é observada quando temos a fonte em repouso e o observador em movimento. Nesse caso, a freqüência aparente do som é maior que a freqüência real quando o observador se aproxima, e menor quando ele se afasta. Sendo assim, haverá efeito Doppler sempre que houver movimento relativo entre fonte e observador. Nos exemplos vistos até aqui, ou a fonte, ou o observador estavam em repouso, porém isso não é regra. Podemos ter os dois se movimentando ao mesmo tempo. O que importa é saber se estão se aproximando ou se afastando.

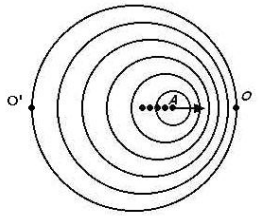


Figura 22

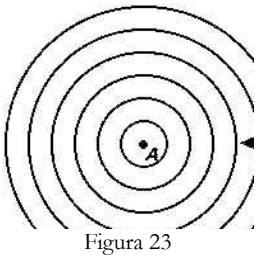


Figura 23

A freqüência aparente captada pelo observador é dada por:

$$f_O = \left(\frac{v \pm v_O}{v \mp v_F}\right) f_F$$

onde v é a velocidade do som, v_F a velocidade da fonte, v_0 a velocidade do observador e f_F a freqüência real emitida pela fonte.

Lembre-se de que se a fonte ou o observador estiver em repouso sua velocidade é nula.

Atenção: os sinais devem ser utilizados com muito cuidado:

$\frac{(+)}{(-)} \Rightarrow$ aproximação relativa $\qquad \frac{(-)}{(+)} \Rightarrow$ afastamento relativo

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R4. Uma ambulância, com a sirene ligada, passa por um pedestre parado a uma velocidade de 20m/s. A freqüência do com emitido pela sirene é de 1000Hz. Determine:

a) o valor da freqüência recebida pelo pedestre antes da ambulância chegar até ele.

b) o valor da freqüência recebida pelo pedestre depois que a ambulância o ultrapassa.

Resolução:

a) Como a ambulância está se aproximando, temos:

$$f_O = \left(\frac{v + v_O}{v - v_F}\right) f_F \qquad f_O = \left(\frac{340+0}{340-20}\right).1000 \qquad f_O = 1063 Hz$$

b) Como a ambulância está se afastando, temos:

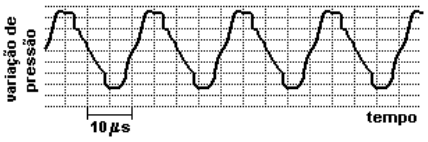
$$f_O = \left(\frac{v - v_O}{v + v_F}\right) f_F \qquad f_O = \left(\frac{340-0}{340+20}\right) \qquad f_O = 944 Hz$$

EXERCÍCIOS

1. (Fuvest-2002) O som de um apito é analisado com o uso de um medidor que, em sua tela, visualiza o padrão apresentado na figura abaixo. O gráfico representa a variação da pressão que a onda sonora exerce sobre o medidor, em função do tempo, em μs (1 μs = 10^{-6} s).

Analisando a tabela de intervalos de freqüências audíveis, por diferentes seres vivos, conclui-se que esse apito pode ser ouvido apenas por a) seres humanos e cachorros
b) seres humanos e sapos
c) sapos, gatos e morcegos
d) gatos e morcegos
e) morcegos

Seres vivos	Intervalos de Freqüência
cachorro	15 Hz - 45.000 Hz
ser humano	20 Hz - 20.000 Hz
sapo	50 Hz - 10.000 Hz
gato	60 Hz - 65.000 Hz
morcego	1000 Hz - 120.000 Hz



2. (UNESP-2003) Em um exame de audiometria, uma pessoa foi capaz de ouvir freqüências entre 50 Hz e 3 kHz. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é 340 m/s, o comprimento de onda correspondente ao som de maior freqüência (mais agudo) que a pessoa ouviu foi
(A) 3.10^{-2}cm.
(B) 0,5 cm.
(C) 1,0 cm.
(D) 11,3 cm.
(E) 113,0 cm.

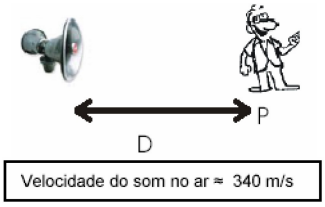
3. (Fuvest-2000) Uma onda eletromagnética propaga-se no ar com velocidade praticamente igual à da luz no vácuo (c=3.10^8 m/s), enquanto o som propaga-se no ar com velocidade aproximada de 330 m/s. Deseja-se produzir uma onda audível que se propague no ar com o mesmo comprimento de onda daquelas utilizadas para transmissões de rádio em freqüência modulada (FM) de 100MHz (100.10^6 Hz). A freqüência da onda audível deverá ser aproximadamente de:
a) 110 Hz b) 1.033 Hz c) 11.000 Hz
d) 10^8 Hz e) 9.10^{13} Hz

4 – (PUC-RS) Uma onda sonora de 1000Hz propaga-se no ar a 340m/s quando atinge uma parede, onde passa a se propagar com velocidade de 2000m/s. É correto afirmar que os valores do comprimento de onda e da freqüência da onda propagando-se na parede são, respectivamente:
a) 0,340m e 1000Hz b) 0,680m e 1000Hz
c) 0,850m e 2000Hz d) 2,000m e 1000Hz
e) 2,500m e 500Hz

5 – Com uma corda de 2m de comprimento e extremidades fixas obtém-se o 3º harmônico através de um sistema de ondas estacionárias de freqüência 120Hz. Calcule:
a) a velocidade de propagação da onda;
b) o comprimento de onda.

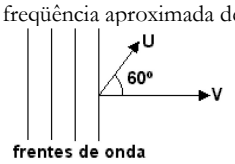
6-(Fuvest-2004) Um alto-falante fixo emite um som cuja freqüência F, expressa em Hz, varia em função do tempo t na forma F(t) = 1000 + 200 t. Num determinado momento, o alto-falante está emitindo um som com uma freqüência F1 = 1080 Hz. Nesse mesmo instante, uma pessoa P, parada a uma distância D = 34 m do alto-falante, está ouvindo um som com uma freqüência, aproximadamente, igual a:

a) 1020 Hz
b) 1040 Hz
c) 1060 Hz
d) 1080 Hz
e) 1100 Hz



7. (Fuvest-2003) Uma onda sonora considerada plana, proveniente de uma sirene em repouso, propaga-se no ar parado, na direção horizontal, com velocidade **V** igual a **330m/s** e comprimento de onda igual a **16,5cm**. Na região em que a onda está se propagando, um atleta corre, em uma pista horizontal, com velocidade **U** igual a **6,60m/s**, formando um ângulo de **60º** com a direção de propagação da onda. O som que o atleta ouve tem freqüência aproximada de

a) 1960 Hz
b) 1980 Hz
c) 2000 Hz
d) 2020 Hz
e) 2040 Hz



8. Uma fonte sonora que emite um som de freqüência 528 Hz se aproxima de um observador parado com a velocidade de 72 km/h. Sendo a velocidade do som no ar de 340 m/s, calcule a freqüência do som recebido pelo observador.

9. Uma fonte sonora estacionária emite um som de freqüência 340 Hz. A velocidade do som no ar é de 340 m/s. Determine em que sentido, em relação à fonte, e com que velocidade deve ser mover um observador para ouvir um som de freqüência 360 Hz.

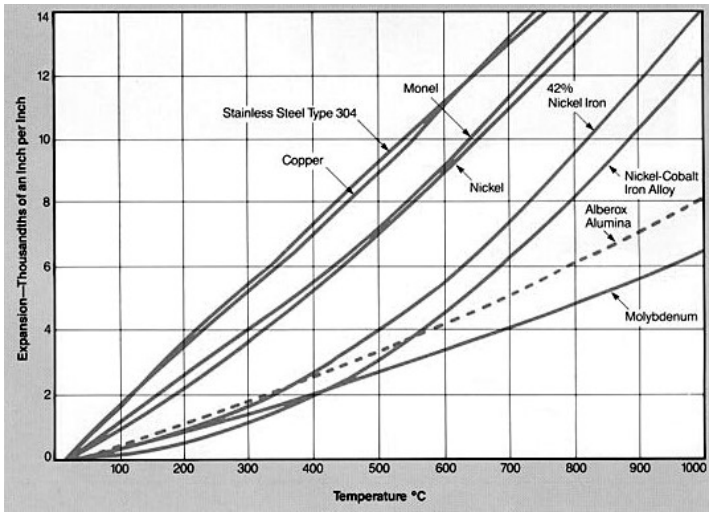
F. LIMITES DO MODELO DE DILATAÇÃO LINEAR

Conforme observamos o modelo linear que representado na equação

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

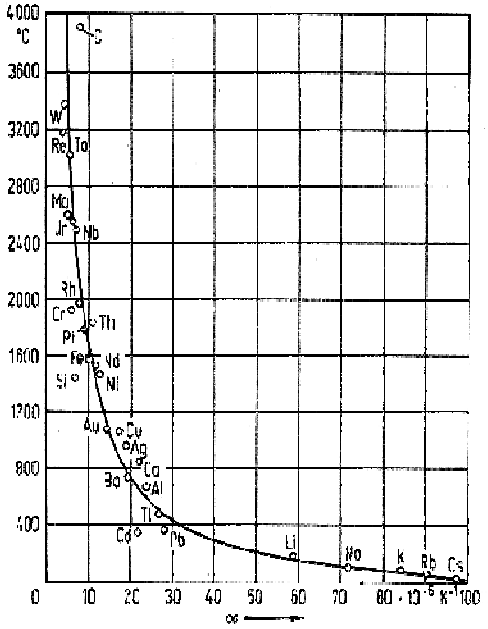
Tem seus limites de validade na descrição da expansão sofrida pela barra. A seguir apresentamos um conjunto de resultados experimentais que servem de exemplo para essas limitações:

www.alberox.com



A inclinação da curva corresponde ao valor do coeficiente de dilatação. Note que a liga Níquel-Ferro (Nickel Iron) não apresenta uma relação linear (o coeficiente de dilatação varia fazendo a curva ter diferentes inclinações), mas observe que, por exemplo, entre 750ºC e 1000ºC tem-se praticamente uma relação linear, ainda que ela não valha para descrever o comportamento abaixo de 600ºC. Observe, ainda, que o Cobre (Cooper) aproxima-se muito bem do modelo linear, assim como o Aço inoxidável (Stainless Steel).

Outra relação interessante envolvendo o coeficiente de dilatação é a sua conexão com a temperatura de derretimento. Maiores coeficiente de dilatação indicam que o material tem maiores forças contrárias à desagregação e, assim, espera-se que seja mais difícil derreter um sólido com alto coeficiente α do que outro para o qual esse coeficiente seja menor. Abaixo segue um gráfico experimental que observa esse fato:



No eixo vertical tem-se a temperatura de fusão. Observe que os valores para α diminuem à medida que a temperatura de fusão aumenta e vice-versa. Não se vê nesse gráfico substâncias que sejam gases à temperatura ambiente. Assim: onde estariam os pontos associados aos gases nesse gráfico?

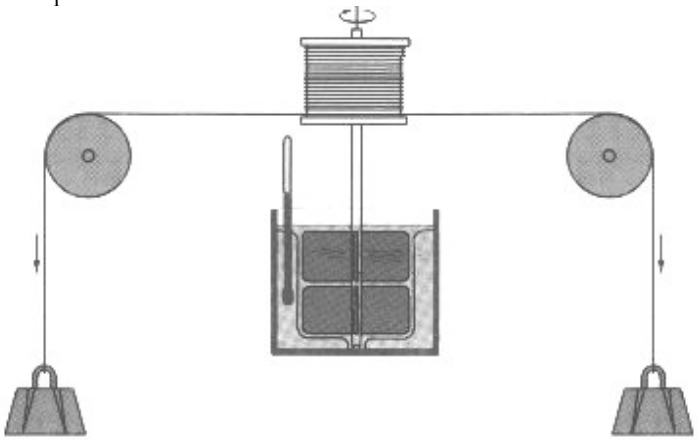
G. A EXPERIÊNCIA DE JOULE: O EQUIVALENTE MECÂNICO DO CALOR.

Não era óbvio que a energia definida no sentido mecânico (que estudaremos no segundo semestre) e o calor correspondiam a manifestações do mesmo fenômeno devido à conversão de energia em calor.

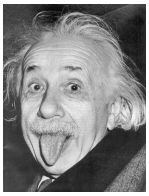
Durante o ano de 1840, Joule montou várias experiências, com o intuito de demonstrar que uma diminuição da energia mecânica acarretaria a transferência de uma quantidade de energia, na forma de calor, em igual valor.

Seu invento mais famoso foi um dispositivo no qual duas massas presas por um fio passavam por duas roldanas. À medida que as massas desciam, o sistema de haletas girava, fazendo aumentar a temperatura da água no interior do recipiente. Conhecendo as massas e as distâncias de queda ele determinou o trabalho feito; medindo com precisão o aumento da temperatura da água, ele determinou o calor produzido.

Joule pôde, então, estabelecer a relação entre o trabalho e a quantidade de energia transferida na forma de calor. Determinou que cada 4180 J de energia (J é a unidade de energia no SI) correspondem a 1000 cal.



H. GERAÇÃO DE ENERGIA: USINAS E BOMBAS.



"A liberação da energia atômica mudou tudo, menos nossa maneira de pensar"

"Não sei como será a 3a Guerra Mundial, mas posso te dizer como será a Quarta: Com paus e pedras".

A. Einstein.

Uma usina geradora de energia elétrica que se valha de processos térmicos é também uma máquina térmica. Nessas usinas a expansão dos gases é utilizada para girar uma turbina que por si está ligada a um dispositivo conhecido como gerador que, utilizando aspectos fortuitos da física do eletromagnetismo, pode gerar corrente elétrica a partir do movimento das pás da turbina.

figura: GREF, volume 2.

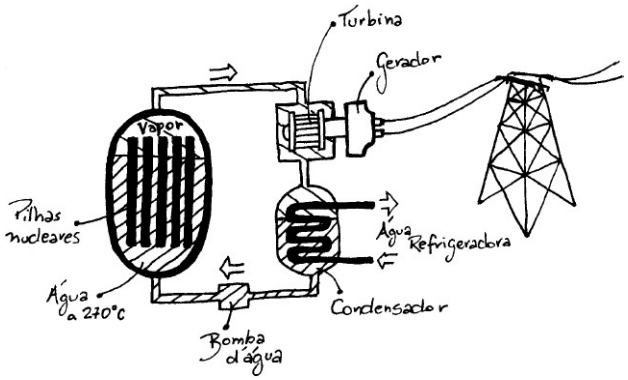
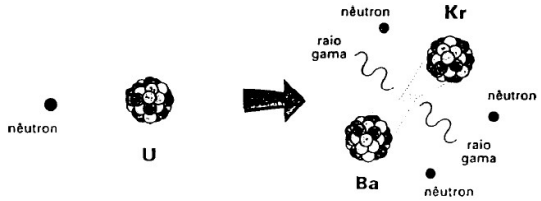


Diagrama simplificado de uma usina termonuclear (a termoelétrica apenas muda a fonte de calor, mas opera, em geral, segundo os mesmos mecanismos).

Temos dentre essas usinas de geração de eletricidade a que utilizam a energia térmica, temos as usinas termoelétricas tradicionais que lançam mão da queima de combustíveis fósseis, especialmente gás e carvão natural (mineral), e as usinas termonucleares, nas quais a energia térmica provém da desintegração radiativa da matéria ocorrida no interior de um reator nuclear.

A reação nuclear ocorrida nos reatores nucleares da atualidade se baseia num fenômeno conhecido por "fissão nuclear". Nesse fenômeno a desintegração de um núcleo é utilizada para liberar energia. Nesse processo partindo de pequenas quantidades de material radioativo consegue-se a geração de grande quantidade de energia térmica. O material mais comumente utilizado é o Urânio 235, U^{235}.



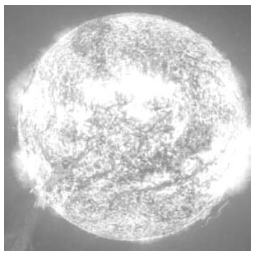
Da desintegração de um núcleo de U235 são liberados núcleos de Bário, Kriptônio, radiação eletromagnética (raios X, gama e radiação infravermelha) e mais nêutrons que ao se chocarem com outro núcleo de Urânio liberaram mais energia. Como se tem 2 nêutrons para cada decaimento, cada um deles acarreta, assim, em outros dois. Segue, portanto, uma cadeia de reações que cresce muito rapidamente (exponencial) e assim libera uma grande quantidade de energia em pouco tempo.

Numa usina nuclear dispõem-se de barras de grafite para absorver os nêutrons em excesso evitando que ocorra a explosão, ou seja, a liberação de uma quantidade de energia que não possa ser contida pela estrutura do reator.

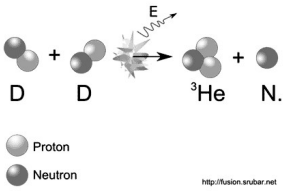
As reações nucleares acima, consistem do mesmo processo físico sob o qual se baseava a primeira bomba nuclear, cujas duas ogivas mais famosas caíram sobre as cidades de Hiroshima e Nagasaki.

Não se deve, entretanto, supor que o domínio de uma tecnologia implica na outra. A parte mais difícil do trabalho é conseguir refinar o urânio em seus isótopos pesados numa quantidade suficiente para atingir a massa crítica Numa usina termonuclear o urânio pesado pode estar numa proporção em massa da ordem de 9% ao passo que em uma bomba essa fração é próxima de 90%.

A energia produzida no interior de estrelas como o Sol também advém de reações envolvendo núcleos de átomos (reações nucleares). Porém aquelas são de uma classe distinta da reação de Fissão, tratam-se das chamadas reações de Fusão nuclear onde se libera energia ao unir os núcleos. Os tipos dos átomos envolvidos na fusão expressam a idade da estrela. Quanto mais velha a estrela, mais pesados os átomos presentes no interior da estrela, quanto mais nova a estrela mais hidrogênio se encontra.



Essa energia também é bastante grande, não gerando os subprodutos radiativos como na fissão, e servindo, assim, da panacéia energética à que aspira a humanidade.



A tecnologia da fusão, entretanto, não foi controlada até o presente para geração de energia elétrica, mas tão somente para fins bélicos. A razão para tal é a necessidade de grande quantidade de energia para fundir dois núcleos. Tipicamente na bomba-H (bombas de Fusão, onde se realiza a fusão dos isótopos de hidrogênio, representada acima) é preciso explodir uma bomba de fissão para gerar a energia para a fusão de núcleos de

hidrogênio. Como do processo de fusão de dois núcleos de H são liberados nêutrons muito energéticos chama-se esta bomba também de "Bomba de nêutrons". Elas são classificadas como "bombas limpas" em virtude de não deixarem grandes quantidades de material radioativo no local da queda, diferentemente do que ocorrera em Hiroshima e Nagasaki. Nas cidades japonesas ainda hoje em dia – a mais de 60 anos daquela covardia americana (que já sabemos não ser rara) – nascem crianças com problemas genéticos causados pelos danos incorporados ao DNA de antecessores pela ação da radiação.

QUANTAS BOMBAS ATÔMICAS JÁ FORAM DETONADAS E ONDE EXPLODIRAM?

Pergunta do professor de Geografia da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, em Vitória da Conquista, João Phelipe Santiago.
Resposta de Emico Okuno, professora livre-docente do Departamento de Física Nuclear do Instituto de Física da USP:
Revista Pesquisa FAPESP. Edição Online 10/02/2007

O primeiro teste nuclear foi realizado num deserto dos Estados Unidos em 16 de julho de 1945, quando foi detonada uma bomba equivalente àquela que seria lançada na cidade de Nagasaki (ainda que os EUA soubessem que o Japão já tinha sido derrotado pela URSS). No total, os estadunidenses fizeram 1054 testes nucleares sendo que o último foi em 1992. A maioria das explosões foi realizada no deserto de Nevada e 66 bombas foram detonadas no arquipélago das Ilhas Marshall entre os anos de 1946 e 1958.

Na União Soviética, foram detonadas 715 bombas, principalmente na Sibéria, sendo a primeira em 1949 e a última em 1990.

A França, por sua vez, realizou testes no Atol de Mururoa e de Fangataufa, o primeiro deles foi em 1960 e o último em 1996, totalizando 210 testes nucleares.

Os ingleses realizaram 45 testes, todos nas Christmas Islands, a primeira bomba detonada foi em 1952 e a última em 1991.

Detonando 43 bombas no seu próprio continente, a China iniciou seus testes em 1964 e cessou em 1996.

A Índia realizou seis testes nucleares, o primeiro em 1974 e os outros em 1998. Para responder aos testes dos indianos, o Paquistão detonou no ano de 1998 seis bombas atômicas.

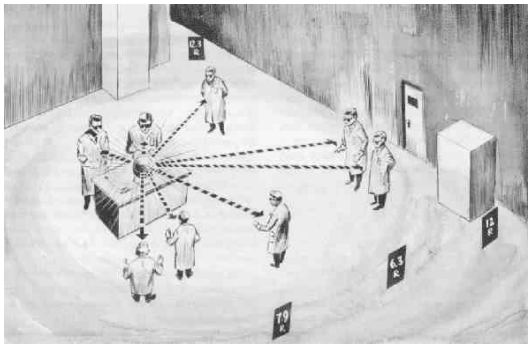
E, neste ano, no dia 8 de outubro, a Coréia do Norte realizou um teste nuclear subterrâneo.

Nota da redação: Em alguns testes nucleares, mais de uma bomba atômica pode ter sido detonada.

UM SUCEDIDO APÓS A 2ª. GUERRA.

Slotin e a experiência com plutônio que o levou à morte.
José Maria Filardo Bassalo (prof. da UFPA)
http://www.bassalo.com.br/

O **Projeto Manhattan**, desenvolvido por cientistas que trabalhavam em Los Alamos, culminou com a explosão das três primeiras **Bombas Atômicas**, em 1945. A primeira, de plutônio (Pt), explodiu no dia 06 de julho, no deserto de Alamogordo, no Novo México. As duas outras, uma de urânio (U) e a outra também de Pt, explodiram, respectivamente, nas cidades japonesas de Hiroshima (06 de agosto) e de Nagasaki (09 de agosto). Apesar do fim da Segunda Guerra Mundial, ocorrida naquele ano de 1945, os cientistas de Los Alamos continuaram a desenvolver projetos bélicos atômicos e, dentre eles, encontrava-se o físico canadense Louis Alexander Slotin (1910-1946). Conforme nos conta o matemático polonês Jacob Bronowski (1908-1979) em seu livro **Um Sentido do Futuro** (Editora da Universidade de Brasília, s/d), no dia 21 de maio de 1946, Slotin fazia uma experiência no laboratório de Los Alamos, com mais sete colaboradores. Ele estava juntando pequenas peças de Pt com uma chave de parafusos, mantendo-as longe. Ele sabia que, para iniciar uma reação em cadeia, como ele próprio observara com a bomba explodida em Alamogordo, era necessário que as peças de plutônio formassem uma certa massa crítica, ou seja, que elas estivessem bastante juntas. Pois bem, naquele dia fatídico, a chave de parafusos escorregou e permitiu que as peças se aproximassem bastante. De súbito, os aparelhos começaram a registrar um fluxo poderoso de nêutrons, indicando o início de uma reação em cadeia e, como conseqüência, a sala começou a se encher de radioatividade.



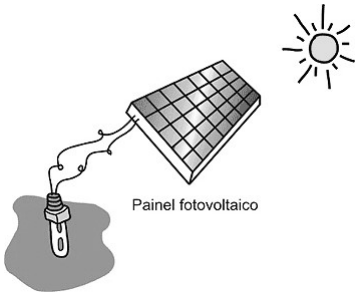
Slotin agiu imediatamente, afastando as peças de plutônio com as mãos nuas, e pediu com toda a calma aos sete outros participantes dessa experiência que registrassem sua posição exata no momento do acidente, para determinar a dose de radioatividade que cada um havia recebido. Depois de alertar o serviço médico, pediu desculpas aos seus companheiros, dizendo-lhe que apenas ele iria morrer, mas que eles estariam salvos, pois enquanto ele recebera uma grande dose de radiação, cerca de 2100 rem, os outros sete cientistas receberam doses menores, assim distribuídas: 360, 250, 160, 110, 65, 47 e 37 rem. Slotin, que morreu nove dias depois do acidente, isto é, no dia 30 de maio, se enganou em sua previsão, pois, anos mais tarde, dois outros de seus colaboradores vieram a morrer vítimas da radiação que receberam. É oportuno registrar que rem significa "roentgen equivalent man" e que 1 rem = 0,01 Sv (Sv é o símbolo de Sievert, que representa hoje a unidade de dosagem equivalente no Sistema Internacional de Medidas). Para comparação, note-se que uma chapa de raios-X de tórax equivale a 0,007 rem e que um individuo morre ao receber uma dose de 6 Sv.

A TECNOLOGIA DAS CÉLULAS SOLARES

É possível converter luz em energia elétrica. Dada as grandes quantidades de energia irradiadas pelo sol sobre a terra (vide capítulo acerca de calorimetria) a geração de energia a partir das células fotovoltaicas é progressivamente mais utilizada.

O material que normalmente é usado nas fotopilhas ou células solares é o silício, que é sólido mas em geral não é extraído da na natureza com um ordenamento perfeito (dito cristalino). A eficiência depende dessa cristalinidade e classificasse em or-

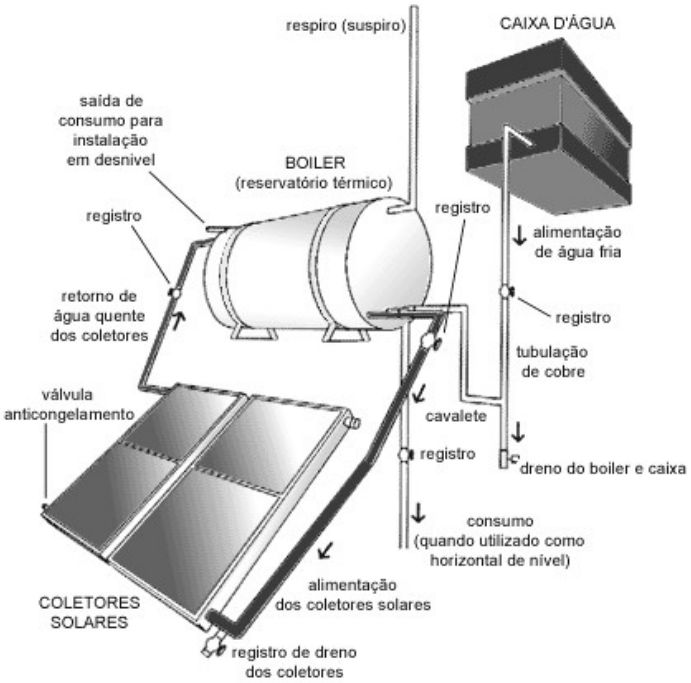
dem decrescente de cristalinidade como Monocristalinos, policritalinos e amorfos.

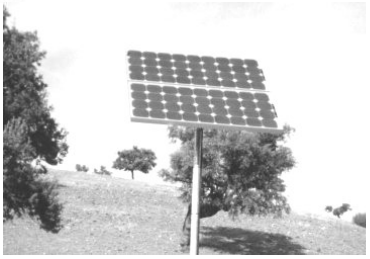


A tabela seguinte apresenta os rendimentos típicos desses coletores solares silício.

Tecnologia	Rendimento Típico [%]
Monocristalinas	12-16
Policristalinas	11-13
Amorfas	5-10

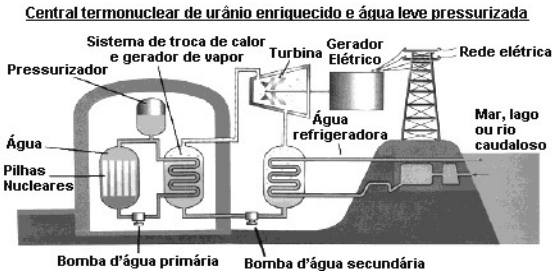
É corrente também a utilização da energia solar para aquecer água em residências. Dessa maneira evita-se ter de converter a energia elétrica em energia térmica, processo onde ocorrem grandes perdas de energia. Um coletor solar é instalado em um local onde haja uma taxa de radiação solar média razoável, e sua função é absorver a radiação e transmiti-la à água através de serpentinas que passam com a água no interior do coletor. Os corpos que são melhores absorvedores de radiação são escuros e opacos, tendo essa característica também os coletores.





EXERCÍCIOS

1. (Uel 2003) O reator utilizado na Usina Nuclear de Angra dos Reis - Angra II - é do tipo PWR (Pressurized Water Reactor). O sistema PWR é constituído de três circuitos: o primário, o secundário e o de água de refrigeração. No primeiro, a água é forçada a passar pelo núcleo do reator a pressões elevadas, 135 atm, e à temperatura de 320°C. Devido à alta pressão, a água não entra em ebulição e, ao sair do núcleo do reator, passa por um segundo estágio, constituído por um sistema de troca de calor, onde se produz vapor de água que vai acionar a turbina que transfere movimento ao gerador de eletricidade. Na figura estão indicados os vários circuitos do sistema PWR.



Considerando as trocas de calor que ocorrem em uma usina nuclear como Angra II, é correto afirmar:

a) O calor removido do núcleo do reator é utilizado integralmente para produzir trabalho na turbina.
b) O calor do sistema de refrigeração é transferido ao núcleo do reator através do trabalho realizado pela turbina.
c) Todo o calor fornecido pelo núcleo do reator é transformado em trabalho na turbina e, por isso, o reator nuclear tem eficiência total.
d) O calor do sistema de refrigeração é transferido na forma de calor ao núcleo do reator e na forma de trabalho à turbina.
e) Uma parte do calor fornecido pelo núcleo do reator realiza trabalho na turbina, e outra parte é cedida ao sistema de refrigeração.

2. (Uel 2003) A Usina Nuclear de Angra dos Reis - Angra II - está projetada para uma potência de 1309 MW. Apesar de sua complexidade tecnológica, é relativamente simples compreender o princípio de funcionamento de uma usina nuclear, pois ele é similar ao de uma usina térmica convencional. Sobre o assunto, considere as afirmativas apresentadas a seguir.

I. Na usina térmica, o calor gerado pela combustão do carvão, do óleo ou do gás vaporiza a água em uma caldeira. Esse vapor aciona uma turbina acoplada a um gerador e este produz eletricidade.
II. O processo de fusão nuclear utilizado em algumas usinas nucleares é semelhante ao processo da fissão nuclear. A diferença entre os dois está na elevada temperatura para fundir o átomo de Urânio-235.
III. Na usina nuclear, o calor é produzido pela fissão do átomo do Urânio-235 por um nêutron no núcleo do reator.
IV. Na usina nuclear, o calor é produzido pela reação em cadeia da fusão do átomo do Urânio-235 com um nêutron.

São corretas apenas as afirmativas:

a) I e III.
b) II, III e IV.
c) I, II e IV.
d) II e III.
e) III e IV.

3. (Ufrn 2003) Na cidade de Alto do Rodrigues, está sendo construída a TermoAçu, primeira usina termelétrica do estado com capacidade para produzir até 70% da energia elétrica total consumida no Rio Grande do Norte. O princípio básico de funcionamento dessa usina é a combustão de gás natural para aquecer água que, uma vez aquecida, se transformará em vapor e, finalmente, será utilizada para mover as pás giratórias de uma turbina. A produção da energia elétrica será feita acoplando-se ao eixo da turbina algumas bobinas imersas em um campo magnético.

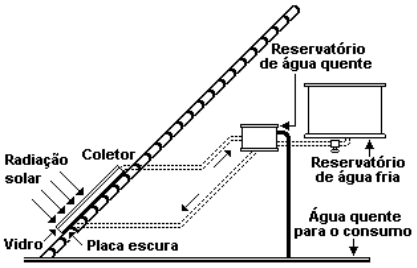
Considere que, em cada ciclo dessa máquina termelétrica real, se tenha:

Q: o calor produzido na combustão do gás;
W: a energia mecânica nas turbinas obtida a partir da alta pressão do vapor acionando as pás giratórias;
E: a energia elétrica produzida e disponibilizada aos consumidores.

Para a situação descrita, é correto afirmar:

a) $Q = W = E$
b) $Q > W > E$
c) $Q = W > E$
d) $Q < W < E$

4. (Enem 2000) O resultado da conversão direta de energia solar é uma das várias formas de energia alternativa de que se dispõe. O aquecimento solar é obtido por uma placa escura coberta por vidro, pela qual passa um tubo contendo água. A água circula, conforme mostra o esquema abaixo.



Fonte: Adaptado de PALZ, Wolfgang, "Energia solar e fontes alternativas". Hemus, 1981.

São feitas as seguintes afirmações quanto aos materiais utilizados no aquecedor solar:

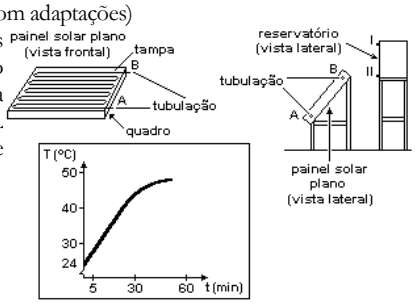
I. o reservatório de água quente deve ser metálico para conduzir melhor o calor.
II. a cobertura de vidro tem como função reter melhor o calor, de forma semelhante ao que ocorre em uma estufa.
III. a placa utilizada é escura para absorver melhor a energia radiante do Sol, aquecendo a água com maior eficiência.

Dentre as afirmações acima, pode-se dizer que, apenas está(ão) correta(s):

a) I
b) I e II
c) II
d) I e III
e) II e III

5. (Unb 2000) Aquecedores solares planos são dispositivos que já fazem parte da paisagem urbana de cidades de climas amenos. Consiste de um painel em forma de uma caixa de pequena profundidade, hermeticamente fechada por uma tampa de vidro transparente, cujos fundo e paredes internas são pintadas com tinta preta fosca. No seu interior, existe uma tubulação em forma de serpentina cujas extremidades são conectadas às saídas de um reservatório de água. A figura a seguir ilustra um desses dispositivos, em que ainda não foram feitas as conexões hidráulicas. Para estudar o funcionamento de um aquecedor solar desse tipo, um grupo de estudantes construiu um pequeno protótipo e anotou a variação da temperatura da água no reservatório em função do tempo de exposição à radiação solar. Os resultados obtidos encontram-se no gráfico a seguir. ("Caderno Catarinense para o ensino de física." Vol.4, nŽ2, 8/87 - com adaptações)

Com base nas informações do texto, e considerando que o calor específico da água é igual a 4,2kJ/(kg°C) e que a massa de 1L de água corresponde a 1kg, julgue os itens a seguir.



(1) Para maior rendimento do dispositivo na cidade de Brasília, cuja latitude é de 15° Sul, o painel solar, em uma montagem sem partes móveis, deve ter sua face envidraçada voltada para o Leste e inclinada de 15 ° com relação à horizontal.
(2) Para maior eficiência do dispositivo, a tampa de vidro deve ser de um material com máxima transmissão para a luz visível e máxima reflexão para a radiação infravermelha.
(3) O esquema correto para se fazerem as conexões hidráulicas que permitem a maior circulação de água entre o painel e o reservatório é ligar a saída B do painel com a saída II do reservatório e a saída A do painel com a saída I do reservatório.
(4) Considerando que o reservatório do protótipo construído pelos estudantes tenha 10L de água, então a energia calorífica retida na água do reservatório ao término da primeira hora de exposição será maior que 1.100kJ.
(5) No experimento dos estudantes, a taxa média de variação da temperatura pelo tempo, na primeira meia hora de exposição do painel à radiação solar, é maior que 1°C por minuto.

I. IMAGENS NAS LUNETAS

Hans Lippershey (1587-1619) é tido como o primeiro a construir um telescópio, que ganhou notoriedade nas mãos de Galileu Galilei (1564-1642) por ter, então, aumentado seu poder de ampliação (conseguindo, após dominar a manufatura, ampliações de 8 a 9 vezes). Galileu Galilei conseguiu, apontando sua luneta para o céu, fortes argumentos contra a estrutura da realidade assumida nas obras clássicas, sobre a qual se assentavam os dogmatismos filosóficos impostos pela Igreja. Foi com a identificação das luas de Júpiter, que Galileu, juntamente com a tese heliocêntrica, de Nicolau Copérnico (1473-1543), abalou o pensamento geocêntrico vigente na época.

As lunetas consistem de um sistema óptico composto por duas lentes convergentes denominadas objetiva e ocular. Após a passagem da luz, proveniente de objetos distantes, pela segunda lente (objetiva), as imagens são ampliadas. A lente objetiva apresenta grande distância focal, às vezes da ordem de alguns metros. O esquema geométrico de formação de imagens está representado na figura 37. Esse sistema dispõe de um arranjo de lentes que produz uma imagem ampliada do objeto distante. Para caracterizar a imagem formada por esse arranjo de lentes, podemos usar as mesmas equações já apresentadas na seção sobre o estudo analítico das lentes, com a diferença que agora se trata de mais de uma lente. Nesse caso, temos que considerar como objeto para a lente ocular (segunda lente), a imagem gerada pela objetiva (primeira lente).

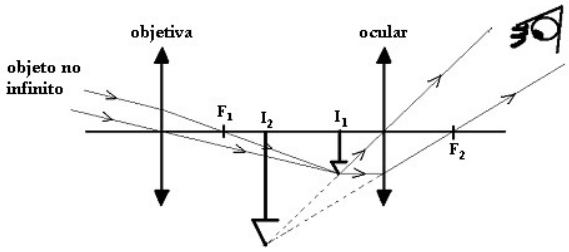
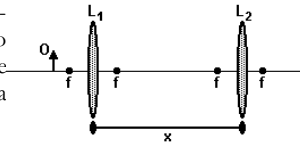


Figura 37: Formação de imagens numa luneta. A imagem menor, conjugada pela objetiva, é objeto para a lente ocular, e, como está entre o ponto simétrico ao foco e o vértice da lente ocular, a imagem resultada é ampliada. Note que a imagem final é invertida e tem dimensões consideráveis.

Os telescópios, por sua vez, diferem das lunetas porque substituem a objetiva por um espelho parabólico côncavo. Uma das vantagens do espelho parabólico é que ele apresenta menos defeitos que as lentes (que geram as chamadas ´aberrações´). Os telescópios são usados, preferencialmente, em observatórios e são chamados de telescópios refletores (por terem um espelho no lugar da objetiva). Já as lunetas, por possuírem lentes, são chamadas de telescópios refratores.

EXERCÍCIOS

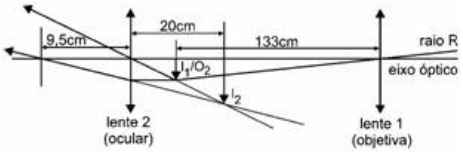
1. (Ufu 2005) Um objeto (O) de 1 cm de altura é colocado a uma distância de 2 cm do centro de uma lente convergente (L1) de distância focal 1,5 cm, conforme figura a seguir.



Deseja-se aumentar a imagem formada por este objeto, de modo que ela atinja 6 vezes a altura do objeto original. Para isso utiliza-se uma seguinda lente L2, de características idênticas a L1.

Calcule a que distância x essa segunda lente L, deve ser colocada da lente L1 (veja a figura apresentada) para que a imagem formada seja real, direita, e 6 vezes maior que o objeto original.

2. (Unicamp 2005) Um dos telescópios usados por Galileu por volta do ano de 1610 era composto de duas lentes convergentes, uma objetiva (lente 1) e uma ocular (lente 2) de distâncias focais iguais a 133 cm e 9,5 cm, respectivamente. Na observação de objetos celestes, a imagem (I1) formada pela objetiva situa-se praticamente no seu plano focal. Na figura (fora de escala), o raio R é proveniente da borda do disco lunar e o eixo óptico passa pelo centro da Lua.



a) A Lua tem 1.750 km de raio e fica a aproximadamente 384.000 km da Terra. Qual é o raio da imagem da Lua (I1) formada pela objetiva do telescópio de Galileu?

b) Uma segunda imagem (I2) é formada pela ocular a partir daquela formada pela objetiva (a imagem da objetiva (I1) torna-se objeto (O2) para a ocular). Essa segunda imagem é virtual e situa-se a 20 cm da lente ocular. A que distância a ocular deve ficar da objetiva do telescópio para que isso ocorra?

J. ÂNGULO LIMITE

Toda vez que um feixe de luz vai de um meio para outro ocorre tanto refração quanto reflexão, para qualquer ângulo de incidência. Assim, um feixe nunca se propaga totalmente para o meio no qual incide.

Podemos alterar o ângulo de incidência de um feixe até atingir o maior ângulo possível. Esse ângulo máximo vai variar conforme o sentido em que a propagação do feixe de luz se dá: se do meio mais refringente para o menos refringente ou se do meio menos refringente para o mais refringente. Vamos analisar cada caso:

Propagação do meio menos refringente para o mais refringente:

Podemos fazer o feixe incidir com um ângulo de 90º com a normal sobre a superfície do meio mais refringente (incidência rasante), conforme a figura 24:

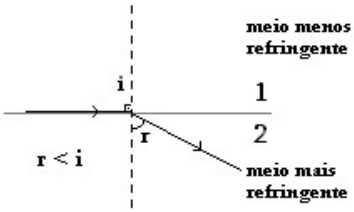


Figura 24

Neste caso, a expressão da lei de Snell fica:

$$\text{sen}(r) = \frac{n_1}{n_2}\text{sen}(i) \quad \rightarrow \quad \text{sen}(r) = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\text{pois} \quad \text{i} = 90^\circ \quad \text{e} \quad \text{sen}(90^\circ) = 1$$

Propagação do meio mais refringente para o menos refringente:

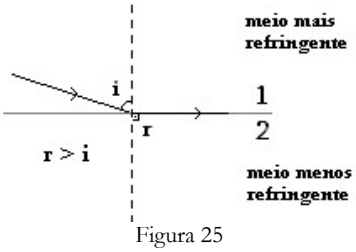


Figura 25

Podemos ir aumentando o ângulo de incidência do feixe de luz o máximo possível. Curiosamente, esse ângulo não é 90° como no caso anterior. Isso por que quando a propagação se dá de um meio mais refringente para um menos refringente, o ângulo de refração é maior que o ângulo de incidência. Conforme aumentamos o ângulo de incidência, o ângulo de refração também vai aumentando, chegando a 90° antes de conseguirmos um raio que incida rasante a superfície menos refringente (Figura 25).

Dessa forma, a equação de Snell fica:

$$\text{sen}(r) = \frac{n_1}{n_2}\text{sen}(i) \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{n_1}{n_2}\text{sen (i)} \quad \rightarrow \quad \text{sen}(i) = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{pois} \quad \text{r} = 90^\circ \quad \text{e} \quad \text{sen}(90^\circ) = 1$$

Ao ângulo de incidência que gera esse raio refratado rasante damos o nome de **ângulo limite**, que pode ser obtido, portanto, por:

$$\text{sen}(i) = \frac{n_2}{n_1} \quad \rightarrow \quad i = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Para ângulos maiores que $\frac{n_2}{n_1}$ não haverá transmissão de luz, apenas reflexão, conforme mostram os desenhos da figura 26.

Como, nesse caso, $n_1 > n_2$, temos, genericamente, que o ângulo limite é dado por:

$$\text{sen}(i) = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$$

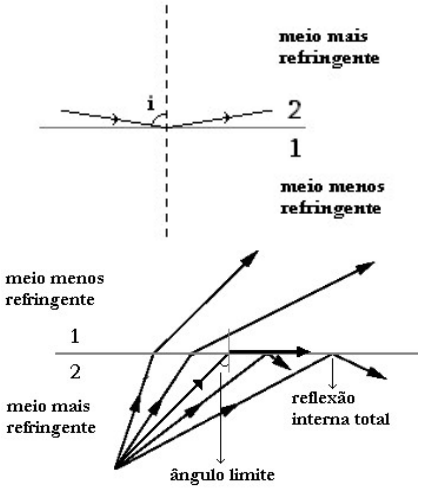


Figura 26: A Luz proveniente de uma fonte luminosa inserida num meio mais refringente não muda de meio para ângulos maiores que o ângulo limite.

A descoberta do fenômeno da reflexão total favoreceu o desenvolvimento da tecnologia, principalmente no campo da comunicação e transmissão de informações com a invenção da fibra ótica. Os cabos de fibra ótica transmitem informações através de sucessivas reflexões totais, que acontecem dentro dos cabos. Esses cabos, simplificadamente, são constituídos de dois cabos internos feitos de materiais diferentes, que ficam um dentro do outro: o interno com um índice de refração maior e o externo com um índice de refração menor. As informações sob forma de ondas eletromagnéticas (luz), se propagam por esses cabos através de reflexões totais, como ilustra a figura 27.

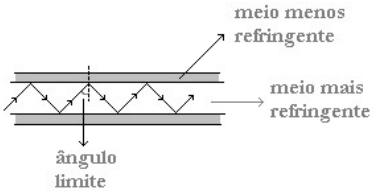
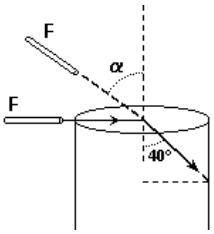


Figura 27

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R5. (Ufrj 2003) Um cilindro maciço de vidro tem acima de sua base superior uma fonte luminosa que emite um fino feixe de luz, como mostra a figura a seguir.



Um aluno deseja saber se toda luz que penetra por essa extremidade superior do tubo vai sair na outra extremidade, independentemente da posição da fonte F e, portanto, do ângulo de incidência α. Para tanto, o aluno analisa o raio luminoso rasante e verifica que o ângulo de refração correspondente a esse raio vale 40°.

seno 40° = 0,64 e n(ar) = 1

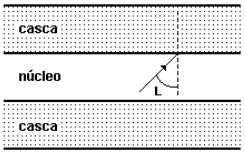
a) Obtenha o índice de refração do material do cilindro.
b) Verifique se o raio rasante, após ser refratado e incidir na face lateral do cilindro, sofrerá ou não uma nova refração.
Justifique sua resposta.

R: a) n1seni. = n2senr. *1. sen 90 = n2.sen 40.*
1.1 = n2. 0,64. => n2 =1,56

b) Como o ângulo que incide na face lateral é de 50° logo não ocorre refração já que o ângulo limite é 40°, portanto somente teremos reflexão total. Ao refletir o raio tornará a incidir com ângulo de 50°, na outra face refletindo-se e assim sucessivamente até sair pela outra extremidade.

EXERCÍCIOS

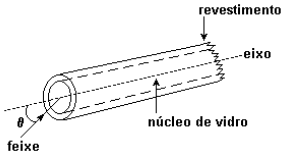
1. (Fatec 2000) Uma fibra óptica é uma estrutura cilíndrica feita de vidro, constituída, basicamente, de dois materiais diferentes, que compõem o núcleo e a casca, como pode ser visto em corte na figura ao lado.



Sua propriedade de guiamento dos feixes de luz está baseada no mecanismo da reflexão interna total da luz que ocorre na interface núcleo-casca. Designando por n(núcleo) e n(casca) os índices de refração do núcleo e da casca, respectivamente, analise as afirmações a seguir, que discutem as condições para que ocorra a reflexão interna total da luz.
I. n(núcleo) > n(casca).
II. Existe um ângulo L, de incidência na interface núcleo-casca, tal que sen(L)=n(casca)/n(núcleo).
III. Raios de luz com ângulos de incidência θ > L sofrerão reflexão interna total, ficando presos dentro do núcleo da fibra.

Analisando as afirmações, podemos dizer que:
a) somente I está correta.
b) somente I e II estão corretas.
c) somente I e III estão corretas.
d) todas estão corretas.
e) nenhuma se aplica ao fenômeno da reflexão interna total da luz em uma fibra óptica.

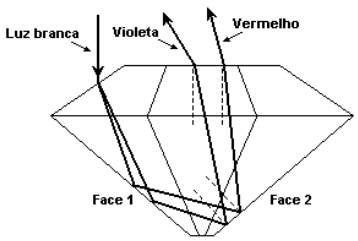
2. (Uff 2002) Em meados do século XX, pesquisadores começaram a sugerir a utilização de guias para conduzir a luz. Em 1970, isto foi conseguido com um fio muito fino de fibra de vidro (núcleo) revestido por outro material, escolhido de modo a permitir que a luz fosse totalmente refletida ao longo do fio. Desta forma, obteve-se o que atualmente é conhecido como fibra óptica.
Suponha que um feixe LASER penetre no núcleo de uma fibra óptica a partir do ar, fazendo um ângulo θ com seu eixo, como indicado na figura.



Dados:
Índice de refração do revestimento = 1,52
Índice de refração do vidro = 1,60
Índice de refração do ar = 1,00

Calcule o maior valor de θ que possibilita a propagação do feixe ao longo da fibra.

3. (Pucsp 2003) A figura mostra a trajetória de um feixe de luz branca que incide e penetra no interior de um diamante.



Sobre a situação fazem-se as seguintes afirmações:
I. A luz branca ao penetrar no diamante sofre refração e se dispersa nas cores que a constituem.
II. Nas faces 1 e 2 a luz incide num ângulo superior ao ângulo limite (ou crítico) e por isso sofre reflexão total.
III. Se o índice de refração absoluto do diamante, para a luz vermelha, é 2,4 e o do ar é 1, certamente o ângulo limite nesse par de meios será menor que 30°, para a luz vermelha.

Em relação a essas afirmações, pode-se dizer que
a) são corretas apenas I e II.
b) são corretas apenas II e III.
c) são corretas apenas I e III.
d) todas são corretas.
e) nenhuma é correta.

K. DIOPTRO PLANO

O dioptro plano é definido como sendo um conjunto de meios homogêneos e transparentes separados por uma superfície plana. Um objeto real posicionado dentro do meio mais refringente (n) será observado numa profundidade aparente, diferente da real, conforme vemos na figura 1. As profundidades aparente (x') e real (x) estão relacionadas pelos índices de refração desses meios de acordo com:

$$\frac{n'}{n} = \frac{x'}{x}$$

Essa expressão pode ser obtida da lei de Snell-Descartes, de acordo com o que segue:

$$n'\text{sen}(r) = n\,\text{sen}(i)$$

Mas, para pequenos ângulos (até cerca de 10º):

$$\text{sen}(r) \approx \tan(r) \quad \text{e} \quad \text{sen}(i) \approx \tan(i)$$

De modo que podemos aproximar a expressão anterior em:

$$n'\tan(r) = n\tan(i)$$

Pela figura 28,

$$\tan(r) = \frac{k}{x'} \quad \text{e} \quad \tan(i) = \frac{k}{x}$$

Assim, conseguimos associar a profundidade aparente (x') e real (x), a distância entre o plano em que se encontra o objeto (p) e a sua imagem (p'), e o ponto (k) de incidência do raio luminoso na superfície do meio menos refringente. Se substituirmos as tangentes na expressão aproximada que obtemos da lei de Snell-Descartes, temos:

$$n'\frac{k}{x'} = n\frac{k}{x} \quad \text{simplificando...} \quad \frac{n'}{n} = \frac{x'}{x}$$

De onde segue a relação apresentada entre a posição aparente, vista pelo observador em O, a imagem virtual conjugada pela superfície refratora e o objeto real e os índices de refração dos meios considerados.

Esse fenômeno acontece, por exemplo, quando uma pessoa está com metade do corpo imerso e a outra fora d'água em uma piscina. As pernas desta pessoa vão parecer mais curtas do que realmente são para quem olhar do ar para a água.

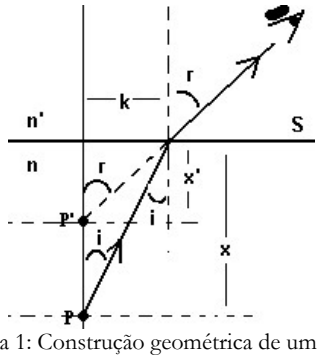


Figura 1: Construção geométrica de um dioptro plano. A profundidade da imagem p' (virtual) vista pelo observador é menor que a profundidade do objeto p.

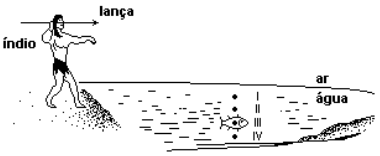
EXERCÍCIOS

1 (Ufrn 2000) Ainda hoje, no Brasil, alguns índios pescam em rios de águas claras e cristalinas, com lanças pontiagudas, feitas de madeira. Apesar de não saberem que o índice de refração da água é igual a 1,33, eles conhecem, a partir da experiência do seu dia-a-dia, a lei da refração (ou da sobrevivência da natureza) e, por isso, conseguem fazer a sua pesca.

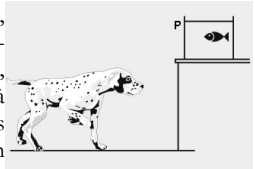
A figura é apenas esquemática. Ela representa a visão que o índio tem da posição em que está o peixe. Isto é, ele enxerga o peixe como estando na profundidade III. As posições I, II, III e IV correspondem a diferentes profundidades numa mesma vertical.

Considere que o peixe está praticamente parado nessa posição. Para acertá-lo, o índio deve jogar sua lança em direção ao ponto:

a) I
b) II
c) III
d) IV



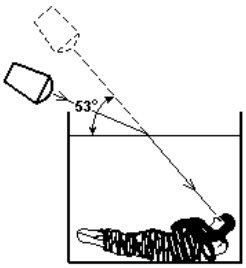
2. (Unirio 2004) Um cão está diante de uma mesa, observando um peixinho dentro do aquário, conforme representado na figura. Ao mesmo tempo, o peixinho também observa o cão. Em relação à parede P do aquário e às distâncias reais, podemos afirmar que as imagens observadas por cada um dos animais obedecem às seguintes relações:



a) O cão observa o olho do peixinho mais próximo da parede P, enquanto o peixinho observa o olho do cão mais distante do aquário.
b) O cão observa o olho do peixinho mais distante da parede P, enquanto o peixinho observa o olho do cão mais próximo do aquário.
c) O cão observa o olho do peixinho mais próximo da parede P, enquanto o peixinho observa o olho do cão mais próximo do aquário.
d) O cão observa o olho do peixinho mais distante da parede P, enquanto o peixinho observa o olho do cão também mais distante do aquário.
e) O cão e o peixinho observam o olho um do outro, em relação à parede P, em distâncias iguais às distâncias reais que eles ocupam na figura.

3. (Uerj 2001) O apresentador anuncia o número do ilusionista que, totalmente amarrado e imerso em um tanque transparente, cheio de água, escapará de modo surpreendente. Durante esse número, o ilusionista vê, em um certo instante, um dos holofotes do circo, que lhe parece estar a 53° acima da horizontal.

Sabendo que o índice de refração da água é 4/3, determine o ângulo real que o holofote faz com a horizontal.



L. ESTUDO ANALÍTICOS DE ESPELHOS E LENTES ESFÉRICAS

ESPELHOS ESFÉRICOS

A forma generalizada para tratar os fenômenos óticos foi estabelecida por Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Inicialmente, estabelecemos um referencial geométrico apropriado para tratar da conjugação de imagens em sistemas óticos quaisquer. Em seguida, basta aplicar as equações que estabelecem as relações entre as posições dos pontos imagem e objeto, dado o foco do espelho.

Definimos um plano cartesiano, chamado referencial de Gauss, com as características seguintes:

1. Origem: vértice do espelho.

2. Eixo das abscissas: direção do E.P. orientado no sentido contrário ao do raio de luz incidente.

3. Eixo das ordenadas: direção perpendicular ao E.P. com a orientação dirigida para a parte de cima da folha do caderno (Figura 20).

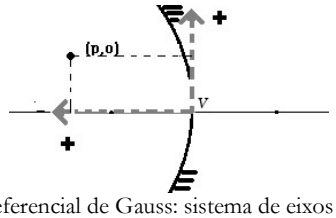


Figura 20: Referencial de Gauss: sistema de eixos coordenados orientados representados sobre o plano espelho.

Para cada ponto associamos um par de coordenadas, por exemplo: (p,o) e (p',i). Indicamos por **p** e **p'** as abscissas do objeto e imagem, respectivamente, e por **o** e **i** as ordenadas (notação padrão). Temos, com esse referencial, a seguinte notação (Tabela 2):

Tabela 2: Convenções de objeto e imagens para estudo analítico.

Objeto real:	p > 0
Imagem real:	p' >0
Imagem virtual:	p' < 0

Se **i** e **o** tem o mesmo sinal, a imagem é dita direita em relação ao objeto; se o sinal é distinto, então a imagem é invertida.

Aplicando ainda essa convenção de sinais para os pontos *f* e *R*, temos:

espelho côncavo: $f > 0$; $R > 0$
espelho convexo: $f < 0$; $R < 0$

que está de acordo com a notação usada na equação anteriormente definida: $\boldsymbol{R = 2f}$, quando tratávamos apenas dos módulos das distâncias.

Considerando as propriedades geométricas da representação das imagens (propriedades como, por exemplo, a semelhança de triângulos) associadas ao referencial de Gauss, com alguma matemática podemos chegar na equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

E, da mesma forma, chegamos a uma equação para o chamado *aumento linear transversal* (A), que é a ampliação que a imagem tem em relação ao objeto:

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Essas expressões sintetizam todos os resultados expostos na seção anterior quanto à classificação das imagens (quando utilizamos a construção geométrica).

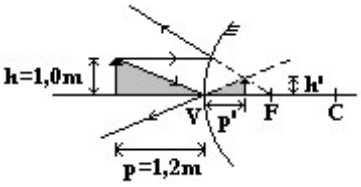
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R4. (Uerj 2001) Na entrada do circo existe um espelho convexo. Uma menina de 1,0m de altura vê sua imagem refletida quando se encontra a 1,2m do vértice do espelho. A relação entre os tamanhos da menina e de sua imagem é igual a 4.

Calcule a distância focal do espelho da entrada do circo.

Resolução

Para calcular a distância focal temos que descobrir a que distância do vértice a imagem se forma. Temos que traçar geometricamente a imagem no espelho para, então, usarmos semelhança de triângulos, conforme a figura a seguir.



Da figura podemos escrever:

$$\frac{h}{p}=\frac{h'}{p'} \quad \rightarrow \quad \frac{h}{h'}=\frac{p}{p'}$$

como a razão entre a menina e a imagem é 4, temos: $\frac{h}{h'}=4$

$$4=\frac{1,2}{p'} \quad \rightarrow \quad p'=\frac{1,2}{4}=0,3m$$

Como a imagem está posicionada na parte negativa do eixo, p' = -0,3m. Assim, podemos determinar a distância focal pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f}=\frac{1}{1,2}-\frac{1}{0,3} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f}=\frac{1-4}{1,2}$$

$$\frac{1}{f}=-\frac{3}{1,2} \quad \rightarrow \quad f=-\frac{1,2}{3} \quad \rightarrow \quad f=-0,4m$$

EXERCÍCIOS

1. (Ufpe 2004) Um espelho côncavo tem um raio de curvatura R = 2,0 m. A que distância do centro do espelho, em centímetros, uma pessoa deve se posicionar sobre o eixo do espelho para que a ampliação de sua imagem seja A = +2?

2. (Ufrn 2000) Os espelhos retrovisores do lado direito dos veículos são, em geral, convexos (como os espelhos usados dentro de ônibus urbanos, ou mesmo em agências bancárias ou supermercados).

O carro de Dona Beatriz tem um espelho retrovisor convexo cujo raio de curvatura mede 5m. Considere que esse carro está se movendo numa rua retilínea, com velocidade constante, e que, atrás dele, vem um outro carro. No instante em que Dona Beatriz olha por aquele retrovisor, o carro de trás está a 10m de distância desse espelho.

Seja D_o a distância do objeto ao espelho (que é uma grandeza positiva); D_i a distância da imagem ao espelho (considerada positiva se a imagem for real e negativa se a imagem for virtual) e r o raio de curvatura do espelho (considerado negativo, para espelhos convexos). A equação dos pontos conjugados é $(1/D_o)+(1/D_i)=(2/r)$, e o aumento linear transversal, m, é dado por $m= -(D_i/D_o)$

a) Calcule a que distância desse espelho retrovisor estará a imagem do carro que vem atrás.

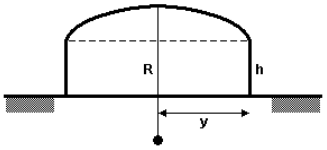
b) Especifique se tal imagem será real ou virtual. Justifique.

c) Especifique se tal imagem será direita ou invertida. Justifique.

d) Especifique se tal imagem será maior ou menor que o objeto. Justifique.

e) Do ponto de vista da Física, indique a razão pela qual a indústria automobilística opta por esse tipo de espelho.

3. (Ita 2002) Um ginásio de esportes foi projetado na forma de uma cúpula com raio de curvatura R = 39,0m, apoiada sobre uma parede lateral cilíndrica de raio y=25,0m e altura h=10,0m, como mostrado na figura. A cúpula comporta-se como um espelho esférico de distância focal f = R/2, refletindo ondas sonoras, sendo seu topo o vértice do espelho. Determine a posição do foco relativa ao piso do ginásio. Discuta, em termos físicos as conseqüências práticas deste projeto arquitetônico.



4. (Ufsm 2002) As afirmativas a seguir se referem a um espelho côncavo.

I. Todo raio que incide paralelamente ao eixo principal se reflete e passa pelo foco.

II. Todo raio que incide ao passar pelo centro de curvatura se reflete sobre si mesmo.

III. Todo raio que incide ao passar pelo foco se reflete sobre o eixo principal.

Está(ão) correta(s)

a) apenas I.

b) apenas I e II.

c) apenas III.

d) apenas II e III.

e) I, II e III.

5. (Ufrn 2002) A bela Afrodite adora maquiar-se. Entretanto, não está satisfeita com o espelho plano que há em seu quarto, pois gostaria de se ver bem maior para poder maquiar-se mais adequadamente. Com essa idéia, ela procurou você, que é um fabricante de espelhos, e encomendou um espelho em que pudesse ver-se com o triplo do tamanho da imagem do espelho plano.

Para as finalidades pretendidas pela jovem,

a) determine se o espelho deve ser côncavo ou convexo, bem como onde Afrodite deve se posicionar em relação ao vértice (v), ao foco (f) e ao centro (c) do espelho. Faça um diagrama representando a formação da imagem, conforme o desejo de Afrodite.

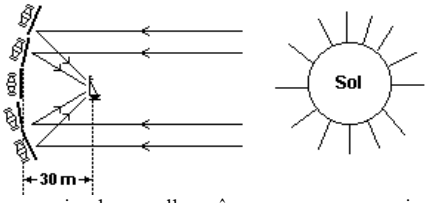
b) calcule o raio de curvatura do espelho, considerando a informação de que Afrodite costuma ficar a 50 cm do referido espelho.

Sabe-se que:

(1) a equação dos pontos conjugados para os espelhos esféricos (côncavo ou convexo) é dada por 2/r=1/f=1/i+1/o em que i, o, f e r são, respectivamente, a distância imagem, a distância objeto, a distância focal e o raio de curvatura do espelho.

(2) o aumento linear transversal, m, é o i m = -i/o.

6. (Unicamp 2000) Uma das primeiras aplicações militares da ótica ocorreu no século III a.C. quando Siracusa estava sitiada pelas forças navais romanas. Na véspera da batalha, Arquimedes ordenou que 60 soldados polissem seus escudos retangulares de bronze, medindo 0,5m de largura por 1,0m de altura. Quando o primeiro navio romano se encontrava a aproximadamente 30m da praia para atacar, à luz do sol nascente, foi dada a ordem para que os soldados se colocassem formando um arco e empunhassem seus escudos, como representado esquematicamente na figura a seguir. Em poucos minutos as velas do navio estavam ardendo em chamas. Isso foi repetido para cada navio, e assim não foi dessa vez que Siracusa caiu. Uma forma de entendermos o que ocorreu consiste em tratar o conjunto de espelhos como um espelho côncavo. Suponha que os raios do sol cheguem paralelos ao espelho e sejam focalizados na vela do navio.



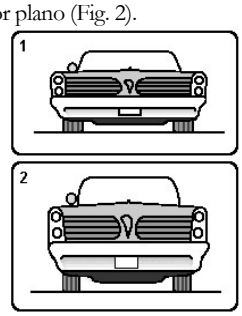
a) Qual deve ser o raio do espelho côncavo para que a intensidade do sol concentrado seja máxima?

b) Considere a intensidade da radiação solar no momento da batalha como $500W/m^2$. Considere que a refletividade efetiva do bronze sobre todo o espectro solar é de 0,6, ou seja, 60% da intensidade incidente é refletida. Estime a potência total incidente na região do foco.

7. (Unicamp 2004) Em alguns carros é comum que o espelho retrovisor modifique a altura aparente do carro que vem atrás. As imagens a seguir são vistas pelo motorista em um retrovisor curvo (Fig. 1) e em um retrovisor plano (Fig. 2).

a) Qual é (qualitativamente) a curvatura do retrovisor da Fig. 1?

b) A que distância o carro detrás se encontra, quando a sua imagem vista pelo motorista ocupa todo o espelho plano (Fig. 2), cuja altura é de 4,0 cm? Considere que a altura real do carro seja de 1,6 m e que o teto do carro, o olho do motorista (situado a 50 cm do retrovisor) e o topo da imagem no espelho estejam alinhados horizontalmente.



LENTES ESFÉRICAS

Definimos o referencial geométrico conhecido como "Referencial de Gauss", conforme mostra a figura 32. O eixo das ordenadas coincide com o eixo da lente, e o eixo das abscissas coincide com a extremidade inferior do objeto (ou seja, para efeito de simplificação, podemos fazer coincidir com o eixo principal). Dessa forma, as coordenadas do ponto que indica a extremidade superior do objeto (isto é, que indica a sua altura) é expresso por **(p,o)**, e as coordenadas da sua imagem conjugada pela lente por **(p',i)**.

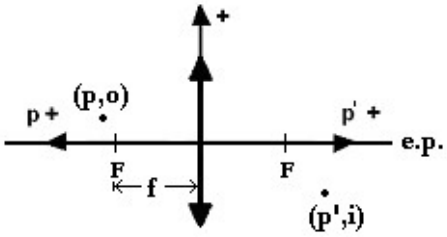


Figura 32: Referencial de Gauss. Compare esse referencial com o definido para o estudo analítico de espelhos esféricos.

Na figura 32 vemos uma lente convergente, entretanto o mesmo esquema é adotado para lentes divergentes. A diferença entre elas está no fato de que para a **lente convergente o foco é positivo**, e para a **lente divergente o foco é negativo** (já que os raios que incidem na lente paralelamente ao eixo principal divergem, definindo um foco virtual pelo seu prolongamento).

Assumimos, também, uma convenção sobre distância focal (f): ela é positiva nas lentes convergentes, e negativa nas lentes divergentes.

A capacidade de uma lente desviar (refratar) mais ou menos a luz é denominada **vergência**. A vergência (V) de uma lente é definida pelo inverso da distância focal e sua unidade é m^{-1}:

$$V = \frac{1}{f}$$

Da mesma forma como fizemos anteriormente quando estudamos analiticamente os espelhos esféricos, conseguimos, por meio de relações geométricas, relacionar os pontos p, p' e f e expressar essa relação por meio da equação dos pontos conjugados (ou equação de Gauss), que é semelhante à equação obtida para espelhos esféricos. (Essa equação surge do uso conveniente da propriedade de semelhança entre triângulos – apoiado nos princípios da ótica geométrica – e dos raios incidentes cujo comportamento quando refrata pode ser previsto.)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Define-se ainda o aumento linear transversal (A), por:

$$A = \frac{i}{o}$$

E para as lentes delgadas vale a relação:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Note que todas as equações são formalmente idênticas àquelas que são utilizadas para tratar os espelhos esféricos. A única diferença, portanto, está no referencial de Gauss, que aqui apresenta os eixos para p e p' orientados de maneira diferenciada entre si, implicando num maior cuidado quando se faz inferência a respeito do **sinal do foco** para cada lente.

Ainda sobre a **distância focal (f)**, é fato que ela deve estar relacionada aos raios de curvatura das faces e aos índices de refração das lentes (que são, enfim, as únicas medidas físicas existentes nesse nosso modelo de lente). Entretanto, não é tão simples expressar essa relação para lentes. A expressão não é igual à equação da distância focal para os espelhos esféricos, que é dada, como vimos anteriormente, por $R = 2f$. Edmond Halley (1656-1742) escreveu uma equação (conhecida como *fórmula dos fabricantes de lentes*) que expressa essa dependência:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

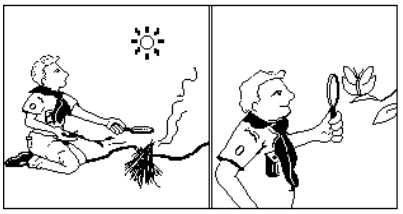
Adotamos a convenção de que faces convexas têm raio positivo, ao passo que as côncavas têm raio negativo. Quando uma das faces é plana (lente plano-convexa), o raio dessa face é arbitrariamente grande (infinito), assim, o termo 1/R da face plana é um número arbitrariamente pequeno (praticamente zero) e pode ser desprezado. A equação acima fica assim:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\frac{1}{R}$$

* A equação de Halley não precisa ser decorada, dada sua raríssima ocorrência nos exames vestibulares. Se vier a aparecer, muito provavelmente será dada.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R6. (Ufrj 2001) Um escoteiro usa uma lupa para acender uma fogueira, concentrando os raios solares num único ponto a 20cm da lupa. Utilizando a mesma lupa, o escoteiro observa os detalhes da asa de uma borboleta ampliada quatro vezes.



a) Qual é a distância focal da lente? Justifique sua resposta.

b) Calcule a que distância da asa da borboleta o escoteiro está posicionando a lupa.

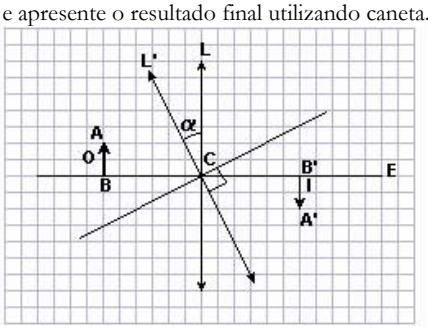
R: a) Considerando que os raios paralelos provenientes do Sol convergem para o foco da lente, podemos afirmar que a distância focal da lente é 20cm ou 0,20m.

b) Da equação para o aumento liear e para os pontos conjugados pela lente:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p' = -4p$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-4p} \Rightarrow p = 15cm$$

R7. (Fuvest 2003) A figura representa, na linguagem da óptica geométrica, uma lente L de eixo E e centro C, um objeto O com extremidades A e B, e sua imagem I com extremidades A' e B'. Suponha que a lente L seja girada de um ângulo ‘ em torno de um eixo perpendicular ao plano do papel e fique na posição L* indicada na figura. Responda as questões, na figura, utilizando os procedimentos e as aproximações da óptica geométrica. Faça as construções auxiliares a lápis e apresente o resultado final utilizando caneta.



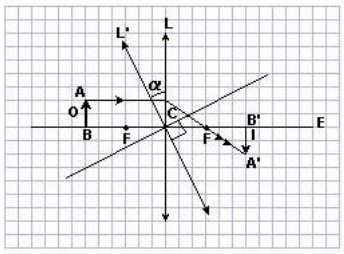
a) Indique com a letra F as posições dos focos da lente L.

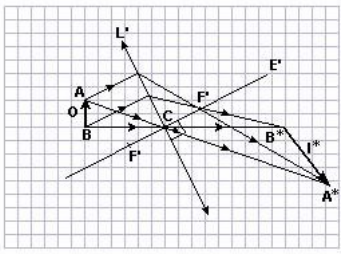
Com a lente na posição L, a imagem é real, invertida e do mesmo tamanho que o objeto. Portanto o objeto está no ponto anti-principal objeto (Ao), enquanto a imagem está localizada no ponto anti-principal imagem Ai. A distância focal corresponde a 3 unidades, pois o objeto se encontra a 6 unidades de distância da lente.

É possível determinar os pontos focais por meio de um método gráfico. A partir de A, traça-se um raio de luz que atinge a lente, paralelamente ao eixo E. O respectivo raio refratado passa por A'. A intersecção entre o raio refratado e o eixo E da lente corresponde ao ponto focal imagem F (Veja abaixo, na primeira figura).

b) Represente, na mesma figura, a nova imagem I* do objeto O, gerada pela lente L*, assinalando os extremos de I* por A* e por B*.

A nova imagem I do objeto O, gerada pela lente L*, pode ser obtida pelo método gráfico, cujos passos já foram descritos na teoria da apostila – utilizando-se raios que incidem paralelamente ao eixo E* e que passam pelo centro da lente (Veja a segunda figura: foram omitidos do desenho a lente L e o eixo principal E).*





R8. (Fuvest 2006) Uma figura gravada em uma folha de plástico (transparência) foi projetada sobre uma parede branca, usando-se uma fonte de luz e uma única lente, colocada entre a folha e a parede, conforme esquema a seguir (fig.1).

A transparência e a imagem projetada, nas condições de tamanho e distância usadas, estão representadas, em escala, na figura 2. As figuras 3 e 4 correspondem a vistas de frente e a figura 5, a vista lateral.

a) Determine, no esquema da figura 2, traçando as linhas de construção apropriadas, a posição onde foi colocada a lente, indicando essa posição por uma linha vertical e a letra L. Marque o centro óptico da lente e indique sua posição pela letra C.

b) Determine graficamente, no esquema da figura 2, traçando as linhas de construção apropriadas, a posição de cada um dos focos da lente, indicando suas posições pela letra F.

c) Represente, indicando por Bnova, na figura 4, a posição da linha B, quando o centro óptico da lente for rebaixado em 10 cm (1 quadradinho).

NOTE E ADOTE

Todo raio que passa pelo centro óptico de uma lente emerge na mesma direção que incide.

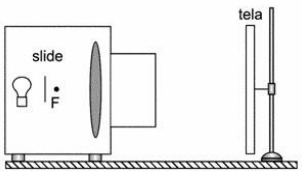
R: a) 40cm à esquerda da transparência. Observe a figura a seguir.
b) 30cm à esquerda e à direita do ponto C. Observe a figura a seguir.
c) Observe a figura a seguir.

EXERCÍCIOS

8. (Ufpe 2006) Um objeto, de altura h = + 2,5 cm, está localizado 4 cm à esquerda de uma lente delgada convergente de distância focal f = + 8,0 cm. Qual será a altura deste objeto, em cm, quando observado através da lente?

9. (Ufpe 2005) Um estudante utiliza uma lente biconvexa para projetar a imagem de uma vela, ampliada 5 vezes, numa parede. Se a vela foi colocada a 30 cm da lente, determine a distância focal da lente, em cm.

10. (Unesp 2006) Um projetor rudimentar, confeccionado com uma lente convergente, tem o objetivo de formar uma imagem real e aumentada de um slide. Quando esse slide é colocado bem próximo do foco da lente e fortemente iluminado, produz-se uma imagem real, que pode ser projetada em uma tela, como ilustrado na figura.



A distância focal é de 5 cm e o slide é colocado a 6 cm da lente. A imagem projetada é real e direita. Calcule

a) a posição, em relação à lente, onde se deve colocar a tela, para se ter uma boa imagem.

b) a ampliação lateral (aumento linear transversal).

11. (Ufsc 2006) Um objeto colocado próximo de uma lente projeta uma imagem de altura três vezes maior que ele e invertida. A distância entre o objeto e a imagem é de 40 cm.

Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) A distância entre o objeto e a lente é de 20 cm.
(02) A distância focal da lente é de 7,5 cm.
(04) A lente é convergente.
(08) Uma lente divergente só pode formar imagens virtuais.
(16) Uma lente convergente pode formar imagens reais e virtuais.

Soma das alternativas corretas ( )

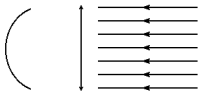
12. (Unesp 2004) Na figura, MN representa o eixo principal de uma lente divergente L, AB o trajeto de um raio luminoso incidindo na lente, paralelamente ao seu eixo, e BC o correspondente raio refratado.

a) A partir da figura, determine a distância focal da lente.

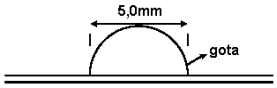
b) Determine o tamanho e a posição da imagem de um objeto real de 3,0 cm de altura, colocado a 6,0 cm da lente, perpendicularmente ao seu eixo principal.

13. (Ufrj 2002) Uma lente delgada é colocada na frente de um espelho esférico côncavo, de modo que o foco do espelho coincide com um dos focos da lente, como ilustra a figura. Um feixe de raios paralelos incide sobre a lente e, após possíveis refrações e reflexões, afasta-se do sistema, deixando dois pontos luminosos, um de cada lado da lente e separados por uma distância de 40 cm.

Calcule o valor da distância focal da lente.



14. (Unifesp 2004) Um estudante observa uma gota de água em repouso sobre sua régua de acrílico, como ilustrado na figura.

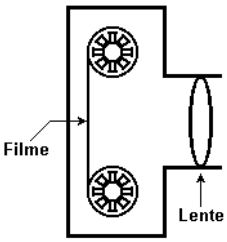


Curioso, percebe que, ao olhar para o caderno de anotações através dessa gota, as letras aumentam ou diminuem de tamanho conforme afasta ou aproxima a régua do caderno. Fazendo alguns testes e algumas considerações, ele percebe que a gota de água pode ser utilizada como uma lente e que os efeitos ópticos do acrílico podem ser desprezados. Se a gota tem raio de curvatura de 2,5 mm e índice de refração 1,35 em relação ao ar,

a) calcule a convergência C dessa lente.

b) Suponha que o estudante queira obter um aumento de 50 vezes para uma imagem direita, utilizando essa gota. A que distância d da lente deve-se colocar o objeto?

15. (Unesp 2005) Uma câmara fotográfica rudimentar utiliza uma lente convergente de distância focal f = 50 mm para focalizar e projetar a imagem de um objeto sobre o filme. A distância da lente ao filme é p' = 52 mm. A figura mostra o esboço dessa câmara.



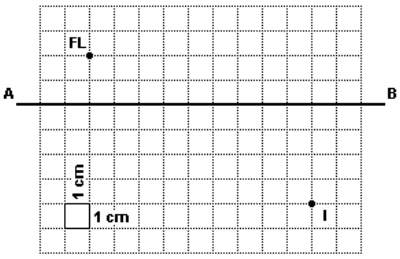
Para se obter uma boa foto, é necessário que a imagem do objeto seja formada exatamente sobre o filme e o seu tamanho não deve exceder a área sensível do filme. Assim:

a) Calcule a posição que o objeto deve ficar em relação à lente.

b) Sabendo-se que a altura máxima da imagem não pode exceder a 36,0 mm, determine a altura máxima do objeto para que ele seja fotografado em toda a sua extensão.

R: a) 1,3m b) 90cm

16. (Unesp 2002) Na figura, AB é o eixo principal de uma lente convergente e FL e I são, respectivamente, uma fonte luminosa pontual e sua imagem, produzida pela lente.



Determine:

a) a distância d entre a fonte luminosa e o plano que contém a lente e

b) a distância focal f da lente.

17. (Fuvest 2004) Uma máquina fotográfica, com uma lente de foco F e eixo OO', está ajustada de modo que a imagem de uma paisagem distante é formada com nitidez sobre o filme. A situação é esquematizada na figura 1. O filme, de 35 mm, rebatido sobre o plano, também está esquematizado na figura 2, com o fotograma K correspondente. A fotografia foi tirada, contudo, na presença de um fio vertical P, próximo à máquina, perpendicular à folha de papel, visto de cima, na mesma figura.

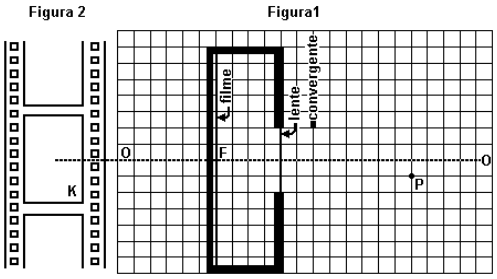
a) Represente, na figura 1, a imagem de P, identificando-a por P' (Observe que essa imagem não se forma sobre o filme).

b) Indique, na figura 1, a região AB do filme que é atingida pela luz refletida pelo fio, e os raios extremos, RA e RB, que definem essa região.

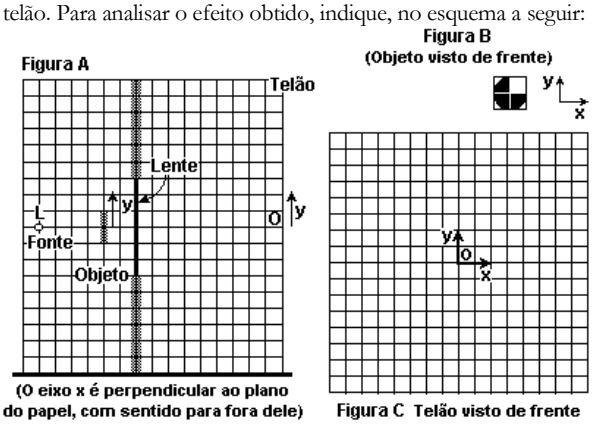
c) Esboce, sobre o fotograma K da figura 2, a região em que a luz proveniente do fio impressiona o filme, hachurando-a.

NOTE E ADOTE:

Em uma máquina fotográfica ajustada para fotos de objetos distantes, a posição do filme coincide com o plano que contém o foco F da lente.



18. (Fuvest 2005) Uma fonte de luz intensa L, praticamente pontual, é utilizada para projetar sombras em um grande telão T, a 150cm de distância. Para isso, uma lente convergente, de distância focal igual a 20cm, é encaixada em um suporte opaco a 60cm de L, entre a fonte e o telão, como indicado na figura A, em vista lateral. Um objeto, cuja região opaca está representada pela cor escura na figura B, é, então, colocado a 40cm da fonte, para que sua sombra apareça no telão. Para analisar o efeito obtido, indique, no esquema a seguir:



a) a posição da imagem da fonte, representando-a por L'.

b) a região do telão, na ausência do objeto, que NÃO é iluminada pela fonte, escurecendo-a a lápis. (Faça, a lápis, as construções dos raios auxiliares, indicando por A1 e A2 os raios que permitem definir os limites de tal região).

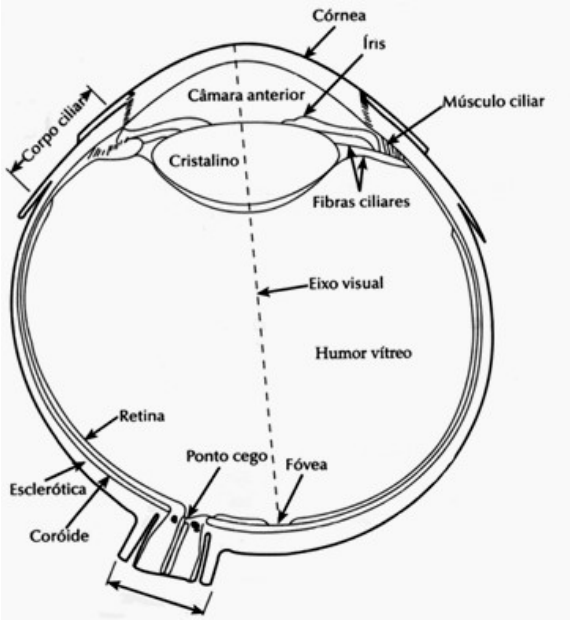
c) a região do telão, na presença do objeto, que NÃO é iluminada pela fonte, escurecendo-a a lápis. (Faça, a lápis, as construções dos raios auxiliares necessários para tal determinação).

N. O OLHO HUMANO

Estudaremos um modelo simples para a conjugação de imagens no olho humano e vamos discutir alguns defeitos comuns na visão: a miopia e a hipermetropia.

UM POUCO DA FISIOLOGIA DO OLHO HUMANO

O globo ocular humano é um instrumento ótico bastante complexo. Na figura abaixo podemos ver algumas estruturas internas, que comentamos na seqüência em caráter de curiosidade.



- **Cristalino:** formado por camadas concêntricas de células fibrosas, é sustentado por fibras que se conectam ao corpo ciliar. É constituído entre 60 e 70% por água, cerca de 6% de gordura e tem mais proteínas do que qualquer outro tecido do olho. É colorido por uma pigmentação levemente amarelada, que se intensifica com a idade. Absorve aproximadamente 8% da luz visível incidente, com absorção relativamente maior nos comprimentos de onda mais curtos. As luzes infravermelha e ultravioleta são intensamente absorvidas por proteínas da estrutura do cristalino, que podem ser danificadas se forem excessivamente expostas a essas luzes.
- **Retina:** é a membrana mais interna do olho, que se estende por toda a parte posterior do olho humano. Quando o olho está focalizando as imagens apropriadamente, a luz proveniente de um objeto que penetra no olho é tornada imagem na retina. A visão é viabilizada pela distribuição de receptores de luz sobre a superfície da retina. Existem duas classes de receptores: os cones e os bastonetes.
- **Cones**: o número de cones em cada olho varia de 6 a 7 milhões. Eles são altamente sensíveis a cores. Os seres humanos podem discernir pequenos detalhes porque cada um desses cones está conectado a sua própria fibra nervosa. Os cones estão mais concentrados na região denominada fóvea; os músculos que controlam o olho rodam o globo ocular até que a imagem do objeto visado se posicione sobre a fóvea.
- **Bastonetes**: o número de bastonetes em cada olho varia de 75 a 150 milhões, distribuídos sobre a superfície da retina. Os bastonetes são responsáveis pela visão global dentro do campo visual. Eles são pouco sensíveis à diferenciação das cores, mas são sensíveis a baixos níveis de iluminação.

MODELO USUAL PARA A CONJUGAÇÃO DE IMAGENS NO OLHO HUMANO

Vamos considerar um modelo simplificado do olho, cujo funcionamento é muito parecido com uma câmera fotográfica, e onde o conjunto de meios transparentes, formado pela córnea, humor aquoso e cristalino constituem uma lente delgada convergente (L), que, grosso modo, se situa a cerca de 15mm da retina (fundo do olho).

Um objeto tem uma imagem real e invertida conjugada pela lente L no fundo do olho, sobre uma película (retina) de células sensíveis a sinais luminosos (cones e bastonetes). O conjunto de impressões luminosas provenientes do estímulo dessas células é, então, transmitido ao cérebro por meio do nervo ótico. A quantidade de luz que entra no olho é regulada pela íris, na qual existe um orifício central – chamado pupila – que tem sua abertura variável de acordo com a quantidade de luz existente no ambiente, funcionando como o diafragma de uma máquina fotográfica.

A fim de manter a nitidez dos objetos posicionados a diferentes distâncias, o cristalino é constituído de um material flexível que pode mudar a sua curvatura por meio da ação de músculos ciliares, num mecanismo de focalização chamado acomodação visual. Para focalizar um objeto infinitamente afastado (ponto remoto infinito), os músculos ciliares estão completamente relaxados e o foco-imagem da lente L (córnea, humor aquoso e cristalino) está na retina (Figura 34a). Nesse caso o olho não está realizando nenhum esforço de acomodação. Para objetos que estão mais próximos, os músculos ciliares se contraem, diminuindo a distância focal da lente L. Esses músculos atingem máxima contração para focalizar objetos posicionados a cerca de 25cm de distância do olho, posição chamada de "ponto próximo" (Figura 34b).

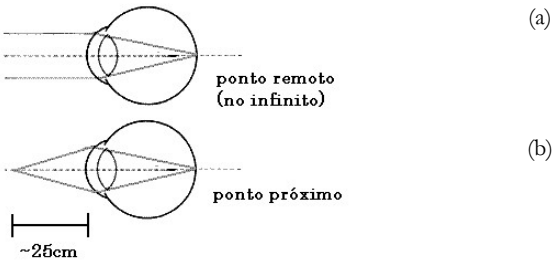


Figura 34

DEFEITOS DA VISÃO

Grande parte dos defeitos da visão está relacionada a disfunções no comportamento de acomodação visual. Na **miopia**, por exemplo, o ponto remoto está localizado a uma distância finita, e, portanto, para distâncias maiores que a distância do seu ponto remoto, o olho míope não consegue focalizar as imagens na retina. Na **hipermetropia** o ponto próximo está situado a uma distância maior que 25cm (que é a distância do ponto próximo para um olho normal). Existem ainda outros defeitos, como o **astigmatismo,** que causa imperfeições na curvatura do globo ocular (que assume uma forma ovalada) levando a distorções radiais nas imagens, ou como a **presbiopia,** que, em virtude da idade, faz com que a acomodação visual ocorra com maior dificuldade, levando novamente à focalização das imagens fora da retina. A presbiopia ou "vista cansada" é uma deficiência muscular, não é visual, mas produz o efeito similar ao da hipermetropia. Vamos comentar mais detalhadamente apenas dois dos defeitos da visão: a miopia e a hipermetropia.

MIOPIA

A miopia pode ocorrer por duas razões: ou o olho apresenta um alongamento ou há alguma alteração no índice de refração do conjunto de meios transparentes (que pode ser causada por uma mudança no índice de refração do cristalino ou por uma maior curvatura na córnea). Para o olho que apresenta alguma dessas alterações, um objeto que normalmente seria focalizado sem esforço de acomodação, tem sua imagem formada antes da retina. Assim, existe um ponto – denominado ponto remoto – no qual tem-se o limite de conjugação de uma imagem nítida, formada sobre a retina. Objetos mais distantes que esse ponto têm suas imagens formadas antes da retina (Figura 35a), perdendo sua nitidez.

As distorções causadas pela miopia são corrigidas com a utilização de lentes divergentes, que fazem com que os feixes paralelos ao eixo principal da lente L, desviem-se de forma a fazer com que a imagem seja formada na retina (Figura 35b).

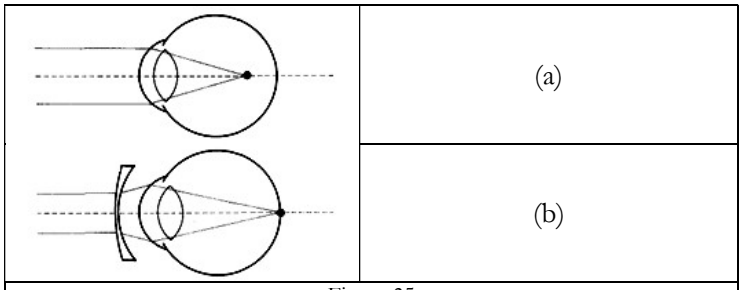


Figura 35

HIPERMETROPIA

A hipermetropia pode ser causada por diferentes alterações no olho: por uma redução no poder de refração (causada ou pela mudança do índice de refração do cristalino, ou por uma redução na curvatura da córnea); por um encurtamento do olho; pela ausência de cristalino; ou pela anteriorização da retina (causada, por exemplo, por um descolamento). Em qualquer um desses casos o olho, quando não realiza nenhum esforço de acomodação, forma as imagens sobre um ponto mais distante do que a retina. Assim, ao fazer o esforço de acomodação para os objetos afastados, o olho hipermétrope esgota a sua capacidade de acomodação visual num ponto (ponto próximo) mais afastado que o do olho normal, que é de cerca de 25cm (Figura 36b).

A correção das distorções causadas pela hipermetropia é feita por meio de lentes convergentes, de tal modo que um objeto situado a 25cm do olho tenha sua imagem formada na retina (Figura 36c).

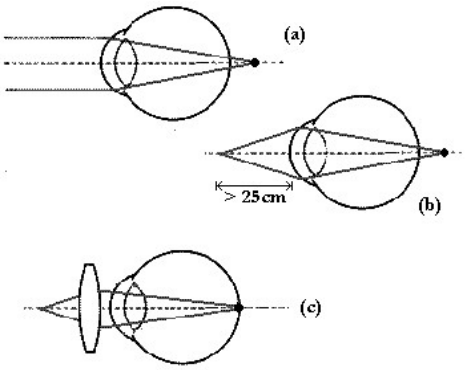


Figura 36

(a) No olho hipermétrope, o cristalino já é contraído para ajustar o ponto remoto à córnea, conseqüentemente, (b) para um ponto mais distante que o ponto próximo de um olho normal, o cristalino já esgotou a sua capacidade de posicionar a imagem sobre a retina. (c) As lentes convergentes, então, são empregadas pra "trazer" a imagem para a retina.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R9. (Unesp 2003) Uma pessoa míope não consegue ver nitidamente um objeto se este estiver localizado além de um ponto denominado ponto remoto. Neste caso, a imagem do objeto não seria formada na retina, como ocorre em um olho humano normal, mas em um ponto entre o cristalino (lente convergente) e a retina. Felizmente, este defeito pode ser corrigido com a utilização de óculos.
a) Esquematize em uma figura a formação de imagens em um olho míope, para objetos localizados além do ponto remoto.
b) Qual a vergência da lente a ser utilizada, se o ponto remoto de um olho míope for de 50 cm?

R: a) Para um objeto colocado além do ponto remoto (PR), o cristalino irá conjugar uma imagem real, invertida e menor, posicionada antes da retina do olho míope.

b) V = -2,0 di

EXERCÍCIOS

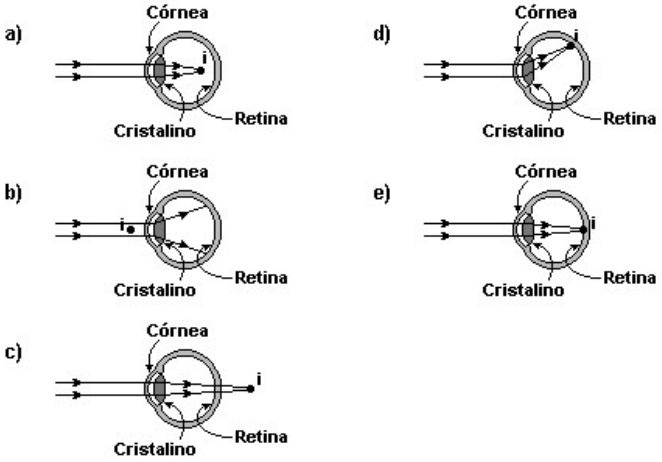
1. (Pucmg 2006) ASSINALE A OPÇÃO CORRETA.
a) Na miopia, a imagem é formada na frente da retina. Para se corrigir esse defeito, usam-se lentes divergentes.
b) Na miopia, a imagem é formada na frente da retina. Para se corrigir esse defeito, usam-se lentes convergentes.
c) Na hipermetropia, a imagem é formada atrás da retina. Para se corrigir esse defeito, usam-se lentes divergentes.
d) Na hipermetropia, a imagem é formada atrás da retina. Para se corrigir esse defeito, usam-se lentes planas.

2. (Pucrs 2005) Considere as afirmações a seguir, que se referem ao globo ocular humano.
I. O olho emétrope, ou normal, deve ser capaz de focalizar na retina objetos localizados no infinito, ou seja, a grandes distâncias, sem acomodação do cristalino.
II. O olho emétrope deve ser capaz de focalizar na retina, sem qualquer esforço de acomodação, objetos que se encontram na distância mínima de visão distinta, que é de 25cm.
III. Na miopia, os raios de luz paralelos que incidem no globo ocular são focalizados antes da retina, e a sua correção é feita com lentes divergentes.
IV. Na hipermetropia, os raios de luz paralelos que incidem no globo ocular são focalizados depois da retina, e sua correção é feita com lentes convergentes.
nalisando as afirmativas, conclui-se que somente estão corretas
a) I e II
b) II e III
c) III e IV
d) I, II e III
e) I, III e IV

3. (Ufrn 2003) A miopia é um defeito da visão originado por excessiva curvatura da córnea. Na fantástica estrutura que compõe o olho humano, a córnea representa um elemento fundamental no processo de formação de imagem, sendo uma espécie de lente delgada convexo-côncava que -admitiremos- satisfaz a equação dos fabricantes de lentes apresentada abaixo.
Equação dos fabricantes de lentes:
$1/f = (n - 1)(1/R_1 + 1/R_2)$. Em que
f: distância focal;
n: índice de refração;
R1 e R2 são raios de curvatura das faces da lente, cuja convenção de sinais é: faces convexas, raio positivo e faces côncavas, raio negativo.

4. (Uff 2004) Algumas escolas estão exigindo avaliação oftalmológica como item de matrícula, objetivando evitar problemas com o aprendizado, tendo em vista que, em muitos casos, o mau aproveitamento escolar do aluno decorre de dificuldades visuais. A miopia é um defeito visual que pode ser causado por uma deformação do globo ocular ou por uma excessiva vergência do cristalino, e pode ser corrigida utilizando-se uma lente divergente. (www.laserocular.com.br)

Assinale o esquema que melhor representa a formação da imagem (i), de um objeto distante, em um olho míope.



5. (Ufscar 2006) Pesquisas recentes mostraram que o cristalino humano cresce durante a vida, aumentando seu diâmetro cerca de 0,02 mm por ano. Isso acarreta, na fase de envelhecimento, um defeito de visão chamado presbiopia, que pode ser corrigido de forma semelhante
a) à miopia, com uso de lentes divergentes.
b) à miopia, com uso de lentes convergentes.
c) à hipermetropia, com uso de lentes divergentes.
d) à hipermetropia, com uso de lentes convergentes.
e) ao astigmatismo, com uso de lentes convergentes ou divergentes.

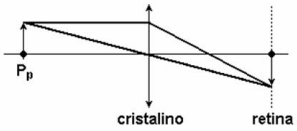
6. (Pucrs 2004) Uma lente convergente de 2,00 dioptrias (popularmente 2,00 "graus") tem distância focal de
a) 500cm
b) 200cm
c) 100cm
d) 50cm
e) 20cm

7. (Ita 2003) Num oftalmologista, constata-se que um certo paciente tem uma distância máxima e uma distância mínima de visão distinta de 5,0m e 8,0cm, respectivamente. Sua visão deve ser corrigida pelo uso de uma lente que lhe permita ver com clareza objetos no "infinito". Qual das afirmações é verdadeira?
a) O paciente é míope e deve usar lentes divergentes cuja vergência é 0,2 dioptrias.
b) O paciente é míope e deve usar lentes convergentes cuja vergência é 0,2 dioptrias.
c) O paciente é hipermétrope e deve usar lentes convergentes cuja vergência é 0,2 dioptrias.
d) O paciente é hipermétrope e deve usar lentes divergentes cuja vergência é - 0,2 dioptrias.
e) A lente corretora de defeito visual desloca a distância mínima de visão distinta para 8,1 cm.

8. (Unifesp 2006) Um estudante observa que, com uma das duas lentes iguais de seus óculos, consegue projetar sobre o tampo da sua carteira a imagem de uma lâmpada fluorescente localizada acima da lente, no teto da sala. Sabe-se que a distância da lâmpada à lente é de 1,8 m e desta ao tampo da carteira é de 0,36 m.
a) Qual a distância focal dessa lente?
b) Qual o provável defeito de visão desse estudante? Justifique.

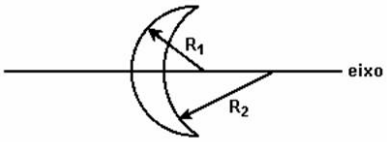
9. (Unesp 2005) Uma pessoa, com certa deficiência visual, utiliza óculos com lentes convergentes. Colocando-se um objeto de 0,6 cm de altura a 25,0 cm da lente, é obtida uma imagem a 100 cm da lente. Considerando que a imagem e o objeto estão localizados do mesmo lado da lente, calcule
a) a convergência da lente, em dioptrias.
b) a altura da imagem do objeto, formada pela lente.

10. (Unicamp 2006) O olho humano só é capaz de focalizar a imagem de um objeto (fazer com que ela se forme na retina) se a distância entre o objeto e o cristalino do olho for maior que a de um ponto conhecido como ponto próximo, Pp (ver figura adiante). A posição do ponto próximo normalmente varia com a idade. Uma pessoa, aos 25 anos, descobriu, com auxílio do seu oculista, que o seu ponto próximo ficava a 20 cm do cristalino. Repetiu o exame aos 65 anos e constatou que só conseguia visualizar com nitidez objetos que ficavam a uma distância mínima de 50 cm. Considere que para essa pessoa a retina está sempre a 2,5 cm do cristalino, sendo que este funciona como uma lente convergente de distância focal variável.



a) Calcule as distâncias focais mínimas do cristalino dessa pessoa aos 25 e aos 65 anos.
b) Se essa pessoa, aos 65 anos, tentar focalizar um objeto a 20 cm do olho, a que distância da retina se formará a imagem?

11. O olho míope induz no cérebro a percepção de imagem sem nitidez devido à focalização da imagem de objetos distantes dá-se antes da retina. Com o auxílio da tecnologia do raio laser, os médicos conseguem realizar cirurgias na córnea, corrigindo sua curvatura excessiva. Nesse caso modificam apenas o valor do raio externo R1. Outra possibilidade para a correção da miopia é a indicação do uso de óculos. Admita que a figura a seguir represente a córnea de um paciente cujo exame oftalmológico apresentou uma determinada miopia.



Representação esquemática da córnea

Com o objetivo de corrigir a miopia, o médico pode
a) intervir cirurgicamente diminuindo o raio R1 da córnea ou indicar óculos com lentes convergentes apropriadas.
b) intervir cirurgicamente diminuindo o raio R1 da córnea ou indicar óculos com lentes divergentes apropriadas.
c) intervir cirurgicamente aumentando o raio R1 da córnea ou indicar óculos com lentes convergentes apropriadas.
d) intervir cirurgicamente aumentando o raio R1 da córnea ou indicar óculos com lentes divergentes apropriadas.

12. (Puccamp 2002) Nas receitas de óculos, inclusive os de "D. Benta", cada lente é descrita pelo número de dioptrias, que corresponde ao inverso da distância focal quando esta é medida em metros. Por exemplo, uma lente convergente de distância focal 0,50 m tem 2,0 dioptrias, enquanto outra lente divergente com f = - 0,50 m tem - 2,0 dioptrias. Quando uma pessoa diz que os seus óculos são de - 0,25 dioptrias, ela é
a) hipermétrope e usa lentes divergentes de distância focal 0,25m.
b) hipermétrope e usa lentes convergentes de distância focal 4,0m.
c) míope e usa lentes divergentes de distância focal 4,0m.
d) míope e usa lentes convergentes de distância focal 2,5m.
e) presbíope e usa lentes convergentes de distância focal 2,5m.

O. A "NATUREZA" DA LUZ

Nos nossos estudos de ótica, não nos preocupamos com a natureza da luz, mas sim com os padrões extremamente regulares do comportamento geométrico de sua propagação em situações simples (meios homogêneos). A seguir, expomos uma brevíssima discussão acerca do que viria a ser a natureza da luz. É instrutiva a polêmica entre a visão da realidade de dois entes físicos distintos: os corpúsculos e as ondas. Como é recheado de conceitos ainda não introduzidos, que permeiam toda a física, este texto é sugerido apenas como leitura complementar.

***

A recepção de informações do universo que nos cerca é, em grande, parte intermediada pela apreensão de sinais luminosos. Por vezes acaba intermediada pela luz, ainda que não esteja associada ao sentido da visão diretamente, como, por exemplo, a percepção do calor sem o contato direto com a fonte.

O estudo da luz é tão velho quanto o do movimento, mas houve longo hiato até que a linguagem e o domínio das técnicas experimentais até que sua realidade começasse a ser melhor descrita. O maior progresso acerca da natureza da luz foi obtido com a formalização do eletromagnetismo, obtido por James C. Maxwell (1831-1879), em meados do século XIX. Ele obteve forte evidência sobre a natureza eletromagnética luz, caracterizando-a como ondas de campos eletromagnéticos. Mas as ondas de campos elétricos e magnéticos apresentam certas qualidades distintas das ondas num colchão de mola ou mesmo na água, afinal, campos eletromagnéticos se comportam diferentemente da matéria palpável. Uma característica das ondas eletromagnéticas é que elas se propagam no vácuo, o que não ocorre com as ondas ditas mecânicas – como o som – que só se propagam em um meio material. A luz tem a variação temporal desses campos a origem da mútua indução entre esses que lhe serve de suporte físico.

Os resultados de Maxwell corroboraram uma série de resultados experimentais que já vinham sendo obtidos na época, e que davam à natureza ondulatória a vitória em uma antiga polêmica acerca do que viria a ser a natureza física dos raios de luz. Polêmica essa que existia desde a época de Isaac Newton (1643-1727), que defendia, apoiado na explicação de fenômenos como a lei da reflexão e da refração, que a luz haveria de ser composta por corpúsculos de diferentes tamanhos (um pra cada cor). Já Christiaan Huygens (1629-1695) defendia que a luz deveria consistir de um tipo de onda (mas de que?), em virtude de uma série de efeitos que observara.

Na época em que Maxwell fez suas descobertas, já quase não restavam suportes para as hipóteses corpusculares, devido aos trabalhos de Thomas Young (1773-1829) e Augustin J. Fresnel (1788-1827). Achava-se que, finalmente, com Maxwell que se estava desvendado o mistério da natureza física da luz.

Porém, ao mesmo tempo, surgiam alguns enigmas, como o paradoxo teórico sobre a quantidade de radiação no interior de uma cavidade escura, em equilíbrio térmico, que se comunicasse com o exterior por um pequeno orifício (paradoxo do corpo negro). Partindo da teoria de Maxwell, obtém-se uma quantidade infinita de radiação (o que não é possível fisicamente, consistindo de um paradoxo, portanto). Não se conseguia chegar aos resultados experimentais para a densidade de energia eletromagnética no interior da cavidade.

Outro fenômeno, que desafiava a teoria ondulatória da luz, foi observado experimentalmente em 1887, por H. R. Hertz (1857-1894). Esse fenômeno consistia no aparecimento de acúmulo de carga em determinados metais, quando esses fossem iluminados com luzes de comprimentos de onda menores do que o da luz visível (efeito fotoelétrico). Pela teoria de Maxwell, o metal apenas deveria emitir radiação ao ser irradiado.

Esse segundo fenômeno levou Albert Einstein (1879-1955), em 1905, a apresentar um trabalho que retornava a hipótese corpuscular da natureza da luz (modificou o modelo das partículas de luz, que agora eram camadas de fótons). Einstein se inspirou em resultados advindos do problema do espectro de radiação do corpo-negro e em resultados que lhe eram sugestivos formalmente.

O problema do espectro do corpo negro fora resolvido por Planck em 1900 com a introdução dos *quanta* (plural de *quantum*) de energia. Ou seja, Planck assumiu que a radiação presente no interior da cavidade poderia possuir apenas um certo conjunto discreto (contável) de freqüências. As hipóteses de Planck e Einstein anunciavam a profunda revolução na base da física que estava por vir e que culminaria na elaboração de uma teoria completamente nova, desenvolvida até a década de 30, para fenômenos que ocorressem em pequenas escalas de comprimento: a Mecânica Quântica. Nessa nova mecânica dos átomos (que difere em realidade da mecânica clássica) não apenas a luz se comportava ora como onda, ora como partícula, mas toda a matéria (átomos) também apresenta esse comportamento surreal (ondulatório e corpuscular ao mesmo tempo).

Com base no desenvolvimento da teoria quântica, outras teorias surgiram, como, por exemplo, a teoria quântica de campos, onde a luz tem o papel de partícula mediadora de processos (mediadora da interação entre partículas com carga, por exemplo), papel que era dos campos eletromagnéticos maxwellianos.

Além de contribuir para toda essa revolução conceitual acontecer, a teoria de Maxwell também influenciou Einstein na elaboração da teoria da Relatividade, outro trabalho fundamental, também apresentado em 1905, e que conduziu a uma reformulação da mecânica fundada por Newton. Essa teoria foi rigorosamente estabelecida e validada nos séculos que se sucederam. Nela a luz ganha papel fundamental para a exploração de uma nova cinemática (estudo do movimento dos corpos) e sua velocidade, de aproximadamente 300.000km/s, é vista como limite intransponível de velocidade para corpos materiais.

A Teoria da Relatividade Restrita de Einstein (1905) foi completada por ele em 1914, com a Teoria da Relatividade Geral. Essa nova teoria amplia a primeira, a fim de descrever a gravitação, o que completa uma reforma conceitual em toda a teoria newtoniana da realidade. A Relatividade Geral também abrange fenômenos que envolvem grandes escalas de comprimento, massa e velocidade. Se com a Mecânica Quântica temos o estudo do universo microscópico, com a Relatividade Geral, temos o estudo do universo dos corpos celestes. De modo que a ponte entre tantas superações conceituais revela que em todos esses momentos a luz tem um papel esclarecedor e fundamental para compreensão humana da natureza.

RESPOSTA DOS EXERCÍCIOS

1. Introdução à descrição do movimento

1-36) pegar com professor;

2. Leis de Newton

1-26) pegar com professor;

- Aplicações das Leis de Newton II.
27.A
28) 2 m/s²
29.C 30.B 31.C 32.E 33.A
34) 25 cm
35) E
36) a) 2 m/s² b) 48 N
37.C 38.D 39.B
40.*
41.D
42) a) Vetor unitário vertical e para cima de módulo 2 m/s²
Não. Pois o helicóptero poderia estar subindo aceleradamente ou descendo retardadamente já que não se sabe a velocidade do aparelho.
43.C 44.D 45.E
46) a) 0,60 b) 12,0N
47) a) 0,4 m/s² b) 0,8 N
48.C 49.B 50.D
51.*
52. a) 5N e 50N b) 9 kg
53.D 54.A 55.A
56. a) desenho b) 16 N
57.D

3. Cinemática

MU/MUV

1. a) 20km b) -4k/h c) 5h d) 10h
2. a) 10+2t b) 30-3t c) t=4s
3.D 4.D
5. a) Movimento uniforme b) 20m c) 2m/s
6). CORRETAS: 02+04+08+16+32 = 62
7.B 8.D 9.B 10.C 11.B 12.A 13.C
14. a) 5m/s b) 2 m/s² c)25m/s
15. a) 10m/s b) -2 m/s² c) 5s
16.A 17.B 18.C 19.E 20.D 21.B 22.C 23.B 24.A
25.E 26.D 27.E
28. a) Móvel (1): A1 = 1,5 m/s²; Móvel (2): A2 = 2,0 m/s²
b) Não consegue alcançar o móvel
29. E
30. 16m
31. a) 4s b) 4m OBS: A maior distância ocorre quando as velocidades se igualam (t=2s)
32. a) sim pois o móvel que tem a velocidade de 72Km/h percorre 50m , e o móvel que tem a velocidade de 108Km/h percorre 90m , como a distância entre eles era de 200m eles param à uma distância de 60m um do outro.
b)resolução gráfica.
33-48) pegar com professor

Movimento Circular

Movimento Cicular Uniforme

49.E 50.A
51. a) desenho b) não c) sim
52.C 53.D 54.B 55.B
56. a) 3.000 rotações b) 2,5 Hz
57.E 58.A 59.C
60. a) 0,005 s b) 5 Hz
61. a) 2,4m/s b) 3,0m/s

Resultante Centrípeta.

62.C
63. 6m/s
64.D
65. 2,5m
66.D 67.A 68.A
69. a) Fc = mv²/R b) μe = □□R /g
70.B 71.E 72.B 73.A 74.B 75.E 76.B
77.* 78.*

4. Campos de interação e a Matéria

1-50) pegar com o professor;

UNIDADE 2: ONDULATÓRIA.

1. Ondulatória

1. 6m/s
2.D 3.D 4.A 5.A
6. a) O filme 2001 - Uma Odisséia no Espaço, pois no vácuo não há propagação de ondas mecânicas como o som.
b) Ambos os filmes estão corretos porque a luz é onda eletromagnética que se propaga no vácuo
7. a) A amplitude corresponde a uma medida vertical = 7,5 cm
O comprimento de onda vale 4 medidas horizontais = 28 cm
b) Freqüência = 1/ T= 1/0,4 = 2,5 Hz
Velocidade = —/T = 28/0,4 = 70 cm/s ou 0,7 m/s
8.D 9.A 10.A 11.A 12.B 13.E 14.C 15.E
16.* 17.* 18.* 19.*
20. a) λ_A=1,5m ; λ_B=0,5m λ_C=0,3m
b) λ_0 =1,5m c)resolução gráfica
21-50) Pegar com o professor

UNIDADE 3: FÍSICA TÉRMICA

1. Introdução à Física Térmica

1-10) com professor

2. Dilatação Térmica

1-10) com professor

3. Calorimetria

1.B 2.E 3.B 4.A 5.C 6.B 7.B 8.D
9) R.56s.
10.A 11.A 12.A
13. a) T = 20 + 4t; b) 68 °C; c) 20 min
14. a) 250s b) 150g
15.A
16. a) Q = 77J b) 115,4W

4. Estudo dos Gases

1-15) com o professor

5. Máquinas Térmicas e Termodinâmicas.

1-25) com o professor

UNIDADE 4: ÓPTICA GEOMÉTRICA.

1. Óptica Geométrica I: Introdução

1. 21cm
2.D 3.D
4 – 12) com professor

2. Óptica Geométrica II: Espelhos e Lentes.
- Espelhos Planos

1.*
2.E 3.A 4.C 5.C 6.A 7.E 8.B 9.B 10.B 11.E
12. O enunciado permite construir os esquemas a seguir:
a e b) De frente para o espelho E, o homem verá as imagens à esquerda como mostra a fig. 2.
c) As distâncias são alternadamente dadas por comprimentos equivalentes a 6 metros e 4 metros.
13 – 23) com o professor

- Espelhos Esféricos

24 – 32) com o professor;

- Refração

33 – 44) com o professor;

- Lentes Esféricas Delgadas

45 – 52) com o professor;

APÊNDICES

B. 1-7
C. 1-10
E. 1-9
H. 1-5
I. 1-2
J. 1-3
K. 1-3
L. 1-7; 8-18
N. 1-12
Todos com o professor.

Física

Parte II

ÍNDICE DE FÍSICA – PARTE II

UNIDADE 5 – MECÂNICA (II)

Energia
1. Trabalho
2. Formas de Energia
3. Energia Cinética
4. Energia Potencial
4.1. Energia Potencial Gravitacional
4.2. Energia Potencial Elástica
5. Energia Mecânica e Conservação

Impulso e Quantidade de Movimento
1. Impulso
2. Quantidade de Movimento
3. Teorema do Impulso
4. Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento
5. Choque Elástico
6. Choque parcialmente Elástico
7. Choque Inelástico

Hidrostática
1. Massa específica e Densidade
2. Pressão
3. Pressão exercida por fluidos
4. Princípio de Pascal
5. Teorema de Arquimedes (Empuxo)

UNIDADE 6 - ELETRICIDADE

Eletrostática e Eletrodinâmica
1. Conservação da Carga Elétrica
2. Condutores e Isolantes
3. Cargas Elétricas Residuais nos Corpos
4. Processos de eletrização
5. Eletroscópio
6. Atração de Não-Metais por Corpos Carregados: indução
7. Distribuições de carga para algumas geometrias de sólidos
8. Gaiola de Faraday
9. Corrente Elétrica
10. Diferença de Potencial (ddp)
11. Circuitos Elétricos
12. Resistência Elétrica
12.1. Primeira Lei de Ohm
12.2. Segunda Lei de Ohm
12.3. Associação de Resistores
13. Potência Elétrica
14. Geradores
15. Receptores

Eletromagnetismo
1. Força Magnética Sobre Cargas
2. Força Magnética Sobre Condutor Retilíneo
3. Estudo dos Campos Magnéticos

Apêndices (II)
O que é energia?
Choque elástico: cálculo do coeficiente de restituição
A Descoberta do Neutrino
Barômetro de Torricelli
Manômetros de tubo aberto
Lei de Ohm Generalizada
Leis de Kirchhoff
A Lei de Faraday

Respostas dos Exercícios

UNIDADE 5: MECÂNICA (II)

ENERGIA

Já utilizamos a palavra energia no estudo dos fenômenos térmicos. A variação da temperatura de um corpo, ou variações no volume de um gás envolviam trocas dessa quantidade abstrata chamada energia, cuja maior importância está no fato de que mostra-se como uma lei da natureza de que ela permanece constante (não sendo destruída, mas sempre transformada). Na mecânica o conceito de energia nasceu (após Newton, durante o séc XVIII) apoiada na descoberta de uma quantidade que permanecia constante para determinada classe de forças (chamadas conservativas). A conexão entre Força e energia é estabelecida pelo conceito de trabalho

No Sistema Internacional de unidades (SI), a medida de energia é o *joule* (*J*). O joule é uma unidade composta, tal que:

$$1J = \frac{1kg.1m^2}{1s^2}$$

No volume 1 a energia no contexto da física térmica utilizou unidades como caloria, kWh e mesmo o joule.

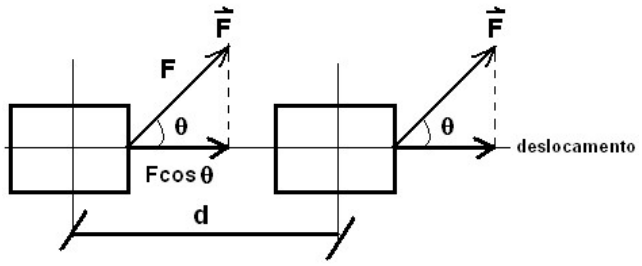
1. TRABALHO

Trabalho é o nome que damos à energia transferida ou transformada pela ação de uma determinada força sobre um determinado corpo ou sistema de corpos. Assim dizemos "o trabalho de *tal* força sobre *tal* corpo (ou sistema)".

Quando o trabalho tem sinal positivo ele é dito "motor" e ele cede energia ao movimento do corpo; Quando o trabalho é negativo ele é dito "resistivo" e ele atua sobre o corpo retirando energia de seu movimento.

TRABALHO DE FORÇA CONSTANTE.

Para o caso de uma força constante atuando sobre um corpo a energia transferida à ele (trabalho) é dada pelo produto da **projeção da força** na direção do deslocamento pelo deslocamento.



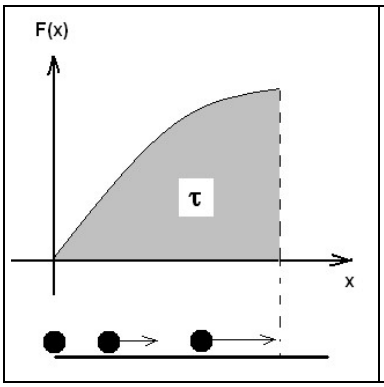
$$\tau = Fd\cos\theta$$

Note que a dimensão do trabalho é:

$$[\tau] = [F][d\cos\theta] = Nm = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = J$$

TRABALHO DE FORÇA VARIÁVEL

Para forças variáveis com a posição (F(x)) o trabalho total advindo do deslocamento é dado pela ÁREA SOB O GRÁFICO DE F(x).

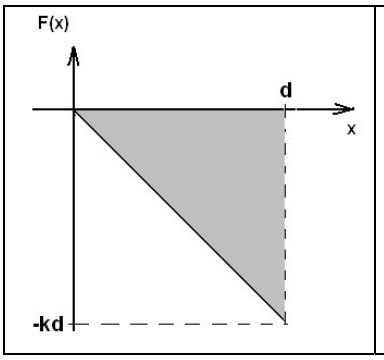


$$\tau = Area(F \times x)$$

Note que até esse momento apenas tratávamos quantitativamente da descrição do movimento de corpos submetidos à ação de forças constantes. Assim, estamos dando um passo adiante e, em breve, poderemos tratar certos aspectos do movimento de corpos que estão sob a ação de forças variáveis com a distância!

Um exemplo de força variável com a distância é a força elástica F(x) = -kx (se a posição de equilíbrio da mola está na origem do eixo x, o sinal negativo indica que a força é oposta à direção da elongação da mola).

Assim o trabalho realizado por uma mola sobre um corpo que se desloca de 0 a d será dado por:



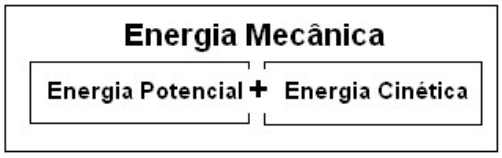
$$\tau = -\frac{kd \times d}{2} = -\frac{kd^2}{2}$$

Ou seja, o trabalho é resistivo (retira energia do corpo) e tem este valor.

2. FORMAS DE ENERGIA

Como sabemos a energia se apresenta sob várias formas, energia química, energia radiante, energia térmica (calor), energia nuclear, por exemplo.

A energia que estudaremos neste capítulo é a chamada *Energia Mecânica*, e suas constituintes, a **energia potencial** e a **energia cinética**.

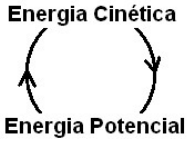


Energia Potencial: Consiste na energia armazenada num determinado arranjo de um sistema que pode levar ao aparecimento de movimento. A energia potencial será dada precisamente pelo trabalho que estas forças realizarão sobre os corpos do sistema (Estudaremos a Energia Potencial Gravitacional e a Energia Potencial Elástica).

Energia Cinética: Energia contida no movimento dos corpos.

A propriedade da Energia que a faz uma quantidade importante é sua **conservação**.

Em um sistema em que não há dissipação de energia (nenhuma força dissipativa realizando trabalho sobre os corpos) a Energia Mecânica permanece constante transformando-se de um tipo em outro (cinética e potencial), mas mantendo a soma destas duas quantidades constantes.



É precisamente a conservação que leva à definição das quantidades Energia Potencial e cinética em termos das grandezas físicas que apresentaremos adiante. Mesmo em sistemas dissipativos a energia é importante, porque afinal nos permite saber quanta energia foi retirada de um corpo e, consequentemente, termos acesso a informações sobre a força que a dissipou convertendo-a em calor ou outras formas de energia. No cômputo de todas as formas possíveis de energia – incluindo as não-mecânicas teríamos a conservação.

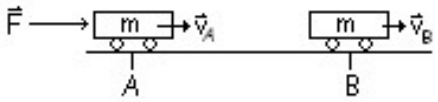
3. ENERGIA CINÉTICA

Energia Cinética é a energia que possui qualquer corpo que esteja em *movimento*. Quanto mais depressa um objeto se move, maior a sua energia cinética. Além disso, quanto maior a massa de um objeto em movimento, maior sua energia cinética. Portanto, a energia cinética de um corpo depende de sua velocidade e de sua massa.

Para um objeto de massa m a uma velocidade v a energia cinética é calculada pela expressão abaixo:

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

Na figura abaixo está representado um carrinho de massa m que é submetido a uma força de partida F.



Ao passar pelo ponto A o carrinho possui velocidade v_A e ao passar pelo ponto B sua velocidade se reduz devido à força de atrito e é representada por v_B. Quando uma ou mais forças atuantes num corpo forem responsáveis pela variação de velocidade desse corpo, o trabalho realizado pela força resultante (τ_R) do ponto A ao ponto B é igual à variação da energia cinética do corpo entre esses pontos, dado pela equação:

$$\tau_R = \Delta E_c = E_c^B - E_c^A = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} ,$$

onde E_c^B é a Energia Cinética da partícula num ponto B final e E_c^A, a Energia Cinética da partícula num ponto A inicial.

4. ENERGIA POTENCIAL

A energia potencial está contida na habilidade que um corpo tem de adquirir movimento num determinado sistema quando lhe é permitido. Assim é uma forma de "energia latente", ou seja, está sempre na iminência de ser transformada em outras formas de energia (em geral na mecânica em energia cinética).

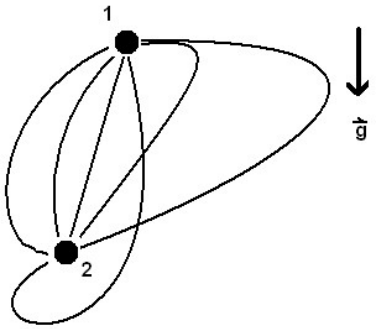
A Energia Potencial está associada à configuração de um sistema, por exemplo, à distância entre dois corpos, como a Terra e um corpo qualquer pequeno, solto o corpo cai adquirindo maior velociadade final quanto maior sua altura.

A Energia Potencial poderá ser de vários tipos, como: energia potencial elétrica, energia potencial gravitacional e energia potencial elástica. Um arco esticado para lançar uma flecha, uma mola comprimida e uma pedra elevada são objetos que possuem energia potencial. Estudaremos dois tipos de energia potencial: a elástica e a gravitacional. A energia potencial estará relacionada, desta maneira, à energia que será transferida a um corpo pela ação da força elétrica, ou gravitacional ou elástica (veja força elástica no vol 1), ou seja: o trabalho destas forças.

A propriedade fundamental para se falar em energia potencial é que estas forças sejam conservativas.

Forças conservativas são aquelas tais que realizam o mesmo trabalho para todos os deslocamentos possíveis entre dois pontos quaisquer do espaço.

Na figura abaixo o trabalho que a força peso realizará sobre o corpo entre os que se desloca de 1 para 2 por todos estes caminhos será o mesmo. Ou seja o trabalho depende apenas do ponto inicial ou final, independendo do caminho com que se faz o deslocamento. Assim a **força gravitacional é conservativa.**



Dessa maneira a cada ponto do espaço pode-se associar um valor de energia, a energia potencial. O trabalho da força em questão será dado pela diferença entre estas energias potenciais.

A **Força de Atrito não é conservativa! Não existe, portanto, uma energia potencial de atrito**. Isso porque, afinal, o caminho mais longo sempre retirará mais energia do corpo.

4.1. ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

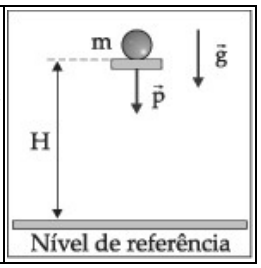
Se um corpo está a certa altura da superfície da Terra, ele tenderá a cair, ou seja, a entrar em movimento devido ao seu peso. É como se ele tivesse em si um potencial para adquirir movimento.

A *energia potencial gravitacional* está relacionada com uma altura (H) de um corpo (sua posição) em relação a um determinado nível de referência. Quanto mais alto ou quanto mais afastado do nível de referência adotado um corpo estiver, maior sua energia potencial gravitacional.

No caso de uma pessoa no alto de um prédio, podemos tomar o chão do andar térreo como referência, e conforme uma pessoa suba para andares superiores, sua altura aumenta, aumentando sua energia potencial gravitacional.

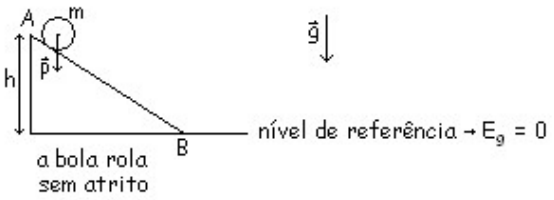
A energia potencial gravitacional e um corpo de massa *m*, numa altura *h* em relação ao nível de referência (normalmente a superfície da Terra) e submetido à aceleração da gravidade *g*, é dada por:

$$E_g = m.g.h$$



Perceba que este é precisamente o trabalho da força sobre o caminho que desce horizontalmente. Mostrar que para todos os caminhos daria o mesmo demandaria mais ferramentas matemáticas, você pode fazer para alguns caminhos simples.

Todo corpo de massa *m* localizado a uma certa altura *h* sob um campo gravitacional constante *g* está sujeito a uma força-peso.



Esta força-peso realiza, então, um trabalho para deslocar este corpo de uma posição **A** a uma posição **B**. Este trabalho da força-peso é igual, a diferença entre os valores da energia potencial gravitacional do corpo. Como quanto maior a altura maior a energia potencial, e como o trabalho motor vem no deslocamento para posições onde a energia potencial é menor, assim é preciso incluir o sinal oposto ao da variação da energia potencial:

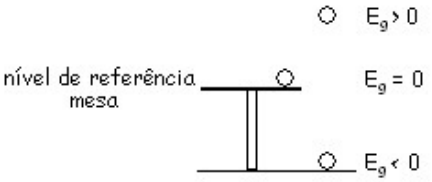
$$\tau_p = -\Delta E_g$$

A energia potencial gravitacional de um corpo poderá ser positiva, negativa ou nula, dependendo da sua posição em relação ao nível de referência adotado:

$E_g > 0$ se o corpo estiver acima do nível de referência.

$E_g = 0$ se o corpo estiver no nível de referência.

$E_g < 0$ se o corpo estiver abaixo do nível de referência.



4.2. ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

A *energia potencial elástica* é a energia armazenada em corpos elásticos deformados. As molas elásticas comprimidas ou esticadas são exemplos mais comuns de corpos elásticos.

Enquanto estivermos aplicando uma força na mola para esticá-la, ela terá a tendência de retornar ao seu estado inicial. A *força elástica* que a fará retornar, é de intensidade igual a:

$$\vec{F}_{elast} = -k\vec{x}$$

Onde *k* é o coeficiente de elasticidade da mola (dureza da mola, sua unidade no Sistema Internacional é o N/m) e $\vec{x}$ é o deslocamento, ou seja, o quanto a mola foi esticada ($\vec{x}$ positivo) ou comprimida ($\vec{x}$ negativo).

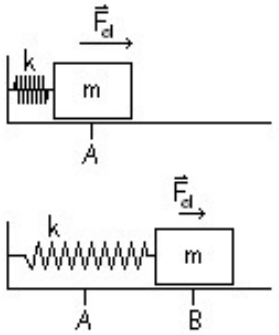
A equação que nos fornece a *Energia Potencial Elástica* é:

$$E_{el} = \frac{kx^2}{2}$$

onde *k* e *x* são os mesmos utilizados no cálculo da força elástica (este resultado foi obtido na primeira seção, consiste no trabalho associado à deformação das mola em relação à posição de equilíbrio).

A energia transferida pela mola no deslocamento de um corpo entre dois pontos A e B (como mostra a figura abaixo). Assim o trabalho da força elástica, realizado na deformação da mola do ponto A ao ponto B, será igual à variação da energia potencial elástica com o sinal invertido como ocorreu para a energia potencial gravitacional:

$$\tau_{el} = -\Delta E_{el} = \frac{kx_A^2}{2} - \frac{kx_B^2}{2}$$



5. ENERGIA MECÂNICA E CONSERVAÇÃO

Os vários tipos de energia sempre convertem-se uns nos outros.

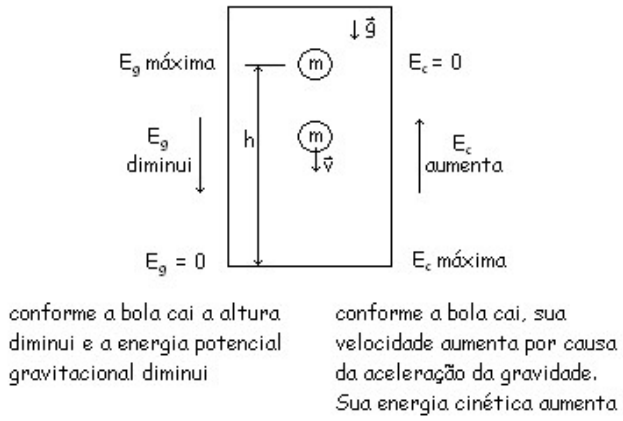
* Uma bola rolando, em algum momento vai parar, pois sua energia cinética vai sendo dissipada pelo atrito com o chão.

* Uma pedra erguida, ao ser solta, conforme cai, vai transformando sua energia potencial em energia cinética.

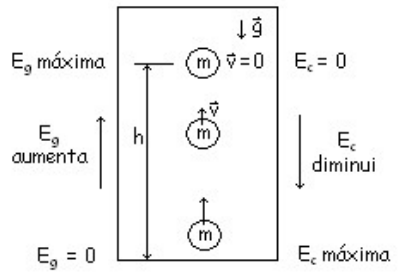
Estas transformações da energia, que aqui estamos tratando em termos mecânicos, estão em todos os fenômenos naturais, nas reações químicas e assim nos ciclos metabólicos dos seres vivos.

Em mecânica estudamos as transformações *da energia potencial* em *energia cinética*, e vice-versa.

Quando uma pessoa abre a mão e deixa a pedra que ergueu cair, ela vê a ação da energia potencial da pedra causar o movimento desta pedra, realizando trabalho sobre a pedra e fazendo aumentar a sua velocidade gradativamente, aumentando conseqüentemente a sua energia cinética. E como sua altura diminui com a queda, a energia potencial também diminui.



Já quando uma pedra é lançada para cima, ela vai perdendo velocidade e diminuindo sua energia cinética, e, em compensação, sua energia potencial (gravitacional) aumenta, porque aumenta sua altura.



conforme a bola sobe a altura aumenta e a energia potencial gravitacional aumenta

conforme a bola sobe, sua velocidade diminui por causa da desaceleração causada pela força gravidade que atua em sentido contrário. Sua energia cinética diminui

Entretanto, tanto para a pedra que cai, como para a pedra que sobe, em qualquer instante de seu movimento, verifica-se que a soma das suas energias potencial e cinética se mantém constante! A esta soma da energia potencial (gravitacional ou elástica) com a energia cinética é chamada de *energia mecânica* (veja na seção 2, acima).

A energia mecânica é a soma da energia potencial com a energia cinética de um corpo:

$$E_m = E_p + E_c$$

O aparecimento de uma certa forma de energia é sempre acompanhado do desaparecimento de outra, em quantidade igual. Assim, a energia total sempre se mantém constante, ou seja, se *conserva*.

A energia mecânica total de um sistema onde não existam forças dissipativas permanece sempre constante.

Como ela é a soma da energia potencial com a cinética, isso significa que quando a energia potencial aumenta, a energia cinética diminui, e vice-versa.

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

$$E_c^A + E_p^A = E_c^B + E_p^B$$

A equação acima afirma que a soma das energias cinética e potencial (Energia mecânica) num instante A é igual à soma das energias cinética e potencial (Energia mecânica) em outro instante B.

Podemos equivalentemente enunciar o princípio da conservação da Energia Mecânica como:

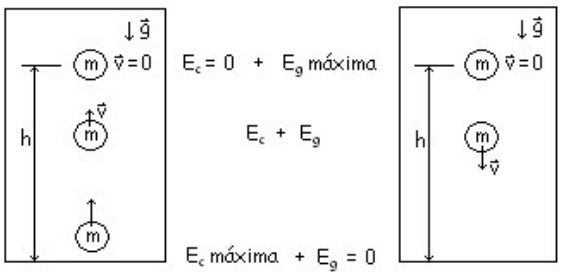
CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

$$E_M^{(ANTES)} = E_M^{(DEPOIS)}$$

ou

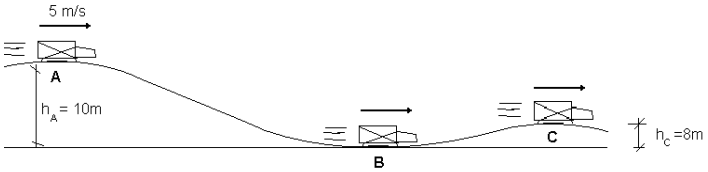
$$\Delta E_M = 0$$

Na figura abaixo, temos um esquema para o caso da bolinha descendo ou subindo, no qual a energia mecânica está indicada pela soma das energias cinética e potencial:



Quando consideramos outros tipos de energia no sistema, como a energia térmica produzida pela força de atrito, não temos mais apenas energia mecânica. Assim, quando consideramos, por exemplo, a força de atrito, *não há conservação da energia mecânica.*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS



Adotando como altura do ponto B, h_B=0.

Para determinar a velocidade no ponto B usamos a conservação da energia mecânica:

$$E_m^{(A)} = E_m^{(B)} \Rightarrow E_C^{(A)} + E_P^{(A)} = E_C^{(B)} + E_P^{(B)} \Rightarrow$$

$$\frac{mv_A^2}{2} + mgh_A = \frac{mv_B^2}{2} + mgh_B \Rightarrow \frac{v_A^2}{2} + gh_A = \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow$$

$$v_B = \sqrt{2\left(\frac{5^2}{2} + 10 \cdot 10\right)} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}\,\frac{m}{s}$$

Para o ponto C:

$$E_m^{(B)} = E_m^{(C)} \Rightarrow E_C^{(B)} + E_P^{(B)} = E_C^{(C)} + E_P^{(C)} \Rightarrow$$

$$\frac{mv_B^2}{2} + mgh_B = \frac{mv_C^2}{2} + mgh_C \Rightarrow \frac{v_C^2}{2} + gh_C = \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow$$

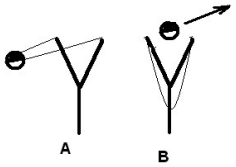
$$v_C = \sqrt{2\left(\frac{125}{2} + 8 \cdot 10\right)} = \sqrt{205}\,\frac{m}{s}$$

Solução

a) A energia potencial vem do cálculo direto a partir da definição:

$$E_{Pe}^{(A)} = \frac{kx_A^2}{2} = \frac{200 \cdot 0,2^2}{2} = 4J$$

b) Representando as situações onde temos o elástico tencionado e o momento em que a bola desprende-se do elástico (saindo do estilingue):



$$E_m^{(A)} = E_m^{(B)} \Rightarrow E_C^{(A)} + E_{Pe}^{(A)} = E_C^{(B)} + E_{Pe}^{(B)} \Rightarrow$$

$$\frac{mv_A^2}{2} + 4 = \frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow$$

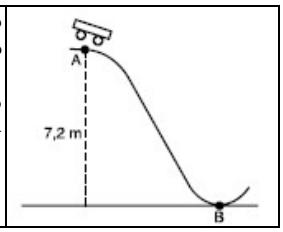
$$4 = \frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow v_B = 2\,\frac{m}{s}$$

EXERCÍCIOS

1) Num teste para uma revista especializada,um carro inicialmente em repouso, atingiu 108km/h em 10 segundos.Nessas condições,calcule:
(dado massa do carro = 1000kg)
a) a aceleração do carro nos prlmeiros 10 segundos
b) a energia cinética do carro quando sua velocidade é de 108km/h

2) (UFR-RJ) A figura ao lado mostra um carrinho de massa igual a 100 kg, abandonado do repouso de um ponto A, cuja altura equivale a 7,2 m.

Qual a velocidade do carrinho ao atingir o ponto B, sendo as forças dissipativas desprezíveis e a aceleração da gravidade igual a 10 m/s²



3) (Fuvest) Uma pedra com massa m=0,10kg é lançada verticalmente para cima com energia cinética E_c=20 joules. Qual a altura máxima atingida pela pedra?
a) 10 m
b) 15 m
c) 20 m
d) 1 m
e) 0,2 m

4) (Enem)Observe a situação descrita na tirinha a seguir .Assim que o menino lança a flecha, há transformação de um tipo de energia em outra. A transformação, nesse caso, é de energia

(Francisco Caruso & Luisa Daou, Tirinhas de Física, vol. 2, CBPF, Rio de Janeiro, 2000.)

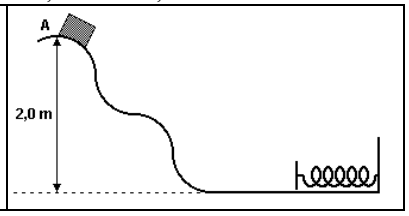
a) potencial elástica em energia gravitacional.
b) gravitacional em energia potencial.
c) potencial elástica em energia cinética.
d) cinética em energia potencial elástica.
e) gravitacional em energia cinética.

5) (Fatec) Um bloco de massa 0,60kg é abandonado, a partir do repouso, no ponto A de uma pista no plano vertical. O ponto A está a 2,0m de altura da base da pista, onde está fixa uma mola de constante elástica 150N/m.

São desprezíveis os efeitos do atrito e adota-se g = 10m/s².

A máxima compressão da mola vale, em metros,

a) 0,80
b) 0,40
c) 0,20
d) 0,10
e) 0,05



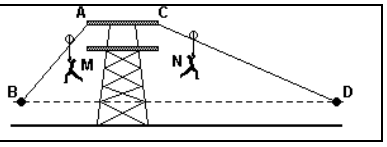
6) (Unifesp 2005) Uma criança de massa 40 kg viaja no carro dos pais, sentada no banco de trás, presa pelo cinto de segurança. Num determinado momento, o carro atinge a velocidade de 72 km/h. Nesse instante, a energia cinética dessa criança é
a) igual à energia cinética do conjunto carro mais passageiros.
b) zero, pois fisicamente a criança não tem velocidade, logo, não tem energia cinética.
c) 8 000 J em relação ao carro e zero em relação à estrada.
d) 8 000 J em relação à estrada e zero em relação ao carro.
e) 8 000 J, independente do referencial considerado, pois a energia é um conceito absoluto.

7) (Ita) O módulo da velocidade das águas de um rio é de 10m/s pouco antes de uma queda de água. Ao pé da queda existe um remanso onde a velocidade das águas é praticamente nula. Observa-se que a temperatura da água no remanso é 0,1°C maior do que a da água antes da queda. Conclui-se que a altura da queda de água é:
a) 2,0 m.
b) 25 m.
c) 37 m.
d) 42 m.
e) 50 m.

8) (Unesp) Em um centro de treinamento, dois pára-quedistas, M e N, partindo do repouso, descem de uma plataforma horizontal agarrados a roldanas que rolam sobre dois cabos de aço. M se segura na roldana que se desloca do ponto A ao ponto B e N, na que se desloca do ponto C ao D. A distância CD é o dobro da distância AB e os pontos B e D estão à mesma altura em relação ao solo. Ao chegarem em B e D, respectivamente, com os pés próximos ao solo horizontal, eles se soltam das roldanas e procuram correr e se equilibrar para não cair, tal como se estivessem chegando ao solo de pára-quedas.

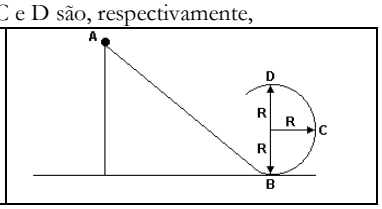
Desprezando perdas por atrito com o ar e nas roldanas, a razão entre as velocidades finais de M e N, no momento em que se soltam das roldanas nos pontos B e D, é:

a) (2√2)/2.
b) 1.
c) √2 .
d) 2.
e) 2√2 .



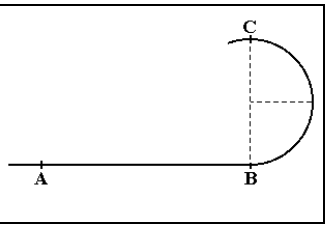
9) (Ufsm)Uma partícula de massa m é abandonada do repouso em A e desliza, sem atrito, ao longo de um trilho, conforme a figura. O raio da parte circular, R, é equivalente a 1/3 da altura do ponto A. As expressões que determinam a energia cinética nos pontos B, C e D são, respectivamente,

a) 3 mgR; 2 mgR; mgR
b) 2 mgR; mgR; 0
c) 3 mgR; mgR; 2 mgR
d) mgR; 2 mgR; 3 mgR
e) 0; 2 mgR; 3 mgR

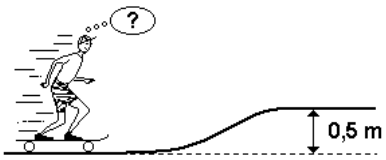


10) (Fatec) Um móvel de 2kg passa pelo ponto A da pista da figura a seguir com velocidade 12m/s. A pista ABC não apresenta atrito, e o trecho BC é uma semicircunferência de diâmetro BC=4m.

Adotando-se g=10m/s², o valor da força que o móvel exerce sobre a pista no ponto C é, em Newtons:
a) 0
b) 20
c) 44
d) 64
e) 84

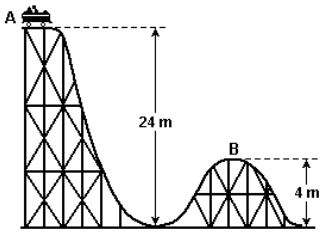


11) (Unesp) Para tentar vencer um desnível de 0,5 m entre duas calçadas planas e horizontais, mostradas na figura, um garoto de 50 kg, brincando com um skate (de massa desprezível), impulsiona-se até adquirir uma energia cinética de 300 J.



Desprezando-se quaisquer atritos e considerando-se g = 10 m/s², pode-se concluir que, com essa energia,
a) não conseguirá vencer sequer metade do desnível.
b) conseguirá vencer somente metade do desnível.
c) conseguirá ultrapassar metade do desnível, mas não conseguirá vencê-lo totalmente.
d) não só conseguirá vencer o desnível, como ainda lhe sobrarão pouco menos de 30 J de energia cinética.
e) não só conseguirá vencer o desnível, como ainda lhe sobrarão mais de 30 J de energia cinética.

12) ()A figura mostra o perfil de uma montanha russa de um parque de diversões.



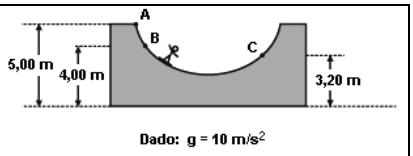
O carrinho é levado até o ponto mais alto por uma esteira, atingindo o ponto A com velocidade que pode ser considerada nula. A partir desse ponto, inicia seu movimento e ao passar pelo ponto B sua velocidade é de 10 m/s. Considerando a massa do conjunto carrinho+passageiros como 400 kg, pode-se afirmar que o módulo da energia mecânica dissipada pelo sistema foi de
a) 96 000 J
b) 60 000 J
c) 36 000 J
d) 9 600 J
e) 6 000 J

13) (Unicamp) Que altura é possível atingir em um salto com vara? Essa pergunta retorna sempre que ocorre um grande evento esportivo como os jogos olímpicos do ano passado em Sydney. No salto com vara, um atleta converte sua energia cinética obtida na corrida em energia potencial elástica (flexão da vara), que por sua vez se converte em energia potencial gravitacional. Imagine um atleta com massa de 80kg que atinge uma velocidade horizontal de 10m/s no instante em que a vara começa a ser flexionada para o salto.

a) Qual é a máxima variação possível da altura do centro de massa do atleta, supondo que, ao transpor a barra, sua velocidade é praticamente nula?
b) Considerando que o atleta inicia o salto em pé e ultrapassa a barra com o corpo na horizontal, devemos somar a altura do centro de massa do atleta à altura obtida no item anterior para obtermos o limite de altura de um salto. Faça uma estimativa desse limite para um atleta de 2,0m de altura.
c) Um atleta com os mesmos 2,0m de altura e massa de 60kg poderia saltar mais alto? Justifique sua resposta.

14) (Mack)Um garoto, que se encontra apoiado sobre seu "skate", desce por uma rampa, saindo do repouso no ponto B. deslocando-se sempre sobre o mesmo plano vertical, atinge o ponto C, com velocidade nula. Admitindo o mesmo percentual de perda de energia mecânica, se o garoto saísse do repouso no ponto A, atingiria o ponto C com velocidade:

a) 4,0 km/h
b) 8,0 km/h
c) 14,4 km/h
d) 16,0 km/h
e) 32,0 km/h



15) (Fuvest 2003) Uma criança estava no chão. Foi então levantada por sua mãe que a colocou em um escorregador a uma altura de 2,0m em relação ao solo. Partindo do repouso, a criança deslizou e chegou novamente ao chão com velocidade igual a 4m/s. Sendo T o trabalho realizado pela mãe ao suspender o filho, e sendo a aceleração da gravidade g =10m/s² , a energia dissipada por atrito, ao escorregar, é aproximadamente igual a
a) 0,1 T
b) 0,2 T
c) 0,6 T
d) 0,9 T
e) 1,0 T

IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Nessa seção permanecemos explorando o modelo teórico proveniente da mecânica desenvolvida por Newton, explorando-o de um outro viés que a adapta ao tratamento de outro fenômeno físico de grande importância: os choques.

1. IMPULSO

O conceito de Impulso está relacionado à força aplicada durante um intervalo de tempo. O impulso médio é definido pelo produto da Força com o intervalo de tempo no qual ela atua sobre um corpo (diz-se, portanto, o impulso de uma força):

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

No Sistema Internacional de medidas (SI) a unidade de medida do impulso é N.s. Note que o impulso incorpora a necessidade da determinação de sua direção e sentido, sendo, portanto, uma quantidade vetorial como a força.

Módulo	I = F . Δt
Direção	Igual à direção da força
Sentido	igual ao sentido da força

2. QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Quantidade de Movimento de um corpo é uma grandeza física, vetorial, definida pelo produto da massa pela a velocidade:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$$

O vetor quantidade de movimento fica caracterizado por:

Módulo	Q = M.v
Direção	igual à direção da velocidade
Sentido	igual ao sentido da velocidade

Para o movimento unidimensional, lembre-se que velocidade era é caracterizada por um sinal que algebricamente traduzia a direção na qual se dá o deslocamento do corpo, em relação ao sistema de referência adotado. Então, a quantidade de movimento também apresenta um sinal pela definição acima muito bem definido, que é o mesmo da velocidade do corpo.

3. TEOREMA DO IMPULSO

O Impulso e a Quantidade de Movimento estão relacionadas por meio de uma relação matemática bastante simples:

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

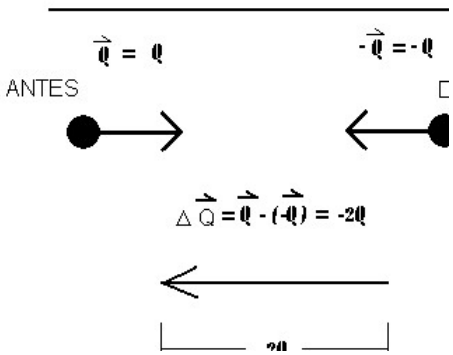
Pela 2ª lei de Newton, temos: $\vec{F} = m\vec{a}$

E então da definição de aceleração media: $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, substituindo a na primeira equação:

$$\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = m(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \Rightarrow \vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

Aqui, a rigor, deveríamos dizer que o resultado valeria para quantidades médias, portanto. Entretanto, com mais cuidado matemático a relação se mantém. Note que se trata simplesmente de uma forma de uma forma de reescrever a 2ª. Lei de Newton!

Vamos determinar o impulso sofrido por uma bola que se choca contra uma parede supondo que a velocidade da bola antes e depois do choque permanece a mesma (sem perda de energia, portanto, pois a energia cinética permaneceria constante). Se a quantidade de movimento inicial da bola é +Q (ou seja, +MV), então após um choque em que a bola volte com momento –Q (-MV), assim, construímos o esquema:



Ou seja, mesmo desconhecendo o tempo de duração do contato com a parede e a intensidade da força, podemos determinar o Impulso sofrido pelo corpo. Se dispusermos de uma informação adicional sobre uma destas duas quantidades (intervalo de tempo ou Forca) poderemos determinar a outra.

4. PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Do resultado anteriormente obtido segue que se não existem forças atuando sobre o corpo: $\Delta\vec{Q} = 0$.

Entretanto esse princípio pode ser obtido para um sistema com número arbitrário de partículas utilizando as leis de Newton. Para um sistema de partículas enunciamos portanto o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento:

Principio da Conservação da Quantidade de Movimento:

Estando um sistema de N corpos isolado da ação de Forças externas a quantidade de movimento total:

$$\vec{Q} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 + ... + \vec{Q}_N$$

Não varia, ou seja, permanece constante:

$$\Delta\vec{Q} = 0$$

Ou seja, para dois instantes quaisquer ("antes" e "depois"):

CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

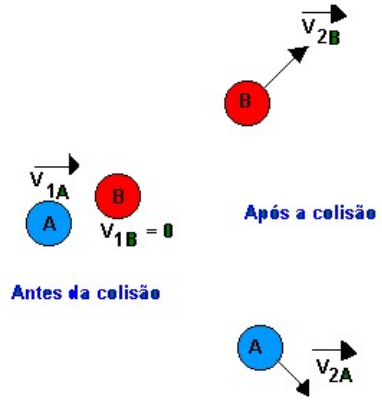
$$\vec{Q}_{ANTES} = \vec{Q}_{DEPOIS}$$

Entretanto ainda que pareça que o Princípio da Conservação do Momento surgiria como resultado intrinsecamente ligado às leis de Newton. Entretanto, mesmo em situações onde a física clássica falha (mundo atômico e subatômico) o princípio da conservação da quantidade de movimento é preservado! Isso indica que ele advém de estruturas mais fundamentais da realidade física com as quais se harmoniza a lei de Newton dentro de seu limite de validade, sendo o referido princípio, entretanto, mais forte. O mesmo ocorre com o Princípio da Conservação da Energia.

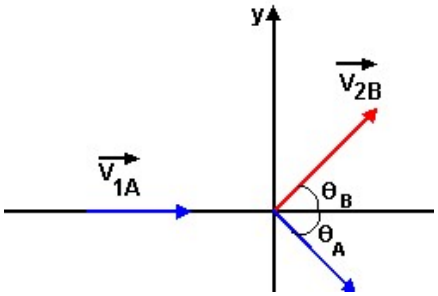
Um exemplo típico do trabalho com a conservação da quantidade de movimento consiste na análise de um choque bidimensional entre esferas rígidas, que se passe em um meio de a-

trito relativamente baixo. Isso se dá com razoável acordo em um jogo de bilhar, por exemplo.

Considere que uma bola está parada inicialmente e outra em movimento. Elas se chocam e após o choque cada uma tem uma inclinação, digamos θ_A e θ_B, com a direção da bola incidente antes do choque. A pergunta que surge é: qual seria a relação entre esses ângulos se as bolas têm massas 3 kg e 2 kg respectivamente e a velocidade da primeira bola inicialmente era de 10 m/s?



A análise vetorial da situação é feita como segue:



Como $\vec{Q}_{ANTES} = \vec{Q}_{DEPOIS}$, é uma igualdade vetorial então, devemos decompor os vetores depois do choque e o anteriormente ao choque e comparar as componentes.

Assim, decompondo os vetores em termos das componentes nas direções x e y indicadas no diagrama acima chegamos ao par de equações:

$$\begin{cases} m_B v_{2B} \sin(\theta_B) = m_A v_{2A}.\sin(\theta_A) \\ m_B v_{2B} \cos(\theta_B) + m_A v_{2A}.\cos(\theta_A) = m_A v_{1A} \end{cases}$$

E, portanto, sabendo-se o ângulo de uma das esferas o outro está determinado pela necessidade da conservação da quantidade de movimento. Uma condição extra é aplicar a conservação da energia mecânica, de onde deriva, portanto, uma segunda a equação extra que precisa ser obedecida:

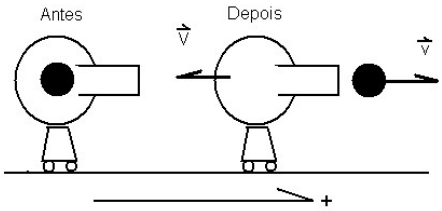
$$\frac{1}{2} m_A v_{1A}^{\ 2} = \frac{1}{2} m_A v_{2A}^{\ 2} + \frac{1}{2} m_B V_{2B}^{\ 2}$$

De maneira que se têm três equações, ao todo, envolvendo os vetores velocidade e as massas e que podem dar um bocado de trabalho para serem resolvidas, especialmente pelos senos e cossenos nas duas anteriores. Em geral, nos exercícios dos exames vestibulares, versam sobre casos menos gerais.

A seguir iremos percorrer os dois tipos de choque: onde a energia mecânica é conservada (choque elástico) e onde ela não é conservada (choque inelástico).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Um canhão de massa igual a 1000 kg, dispara uma bala de massa igual a 10 kg, com velocidade de 600 m/s. Supor atrito nulo.
Responda:
a) não estando o canhão fixado no solo, o que ocorre com o canhão? Calcule sua velocidade.



$$\vec{Q}_{ANTES} = \vec{Q}_{DEPOIS}$$
$$0 = m\vec{v} + M\vec{V}$$
$$\vec{V} = -v\frac{m}{M} = -600\,{}^{m}\!/_{s}\,\frac{10kg}{1000kg} = -6\,{}^{m}\!/_{s}$$

Ou seja, o canhão recua com velocidade de 6 m/s.
b) estando o canhão fixado no chão, impedido de se movimentar, o que ocorrerá com a quantidade de movimento.
Como o Canhão está fixo então V=0. Entretanto a quantidade de movimento do projétil acaba violando a conservação da quantidade de movimento.

$$\vec{Q}_{ANTES} = \vec{0}$$
$$\vec{Q}_{DEPOIS} = M\vec{V} + m\vec{v} = 0 + 10kg.600\,{}^{m}\!/_{s} = +6000N.s$$
$$\vec{Q}_{ANTES} \neq \vec{Q}_{DEPOIS}$$

Se você está com o espírito crítico desperto deve estar pensando: "Xiiii... que princípio furado!". Mas tome cuidado... O Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento diz que a **QM é conservada apenas se o sistema está isolado de da ação de forças externas**! Note que o sistema CANHÃO-BALA, sofre a interferência da Terra, que segura o canhão, evitando que ele recue! Oras, ESSE SISTEMA NÃO ESTÁ ISOLADO! Sofre a ação da força da terra que atua sobre o canhão, isso é, existe uma força externa. Logo não existe nenhuma contradição com o princípio, a sua hipótese básica não está sendo satisfeita.

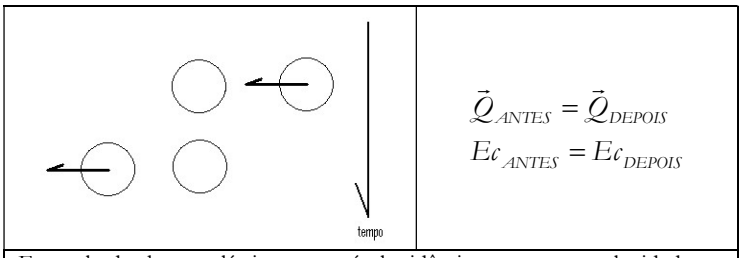
O sistema CANHÃO-BALA-TERRA está isolado se descontássemos efeitos gravitacionais de outros astros como o sol e, assim, este deveria conservar a Quantidade de Movimento, então fica a pergunta quem sobre quem recuaria...

Uma pergunta deixada ao estudante como provocação: é a energia mecânica conservada neste problema?

5. CHOQUE ELÁSTICO

Diz-se que um choque é elástico quando a energia cinética antes do choque é igual à energia depois do choque. Assim, se dois corpos iguais e à mesma velocidade trombarem, num choque perfeitamente elástico, ambos retornarão de onde vieram com a mesma velocidade de antes (em módulo).

A quantidade de movimento também se conserva durante uma colisão perfeitamente elástica, porque o sistema é isolado de forças externas. Desta forma:



Exemplo de choque elástico: as partículas idênticas trocam as velocidades após o contato mecânico.

6. CHOQUE PARCIALMENTE ELÁSTICO

O choque parcialmente elástico dissipa (perde) parte da energia cinética. Ou seja, se dois corpos iguais e à mesma velocidade trombam de frente, num choque totalmente inelástico, eles permanecem grudados após o choque. A quantidade de movimento também se conserva durante uma colisão inelástica, porque o sistema é isolado de forças externas. As forças que aparecem são internas. Desta forma:

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

$$Ec_{antes} > Ec_{depois}$$

Há conservação da quantidade de movimento e perda de energia cinética, ficando os corpos separados após o choque. A diferença entre as velocidades antes de depois do choque, que leva à violação da conservação da energia mecânica, é introduzida através de um coeficiente chamado 'coeficiente de restituição'.

Coeficiente de Restituição: Para medir a variação da energia cinética eventualmente ocorrida num choque, é comum recorrermos a uma grandeza adimensional chamada coeficiente de restituição (e), que relaciona a velocidade relativa de afastamento dos corpos depois do choque e a velocidade relativa de aproximação antes do choque:

$$e = \frac{v_{\text{relativa de afastamento (depois)}}}{v_{\text{relativa de aproximação (antes)}}}$$

O coeficiente de restituição é definido em termos do módulo das velocidades relativas de aproximação. Note, ainda, que se trata de uma quantidade adimensional, e que será sempre positiva e que estará entre zero e 1. No ca

As velocidades relativas consistem do módulo da diferença entre os **vetores** velocidades. Essa diferença torna-se a soma dos módulos para velocidades opostas, e subtração dos módulos para velocidades que apontam para a mesma direção. Seja v_{AB} o módulo da velocidade relativa, seguem, deste tratamento vetorial, os resultados:

- Velocidades de sentidos contrários:

$$v_{AB} = v_A - v_B$$

- Velocidade em sentidos opostos:

$$v_{AB} = v_A + v_B$$

Num problema de choque parcialmente elástico lhe deve ser dado ou o coeficiente de restituição ou uma informação acerca das velocidades relativas.

É importante observar que o princípio físico geral da Conservação da Energia não é violado. O que ocorre é a violação da conservação da Energia Mecânica. A energia compreendida em sua multiplicidade de manifestações seria uma quantidade conservada, já que a deformação dos materiais tem um custo energético (produção de ruído, aquecimento,...).

Convém notar que este caso, choque parcialmente elástico, está bastante "fora da moda" dos vestibulares, optamos por inseri-lo por uma questão de observar todos os casos possíveis.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Duas esferas de plástico de 1kg estão se deslocando com velocidades opostas de 10m/s e se chocam frontalmente. O coeficiente de restituição para este choque de 0,1. Calcule a variação da energia mecânica que ocorre neste choque.

Solução

$$e = \frac{v_{af}}{v_{ap}} \Rightarrow e = \frac{v_A + v_B}{v_{A0} + v_{B0}} \Rightarrow 0{,}1 = \frac{v_A + v_B}{20\,m/s}$$

$$v_A + v_B = 2\,m/s$$

$$\vec{Q}_{ANTES} = \vec{Q}_{DEPOIS}$$

$$m\vec{v}_{A0} + m\vec{v}_{B0} = m\vec{v}_A + m\vec{v}_B \Rightarrow +v_{A0} - v_{B0} = -v_A + v_B$$

$$v_B - v_A = 0$$

E, portanto, temos o sistema de equações:

$$\begin{cases} v_B - v_A = 0 \\ v_B + v_A = 2\,m/s \end{cases} \Rightarrow v_B = v_A = 1\,m/s$$

A energia mecânica consiste apenas em energia cinética. Assim:

$$E_{M\,ANTES} = Ec_{ANTES} = \frac{m}{2}v_{A0}^2 + \frac{m}{2}v_{B0}^2 = 2\frac{1kg}{2}\left(10\,m/s\right)^2 = 100J$$

$$E_{M\,DEPOIS} = Ec_{DEPOIS} = \frac{m}{2}v_A^2 + \frac{m}{2}v_B^2 = 2\frac{1kg}{2}\left(1\,m/s\right)^2 = 1J$$

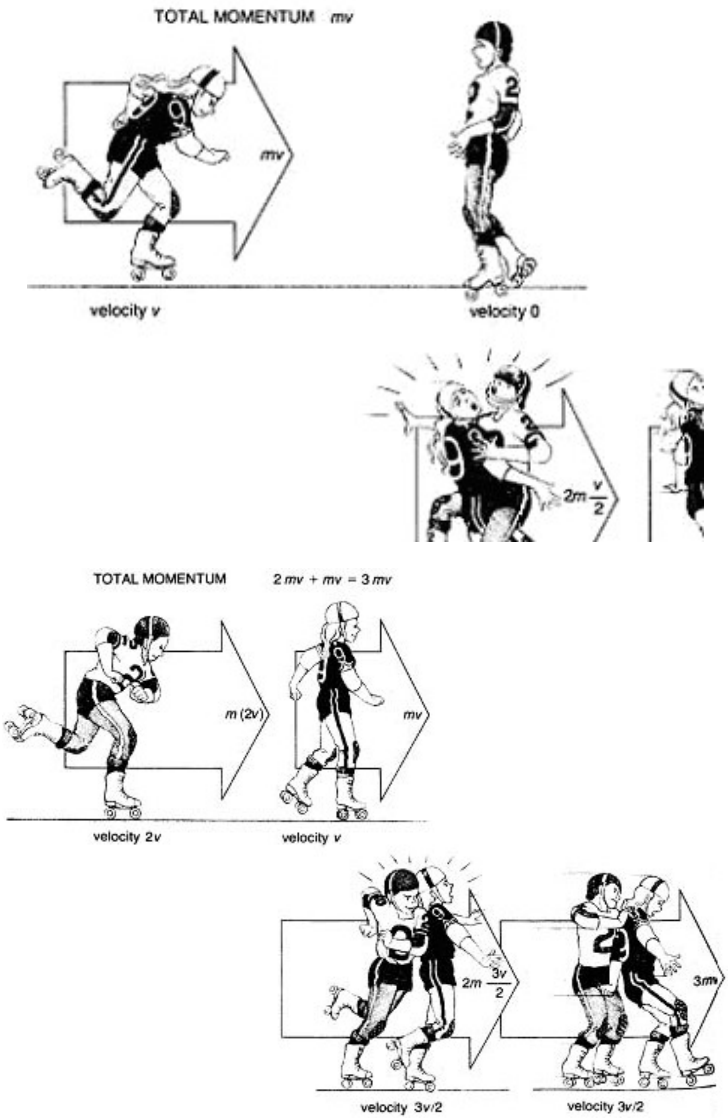
$$\Delta E_M = E_{M\,DEPOIS} - E_{M\,ANTES} \Rightarrow \Delta E_M = -99J$$

Houve, portanto, uma perda de 99J dos 100J disponíveis inicialmente com esse coeficiente de restituição.

7. CHOQUE INELÁSTICO

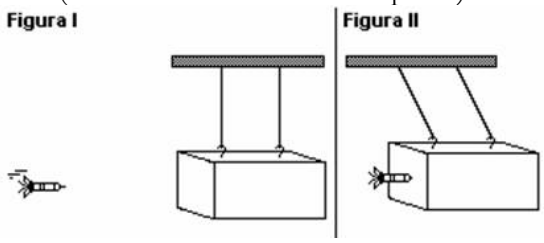
Choque Inelástico é aquele onde os corpos permanecem unidos após o contato. Este tipo de choque viola a conservação da energia mecânica também. Note, ainda, que o caso Inelástico o coeficiente de restituição vale 0.

As possibilidades de choques inelásticos são representadas nas figuras a seguir, onde são representadas as quantidades de movimento e utilizado o princípio de conservação.



(extraídas, juntamente com a primeira figura desta seção da página eletrônica da professora Emiko Okuno (IFUSP), "Física dá futebol".
http://futebol.incubadora.fapesp.br/portal/conceitos/LeiDeConserva_c3_a7_c3_a3oDaQuantidadeDeMovimentoLinear).
(extraído do vestibular UFMG/2006)

Também é clássico um problema de um projétil que penetra um alvo suspenso por cordas. Conhecendo-se o desnível entre as posições final e inicial do alvo é possível determinar a velocidade da bala (ver Exercícios no final do capítulo).



8. SUMÁRIO DE CHOQUES:

Sumarizemos os choques **Elástico**, **Parcialmente Elástico** e **Inelástico** em termos das quantidades: e (coeficiente de restituição), E_c (energia cinética) – antes e depois – e Q (Quantidade de movimento) – antes e depois.

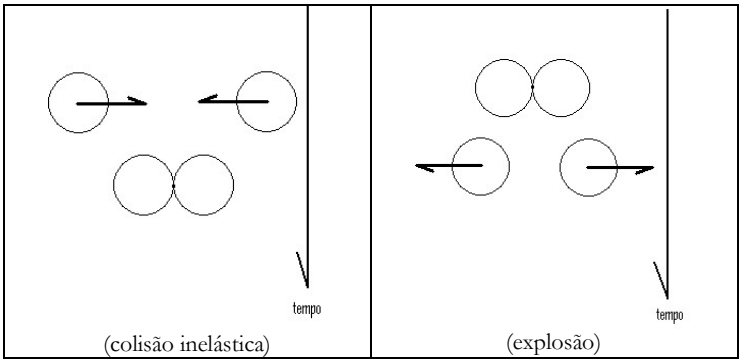
Tipo	e	Ec	Q
Elástico	1	Ec(antes) = Ec(depois)	Q(antes) = Q(depois)
Parcialmente Elástico	0< e < 1	Ec(antes) > Ec(depois)	Q(antes) = Q(depois)
Inelástico	0	Ec(antes) > Ec(depois)	Q(antes) = Q(depois)

No **apêndice D** mostramos o resultado e=1, usando a conservação da energia juntamente com a conservação da quantidade de movimento.

Na próxima seção estudaremos o caso onde não temos propriamente choques, mas explosões, que não está exatamente contida nesta tabela.

9. BOMBAS

As situação do encontro entre dois corpos formando único bloco após o contato mecânico é equivalente matematicamente à situação onde um único corpo se dividiria após um certo instante em duas partes, como na explosão de uma bomba, afinal as categorias "antes" e "depois" não influenciam matematicamente o resultado por si (isso recebe o nome de "simetria por inversão temporal"), afinal a igualdade se mantém equivalente em ambos os casos.



(colisão inelástica) (explosão)

No caso da bomba se faz evidente a violação da conservação da energia mecânica já que um artefato parado em seguida se torne dois fragmentos com determinadas velocidades. Aqui fica claro que a energia para o movimento dos fragmentos viria da energia liberada na combustão da pólvora encerrada dentro do artefato. Para este caso teríamos Ec(antes) < Ec(depois), que o exclui da tabela anterior, assim como sendo a velocidade relativa de aproximação nula não define-se coeficiente de restituição para este caso.

10. BOLINHAS PRESAS POR FIOS: BRINQUEDINHO.

Considere o "brinquedo" abaixo, as esferas são idênticas. Se não houvesse perdas de energia ao soltarmos uma bolinha de determinado ângulo esta ficaria parada na posição de encontro, transferindo toda a quantidade de movimento e toda a energia cinética para a outra que ao subir à uma posição simétrica voltaria a chocar-se com a primeira esfera e esta por conseguinte subiria ao ângulo onde inicialmente foi solta reiniciando o ciclo.

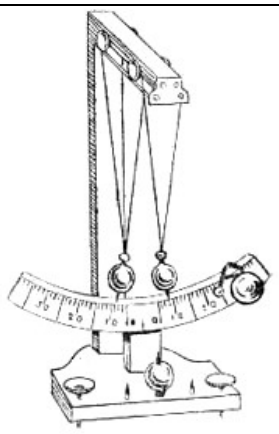
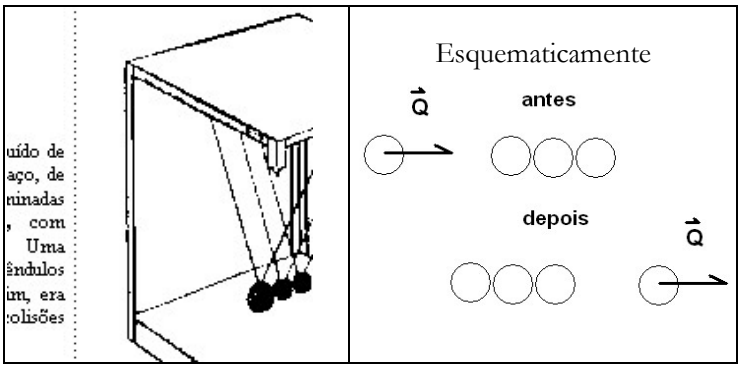


Fig. 28.

Como, entretanto, no "mundo real" existe produção de som e deformação das esferas este ciclo se repete com amplitudes cada vez menores (perda de energia a cada ciclo) até que as esferas acabam em repouso após um tempo finito.

Com mais bolinhas idênticas a situação se repetiria envolvendo as esferas das extremidades, a esfera central apenas atuaria transferindo o momento e a energia entre aquelas mais externas.



EXERCICIOS

1) Uma ema pesa aproximadamente 360 N e consegue desenvolver uma velocidade de 60 km/h, o que lhe confere uma quantidade de movimento linear, em kg.m/s, de
a) 36.
b) 360.
c) 600.
d) 2 160.
e) 3 600.

Dado: aceleração da gravidade = 10 m/s²

2) (Unifesp) Uma esfera de massa 20g atinge uma parede rígida com velocidade de 4,0m/s e volta na mesma direção com velocidade de 3,0m/s. O impulso da força exercida pela parede sobre a esfera, em N.s, é, em módulo, de
a) 0,020
b) 0,040
c) 0,10
d) 0,14
e) 0,70

3) (Fatec) Num certo instante, um corpo em movimento tem energia cinética de 100 joules, enquanto o módulo de sua quantidade de movimento é 40kg.m/s.. A massa do corpo, em kg, é
a) 5,0
b) 8,0
c) 10
d) 16
e) 20

4) (Uff) Pular corda é uma atividade que complementa o condicionamento físico de muitos atletas. Suponha que um boxeador exerça no chão uma força média de 1,0 x 10¥ N, ao se erguer pulando corda. Em cada pulo, ele fica em contato com o chão por 2,0 x 10-£ s.

Na situação dada, o impulso que o chão exerce sobre o boxeador, a cada pulo, é:
a) 4,0 Ns
b) 1,0 x 10 Ns
c) 2,0 x 10^2 Ns
d) 4,0 x 10^3 Ns
e) 5,0 x 10^5 Ns

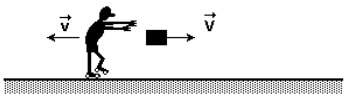
5) (Puc)Uma pessoa pula de um muro, atingindo o chão, horizontal, com velocidade de 4,0m/s, na vertical. Se ela dobrar pouco os joelhos, sua queda é amortecida em 0,020s e, dobrando mais os joelhos, consegue amortecer a queda em 0,100s. O módulo da aceleração média da pessoa, em cada caso, é, respectivamente,
a) 2,0 m/s² e 4,0 m/s²
b) 20 m/s² e 4,0 m/s²
c) 20 m/s² e 40 m/s²
d) 200 m/s² e 4,0 m/s²
e) 200 m/s ²e 40 m/s²

6) (Mack) Um atirador, com uma metralhadora, pode resistir a uma força média de recuo de, no máximo, 160N. As balas têm massa 40 g cada uma e saem da metralhadora com velocidade de 800m/s. O número máximo de projéteis que podem ser atirados por segundo é:
a) 16.
b) 10.
c) 8.
d) 5.
e) 4.

7) (Unesp) Uma nave espacial de 10¤kg se movimenta, livre de quaisquer forças, com velocidade constante de 1m/s, em relação a um referencial inercial. Necessitando pará-la, o centro de controle decidiu acionar um dos motores auxiliares, que fornecerá uma força constante de 200N, na mesma direção, mas em sentido contrário ao do movimento. Esse motor deverá ser programado para funcionar durante:
a) 1s.
b) 2s.
c) 4s.
d) 5s.
e) 10s.

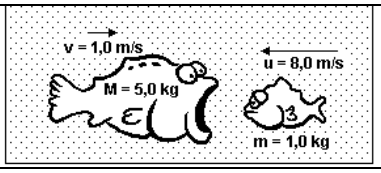
8) (Mack)Um caminhão a 90 km/h colide com a traseira de um automóvel que viaja com movimento de mesmo sentido e velocidade 54 km/h. A massa do caminhão é o triplo da massa do automóvel. Imediatamente após a colisão, os dois veículos caminham juntos, com velocidade de:
a) 66 km/h
b) 68 km/h
c) 72 km/h
d) 78 km/h
e) 81 km/h

9) Um patinador de 65 kg, em repouso, arremessa um peso de 5,0 kg, horizontalmente para frente. A velocidade do peso em relação ao patinador é de 3,5 m/s no instante do arremesso. Calcule o módulo da velocidade em relação à Terra, adquirida pelo patinador, em cm/s. Despreze o atrito entre os patins e o piso

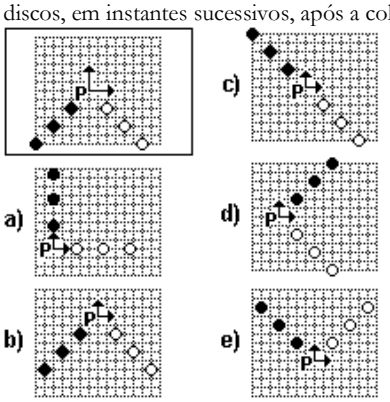


10) (Ufpi) Na figura abaixo, o peixe maior, de massa M=5,0kg, nada para a direita a uma velocidade v=1,0m/s e o peixe menor, de massa m=1,0kg, se aproxima dele a uma velocidade u=8,0m/s, para a esquerda. Após engolir o peixe menor, o peixe maior terá uma velocidade de (despreze qualquer efeito de resistência da água):

a) 0,50 m/s, para a esquerda
b) 1,0 m/s, para a esquerda
c) nula
d) 0,50 m/s, para a direita
e) 1,0 m/s, para a direita

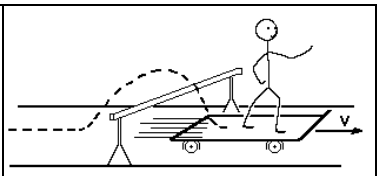


11) Dois pequenos discos, de massas iguais, são lançados sobre uma superfície plana e horizontal, sem atrito, com velocidades de módulos iguais. A figura a seguir registra a posição dos discos, vistos de cima, em intervalos de tempo sucessivos e iguais, antes de colidirem, próximo ao ponto P. Dentre as possibilidades representadas, aquela que pode corresponder às posições dos discos, em instantes sucessivos, após a colisão, é



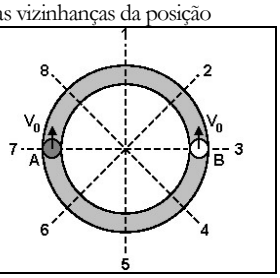
12) (Fuvest) Um menino de 40kg está sobre um skate que se move com velocidade constante de 3,0m/s numa trajetória retilínea e horizontal. Defronte de um obstáculo ele salta e após 1,0s cai sobre o skate que durante todo tempo mantém a velocidade de 3,0m/s.

Desprezando-se eventuais forças de atrito, pede-se:
a) a altura que o menino atingiu no seu salto, tomando como referência a base do skate.
b) a quantidade de movimento do menino no ponto mais alto de sua trajetória



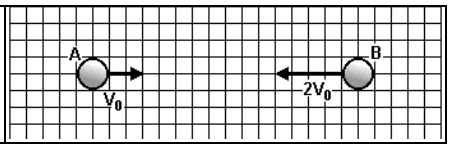
13) (Fuvest 2005) Em uma canaleta circular, plana e horizontal, podem deslizar duas pequenas bolas A e B, com massas MA = 3 MB, que são lançadas uma contra a outra, com igual velocidade Vo, a partir das posições indicadas. Após o primeiro choque entre elas (em 1), que não é elástico, as duas passam a movimentar-se no sentido horário, sendo que a bola B mantém o módulo de sua velocidade Vo. Pode-se concluir que o próximo choque entre elas ocorrerá nas vizinhanças da posição

a) 3
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8



14) (Fuvest) Dois discos, A e B, de mesma massa M, deslocam-se com velocidades $V_A = V_0$ e $V_B = 2V_0$, como na figura, vindo a chocar-se um contra o outro. Após o choque, que não é elástico, o disco B permanece parado. Sendo E_1 a energia cinética total inicial (E_1= 5 x (1/2 MV V_0^2)), a energia cinética total E_2, após o choque, é

a) $E_2 = E_1$
b) $E_2 = 0,8\ E_1$
c) $E_2 = 0,4\ E_1$
d) $E_2 = 0,2\ E_1$
e) $E_2 = 0$



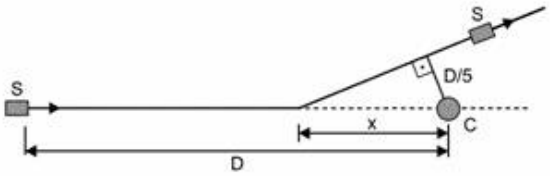
15) (Fuvest)Um vagão A, de massa 10.000kg, move-se com velocidade igual a 0,4m/s sobre trilhos horizontais sem atrito até colidir com outro vagão B, de massa 20.000kg, inicialmente em repouso. Após a colisão, o vagão A fica parado. A energia cinética final do vagão B vale:
a) 100J.
b) 200J.
c) 400J.
d) 800J.
e) 1600J.

16) (Unesp)Uma esfera, A, de massa mA, movendo-se com velocidade de 2,0m/s ao longo de uma direção x, colide frontalmente com outra esfera, B, de massa mB em repouso, livres da ação de quaisquer forças externas. Depois da colisão, cada uma das esferas passa a se deslocar com velocidade de 1,0m/s na direção do eixo x, nos sentidos indicados na figura.Nestas condições, pode-se afirmar que a razão entre as massas é:
a) $(m_A/m_B) = (1/3)$
b) $(m_A/m_B) = (1/2)$
c) $(m_A/m_B) = 1$
d) $(m_A/m_B) = 2$
e) $(m_A/m_B) = 3$

17) (Mack)Um bloco de madeira de massa M = 490g encontra-se em repouso num plano horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é μ= 0,20. Uma bala de massa 10g, com velocidade horizontal v = 400m/s, é atirada contra o bloco, que ao receber o impacto do projétil incorpora-o à sua massa, deslocando-se. Sendo g = 10m/s², a distância D que o conjunto percorre até parar é:
a) 16 m.
b) 8 m.
c) 4 m.
d) 2 m.
e) 1 m.

18) (Fuvest) Uma pessoa dá um piparote(impulso) em um moeda em uma moeda de 6g que se encontra em uma mesa horizontal. A moeda desliza 0,40m em 0.5s e pára.(Adote 10m/s²)
a)o valor da quantidade de movimento inicial da moeda
b) o coeficiente de atrito dinamico entre a moeda e a mesa.

19. (Unesp 2006) A missão "Deep Impact", concluída com sucesso em julho, consistiu em enviar uma sonda ao cometa Tempel, para investigar a composição do seu núcleo. Considere uma missão semelhante, na qual uma sonda espacial S, percorrendo uma trajetória retilínea, aproxima-se do núcleo de um cometa C, com velocidade v constante relativamente ao cometa. Quando se encontra à distância D do cometa, a sonda lança um projétil rumo ao seu núcleo, também em linha reta e com velocidade constante (3v)/2, relativamente ao cometa. No instante em que o projétil atinge seu alvo, a sonda assume nova trajetória retilínea, com a mesma velocidade v, desviando-se do cometa. A aproximação máxima da sonda com o cometa ocorre quando a distância entre eles é D/5, como esquematizado na figura.



Desprezando efeitos gravitacionais do cometa sobre a sonda e o projétil, calcule
a) a distância x da sonda em relação ao núcleo do cometa, no instante em que o projétil atinge o cometa. Apresente a sua resposta em função de D.
b) o instante, medido a partir do lançamento do projétil, em que ocorre a máxima aproximação entre a sonda e o cometa. Dê a resposta em função de D e v.

20. (Unicamp 2004) Uma pesquisa publicada no ano passado identifica um novo recordista de salto em altura entre os seres vivos. Trata-se de um inseto, conhecido como Cigarrinha-da-espuma, cujo salto é de 45 cm de altura.
a) Qual é a velocidade vertical da cigarrinha no início de um salto?
b) O salto é devido a um impulso rápido de 10^{-3}s. Calcule a aceleração média da cigarrinha, que suporta condições extremas, durante o impulso.

21. (Unifesp 2006) Um pescador está em um barco em repouso em um lago de águas tranqüilas. A massa do pescador é de 70 kg; a massa do barco e demais equipamentos nele contidos é de 180 kg.
a) Suponha que o pescador esteja em pé e dê um passo para a proa (dianteira do barco). O que acontece com o barco? Justifique.
(Desconsidere possíveis movimentos oscilatórios e o atrito viscoso entre o barco e a água.)
b) Em um determinado instante, com o barco em repouso em relação à água, o pescador resolve deslocar seu barco para frente com uma única remada. Suponha que o módulo da força média exercida pelos remos sobre a água, para trás, seja de 250 N e o intervalo de tempo em que os remos interagem com a água seja de 2,0 segundos.
Admitindo desprezível o atrito entre o barco e a água, qual a velocidade do barco em relação à água ao final desses 2,0 s?

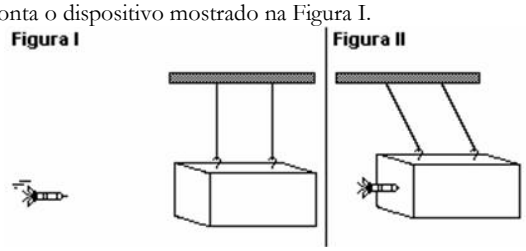
22. (Ufba 2006) No dia 4 de julho de 2005, coincidindo com as comemorações da independência dos Estados Unidos da América, os meios de comunicação de todo o mundo divulgaram o impacto de uma pequena nave, não tripulada, com o cometa Tempel 1. Uma animação do evento foi distribuída às emissoras de televisão e disponibilizada na rede de computadores. Alguns instantâneos dessa animação - apresentados nas figuras I, II e III - mostram respectivamente a nave ao encaminhar-se para o cometa, o instante da colisão e a cratera formada.

No dia seguinte, a imprensa internacional também divulgou que uma astróloga russa entrou com uma ação indenizatória na Justiça americana por perdas e danos. Alegava a referida senhora que a ação americana prejudicou a confiabilidade de seus mapas astrais, no momento em que modificou as condições de movimento de um corpo celeste.

Considere as informações:
- o choque foi frontal e completamente inelástico;
- o cometa, no referencial da nave, movia-se em sua direção com velocidade v(cometa) = 10km/s;
- o cometa, em forma de um paralelepípedo de dimensões 5km × 5km × 10km, tem densidade aproximadamente igual à densidade da água, d(água) = 1kg/litro;
- a nave, com massa igual a 100kg, não transportava explosivos.

Calcule a modificação na velocidade do cometa e faça um comentário sobre a alegação da astróloga russa.

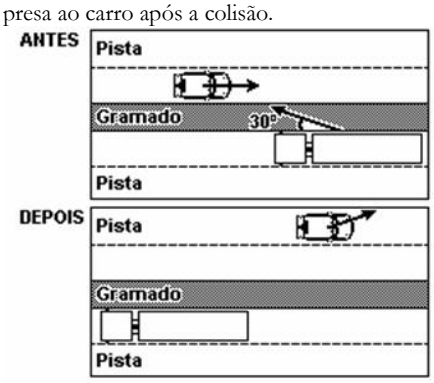
23. (Ufmg 2006) Para determinar a velocidade de lançamento de um dardo, Gabriel monta o dispositivo mostrado na Figura I.



Ele lança o dardo em direção a um bloco de madeira próximo, que se encontra em repouso, suspenso por dois fios verticais. O dardo fixa-se no bloco e o conjunto - dardo e bloco - sobe até uma altura de 20 cm acima da posição inicial do bloco, como mostrado na Figura II. A massa do dardo é 50 g e a do bloco é 100 g. Com base nessas informações,
a) CALCULE a velocidade do conjunto imediatamente após o dardo se fixar no bloco.
b) CALCULE a velocidade de lançamento do dardo.
c) RESPONDA: A energia mecânica do conjunto, na situação mostrada na Figura I, é menor, igual ou maior que a energia do mesmo conjunto na situação mostrada na Figura II ? JUSTIFIQUE sua resposta.

24. (Unesp 2005) Uma partícula A, com massa m = 0,2 kg, colide frontalmente com uma partícula B, com massa maior que a de A, e que inicialmente se encontra em repouso. A colisão é totalmente elástica e a energia cinética final da partícula A cai para 64% de seu valor inicial. Se a velocidade inicial da partícula A for vo = 20,0 m/s, calcule
a) a velocidade final da partícula A.
b) a quantidade de movimento da partícula B após a colisão.

25. (Unicamp 2006) Em uma auto-estrada, por causa da quebra de uma ponta de eixo, a roda de um caminhão desprende-se e vai em direção à outra pista, atingindo um carro que vem em sentido oposto. A roda é lançada com uma velocidade de 72 km/h, formando um ângulo de 30° com a pista, como indicado na figura a seguir. A velocidade do carro antes da colisão é de 90 km/h; a massa do carro é igual a 900 kg e a massa da roda do caminhão é igual a 100 kg. A roda fica presa ao carro após a colisão.



a) Imediatamente após a colisão, qual é a componente da velocidade do carro na direção transversal à pista?
b) Qual é a energia cinética do conjunto carro-roda imediatamente após a colisão? Se for necessário, use: sen 30° = 0,5, cos 30° = 0,87.

HIDROSTÁTICA

Fluido é toda substância que pode escoar. Por isso, os líquidos e os gases são chamados fluidos.

Arquimedes (250 a.C.) foi quem começou a estudar a Mecânica dos Fluidos, analisando as condições de equilíbrio de corpos imersos na água e no ar.

A hidrostática (hidro = água, estática = parada) é a área da física que estuda os líquidos em equilíbrio. Fluidos em movimento são estudados em hidrodinâmica, que não é estudada no ensino médio.

1. MASSA ESPECÍFICA E DENSIDADE

A massa específica e a densidade são grandezas físicas escalares que dão a idéia da concentração de matéria em um determinado corpo, ou seja, o quanto de massa tem um determinado volume.

A massa específica é dada pela razão entre a massa e o volume de uma substância:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

Ao calcular a massa específica de uma substância que compõem um corpo temos que descontar do volume os espaços vazios ou preenchidos com outras substâncias.

Por sua vez, a densidade é definida como a razão entre a massa e o volume de um corpo:

$$d = \frac{m}{V}$$

Ao calcular a densidade de um corpo levamos em conta todo o volume deste corpo, incluindo espaços vazios ou preenchidos por substâncias diferentes.

No SI a massa é medida em *quilograma* (*kg*) e o volume em *metros cúbicos* (m^3), com isso, a unidade tanto da massa específica como da densidade no Sistema Internacional de unidades (SI) é:

$$\frac{[massa]}{[volume]} \xrightarrow{SI} \frac{kg}{m^3}$$

Outras unidades muito utilizadas são o g/cm^3, que corresponde a $1000\, kg/m^3$. Observação: 1 litro = $1dm^3$ = $1000cm^3$.

Quando o corpo é homogêneo e maciço, ou seja, é constituído igualmente por uma substância e não tem espaços vazios em seu interior, a densidade e a massa específica coincidem. Já um corpo oco possui densidade menor do que a massa específica da substância que o constitui.

Podemos nos perguntar como os navios que pesam toneladas conseguem flutuar e uma pedra jogada no mar afunda. Para obter uma resposta temos que levar em conta não apenas a massa do navio e da pedra, mas também seus volumes. Corpos que possuem grandes massas podem ocupar grande volume e possuir uma densidade pequena, como é o caso do navio, que possui densidade menor do que a da água e pode flutuar. A pequena densidade se deve pelo fato de o navio possuir grandes espaços vazios e ter, assim, um grande volume. Se contássemos apenas a massa e o volume do aço da carcaça, teríamos um valor maior do que a densidade da água do mar. Neste caso calcularíamos apenas a densidade da substância aço, ou seja, obteríamos sua massa específica.

As densidades dos materiais podem variar de acordo com a pressão e temperaturas e que estão sujeitos. Sujeita à pressão de 1atm e a temperatura de 4ºC, a densidade da água é 1g/cm3. Isto significa que um cubo de água do tamanho de um dado tem aproximadamente 1g e uma caixa d'água residencial (~1000 litros) tem cerca de uma tonelada.

Nas tabelas abaixo estão os valores das densidades de alguns materiais.

elemento	d (g/cm³)
Alumínio (Al)	2,70
Carbono-diamante (C)	3,50
Ferro (Fé)	7,90
Cobre (Cu)	8,89
Prata (Ag)	10,50
Chumbo (Pb)	11,34
Mercúrio-líquido (Hg)	13,60
Ouro (Au)	19,30

Substâncias comuns	d (g/cm³)
Cortiça	0,22
Acetona	0,792
Parafina	0,90
Glicerina	1,26
Vidro comum	2,60
Aço	7,83
Latão	8,60

Gases	d (g/cm³)
Gás hidrogênio	$0{,}09.10^{-3}$
Gás hélio	$0{,}18.10^{-3}$
Gás metano	$0{,}72.10^{-3}$
Ar	$1{,}29.10^{-3}$
Gás oxigênio	$1{,}43.10^{-3}$
Gás carbônico	$1{,}98.10^{-3}$

Fonte: http://br.geocities.com/saladefisica/medidas/densidade.htm

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Calcule e compare os volumes de dois blocos, ambas com massa igual a 1 kg, sendo que uma é de isopor ($d = 0{,}1 g/cm^3$) e a outra é de chumbo ($d = 11{,}34 g/cm^3$).

Resolução

O volume pode ser obtido diretamente da expressão da densidade,

$$d = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad V = \frac{m}{d}$$

Trabalhando com as unidades utilizadas na densidade (g e cm) a massa de ambas as bolas é de 1000 g, logo

$$V_{isopor} = \frac{1000}{0{,}1} = 10.000cm^3 = 10m^3 \rightarrow 1x1x10metros$$

$$V_{chumbo} = \frac{1000}{11{,}34} = 88{,}2cm^3 = 0{,}882m^3 \rightarrow 1x1x0{,}88metros$$

Se o bloco de chumbo tivesse uma base de 1 metro x 1 metro, teria uma altura de 88 cm. Já o isopor, com a mesma base, teria uma altura de 10 metros.

2. PRESSÃO

O conceito de pressão pode ser relacionado com a capacidade de perfurar. Não é a força quem determina esta capacidade e sim a sua relação com a área em que está sendo aplicada. Quanto menor a área maior será a capacidade de perfurar, ou seja, maior a pressão.

Agulhas, flechas, pregos e facas afiados são excelentes objetos perfurantes, pois sua área de contato é muito pequena produzindo altas pressões sem necessidade de muita força. Já um caminhão carregado estacionado em uma plataforma de madeira, por exemplo, exerce uma força muito grande na plataforma

devido ao seu peso, porém a pressão exercida não é tão grande. Isso por que a área de contato dos pneus do caminhão com a plataforma é grande. Assim, a pressão que o caminhão exerce na plataforma é baixa se comparada com a pressão que um prego exerce ao ser pregado na mesma madeira, por exemplo.

A pressão média em uma certa região depende não só da força que está sendo exercida sobre uma superfície, mas também da área dessa superfície em que esta força está se distribuindo. A pressão é, então, definida pela razão entre a força normal pela área em que a força foi aplicada:

$$pressão = \frac{força}{área} \quad \rightarrow \quad p = \frac{F}{A}$$

É importante ressaltar que apenas a força aplicada perpendicular à superfície (força normal) influencia na pressão, caso esteja "inclinada" devemos considerar apenas a componente perpendicular.

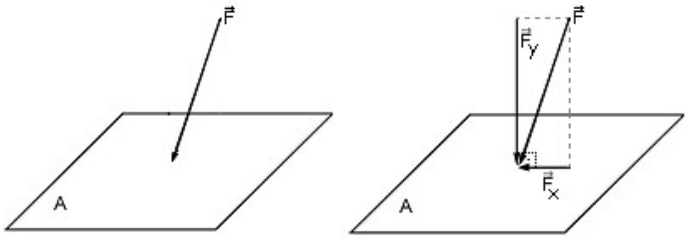


Figura 1: Representação do vetor força que está sendo aplicada em toda a superfície A. Consideramos apenas a componente vertical F_y da força para calcular a pressão: $p = \frac{F_y}{A}$.

No sistema internacional de unidades (SI) a força é medida em *Newton* (*N*) e a *área* em *metro quadrado* (m^2), assim a unidade de pressão é:

$$[pressão] = \frac{[força]}{[área]} \xrightarrow{SI} \frac{N}{m^2} = Pa \text{ (Pascal)}.$$

Outras unidades utilizadas e suas conversões para o SI estão relacionadas na tabela a seguir:

	atmosfera	lb por ft²	cm de Hg	Pascal
1 atm =	1	2116	75,99	$1{,}013.10^5$
1 lb/ft² =	$4{,}725.10^{-4}$	1	$3{,}591.10^{-2}$	47,88
1 cmHg =	$1{,}316.10^{-2}$	27,85	1	1333
1 Pa =	$9{,}869.10^{-6}$	$2{,}089.10^{-2}$	$7{,}501.10^{-4}$	1

Conversão entre unidades de pressão

O nome Pascal (Pa) utilizado para a unidade de pressão foi dado em homenagem ao físico, matemático e filósofo religioso francês Blaise **Pascal** (1623-1662), que foi um grande estudioso de fluidos, pressão e vácuo.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Estime e compare a pressão exercida sobre o chão pelas patas de um elefante e pelos dedos de um bailarino sobre a ponta do pé.

Resolução

Vamos considerar que a massa do elefante é de uma tonelada e que a área de cada pata equivale a de uma circunferência de 10*cm* de raio.

A pressão é definida por:

$$\text{pressão} = \frac{\text{Força}}{\text{Área}} \rightarrow p = \frac{F}{A}$$

sendo que a força é o próprio peso do elefante, que age perpendicular, logo

$$F = \text{Peso} = \text{massa} \times \text{gravidade} \rightarrow F = mg.$$

Usando as unidades no SI e considerando a gravidade $g = 10\, m/s^2$, temos

$$m = 1ton = 1000kg = 10^3 kg$$
$$F = mg = 10^3.10 = 10^4 N$$

A área de cada pata é dada por:

$$A = \pi.r^2 \quad \rightarrow \quad A = 3{,}14.(0{,}1)^2 = 3{,}14.10^{-2} m^2.$$

Substituindo na expressão da pressão e considerando que o elefante está se apoiando sobre as quatro patas temos,

$$p_{elefante} = \frac{10^4 N}{4 \times 3{,}14.10^{-2} m^2} \quad \rightarrow \quad p_{elefante} = 8{,}06.10^4 Pa$$

Para o bailarino vamos considerar que sua massa é de 60 kg e que a ponta de seu pé é equivalente a uma circunferência de 1*cm* de raio. De forma análoga ao cálculo realizado para o elefante temos:

$$m = 60kg \quad \rightarrow \quad F = 60.10 = 600N$$
$$A = \pi.r^2 = 3{,}14.(0{,}01)^2 = 3{,}14.10^{-4} m^2$$
$$p_{bailarino} = \frac{600N}{3{,}14.10^{-4}} \quad \rightarrow \quad p_{bailarino} = 194.10^4 Pa$$

Comparando as duas pressões temos:

$$\frac{p_{bailarino}}{p_{elefante}} = \frac{194.14^4}{8{,}06.10^4} = 24 \quad \rightarrow \quad p_{bailarino} = 24 p_{elefante}.$$

Ou seja, apesar do bailarino ser bem mais leve que o elefante, sua pressão, quando está na ponta do pé (um pé apenas), é cerca de 24 vezes maior!

3. PRESSÃO EXERCIDA POR FLUIDOS

Quando entramos em uma piscina ou num lago ou no mar, percebemos o efeito da pressão da água em nosso corpo, e quando mergulhamos, sentimos mais sensivelmente em nossos ouvidos. Também quando subimos ou descemos a serra podemos sentir em nossos ouvidos menor ou maior pressão do ar.

Todos os fluidos exercem pressão. Para calcular a pressão exercida por um fluido temos que considerar a força que ele exerce sobre uma determinada área. Mas veremos que para este cálculo não importa o volume ou a massa do fluido nem a área na qual está sendo exercida a pressão pelo fluido.

Vamos começar estudando um caso mais simples: a pressão exercida por uma coluna líquida.

PRESSÃO EXERCIDA POR UMA COLUNA LÍQUIDA

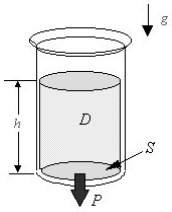
A figura ao lado representa o efeito de dois furos em uma garrafa cheia de água. Observe que no furo superior a pressão do jato é menor do que no furo mais abaixo.

Isto acontece porque a pressão é maior quanto maior for a altura da coluna de líquido acima e a relação que descreve isto é:

$$p = d.g.h,$$

sendo d a densidade do líquido, g a aceleração da gravidade local e h a altura da coluna de líquido acima do lugar onde se mede a pressão.

Esta expressão pode ser deduzida a partir da análise da força peso do líquido na base de um recipiente, por exemplo, cilíndrico conforme a figura ao lado. O peso de uma coluna de líquido de altura h é:



$$P = mg \quad \text{como } d = \frac{m}{V} \rightarrow m = d.V \text{, temos: } \quad P = d.V.g$$

$$\text{O volume } V \text{ é dado por: } V = A.h \text{ , assim: } A = \frac{V}{h}$$

$$\text{Calculando a pressão, temos:}$$

$$p = \frac{F}{A} \rightarrow p = \frac{P}{A} = \frac{d.V.g}{V/h} \rightarrow p = d.g.h$$

Observe que a pressão depende da altura da coluna, não importando seu volume, massa ou forma do recipiente que o líquido ocupa. Ou seja, recipientes com formas e volumes diferente, mas com a mesma altura de líquido, exercem mesma pressão sobre base.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Suponha que você está na superfície de uma lagoa e mergulha a 5 metros de profundidade. Considerando a densidade da água constante e igual $1g/cm^3$ e a gravidade local igual a $10m/s^2$, calcule a pressão exercida pela água acima de você e compare com a pressão atmosférica na superfície. Lembre-se que 1atm~10^5Pa.

Resolução

A pressão pode ser calculada por,

$$p = d.g.h$$

sendo $d = 1g/cm^3 = 1000kg/m^3$, $g = 10m/s^2$ e $h = 5m$, temos

$$p = 1000.10.5 = 50000 = 0,5.10^5\,Pa = 0,5atm$$

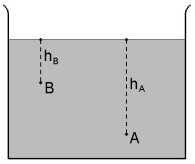
Se a superfície da lagoa estiver a uma altitude próxima ao nível do mar, sua pressão será de $1atm$. Ou seja, a $5m$ de profundidade sentimos um adicional na pressão externa equivalente à metade da pressão atmosférica e, portanto, a cada $10m$ que se mergulha, a pressão sofre um acréscimo de $1atm$.

TEOREMA DE STEVIN

O físico e matemático flamengo Simon Stevin (1548-1620) estudou a pressão no interior de líquidos e seus estudos foram resumidos num teorema que leva seu nome, também chamado de Teorema Fundamental da Hidrostática. Este teorema relaciona a diferença de pressão exercida em dois pontos no interior de um líquido em equilíbrio com a diferença de altura desses pontos. Acompanhemos o raciocínio abaixo:

Sendo d a densidade do líquido em repouso contido num recipiente, como mostra a figura abaixo, e h_A e h_B as profundidades respectivas dos pontos A e B em relação à superfície do líquido, as pressões devido à coluna de líquido nestes pontos serão:

$$p_B = d.g.h_B$$
e
$$p_A = d.g.h_A$$



A diferença de pressão entre estes pontos, então, será:

$$p_A - p_B = d.g.h_A - d.g.h_B$$

$$p_A - p_B = d.g.(h_A - h_B) \quad \rightarrow \quad p_A - p_B = d.g.\Delta h$$

que depende da diferença na profundidades Δh.

A pressão no ponto A pode ser, então, calculada pela diferença de pressão entre A e B:

$$p_A = p_B + d.g.\Delta h$$

Lembre-se que as superfícies podem estar sob alguma pressão, como nos lagos, rios, mares que estão sob a pressão atmosférica. Nestes casos, a pressão em algum ponto do líquido é a soma da pressão na superfície com a pressão devido à coluna. A pressão no ponto A fica:

$$p_A = p_B + d.g.\Delta h + \textit{pressão atmosférica}$$

ou simplesmente:

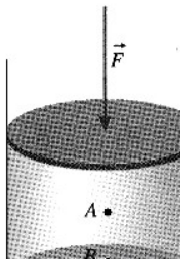
$$p_A = d.g.h_A + \textit{pressão atmosférica}$$

NOTE: a densidade do líquido d, nestes casos, coincide com a massa específica μ.

4. PRINCÍPIO DE PASCAL

Quando exercemos uma pressão sobre um fluido incompressível (que não muda o volume) esta se transmite igualmente em todas as direções. Com isso, em todos os pontos, inclusive nas paredes do recipiente, haverá um acréscimo de pressão igual à exercida.

Considere um líquido dentro de um recipiente com uma tampa móvel (êmbolo), conforme a figura ao lado, em que as pressões nos pontos A e B sejam, respectivamente, $0,8atm$ e $1,2atm$. Se aplicarmos uma força através do embolo, produzindo uma pressão de $1atm$, todo o líquido sofrerá igual acréscimo e a pressão nos pontos A e B será, respectivamente, $1,8atm$ e $2,2atm$..



Este princípio de transmissão da pressão é utilizado na construção de ferramentas que ampliam ou reduzem as forças aplicadas, tais como: macacos, prensas, guinchos e amortecedores hidráulicos.

A força sobre a alavanca do macaco hidráulico é muito pequena se comparada com a força transmitida que eleva o automóvel. Este mecanismo pode ser entendido considerando-se o Princípio de Pascal, que é o princípio da transmissão da pressão em um fluido.

As ferramentas hidráulicas são construídas com dois êmbolos (ou pistões) com áreas bem diferentes, conectados por um recipiente que contém um líquido incompressível (veja a figura abaixo). No macaco hidráulico, a força aplicada sobre a alavanca empurra o êmbolo com pequena área, produzindo uma alta pressão sobre o líquido. Esta pressão é transmitida para todo o líquido, até atingir o segundo êmbolo, que tem área bem maior. A pressão exercida neste êmbolo é convertida em força sobre o automóvel. Esta força, se comparada com a força inicialmente exercida no pistão menor, é consideravelmente ampliada.

Conforme o Princípio de Pascal, a pressão em ambos os êmbolos são iguais, pois é apenas transmitida:

$$p_1 = p_2 \qquad \rightarrow \qquad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

ou seja, a proporção entre as áreas determina a proporção entre as forças. Por exemplo:

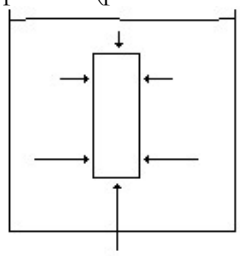
- se $A_2 = 2.A_1 \rightarrow F_2 = 2.F_1$. A força duplica;
- se $A_2 = \frac{A_1}{2} \rightarrow F_2 = \frac{F_1}{2}$. A força reduz para a metade;
- se $A_2 = A_1 \rightarrow F_2 = F_1$. A força permanece igual.

Lembre-se! Numa circunferência a área é proporcional ao quadrado do raio ($A = \pi r^2$) e, se o raio é três vezes maior, a força transmitida será nove vezes maior. O mesmo acontece com o diâmetro. Mostre isso!

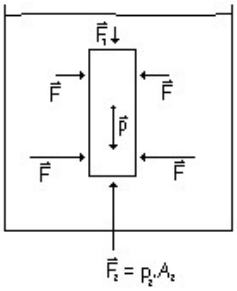
5. TEOREMA DE ARQUIMEDES (EMPUXO)

Alguns objetos quando colocados na água afundam e outros flutuam. Por que isso acontece? Para responder essa pergunta temos que analisar o que fisicamente acontece com um objeto quando colocado na água, ou seja, quais forças atuam sobre o objeto.

Todo corpo imerso em um fluido recebe pressão em todas as direções. E, conforme o teorema de Stevin, quanto maior a altura em relação à superfície (profundidade), maior a pressão.



Se analisarmos as forças presentes no sistema, temos as forças devido à pressão do fluido e a força peso do objeto:



As forças horizontais (eixo x) se cancelam aos pares, pois têm mesma direção, intensidade e sentidos opostos. Já as forças verticais (eixo y) não se cancelam. A força vertical resultante é dada por:

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P}$$

Reescrevendo esta equação de forma não-vetorial, temos:

$$F_{res} = F_2 - F_1 - P$$

As forças devido à pressão, F1 e F2, podem ser escritas como:

$$F_1 = p_1.A_1 \qquad \text{e} \qquad F_2 = p_2.A_2$$

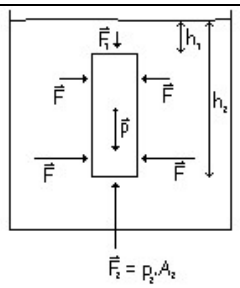
A força resultante fica então:

$$F_{res} = p_2 A_2 - p_1 A_1 - P$$

Para facilitar nossas contas, vamos considerar que o objeto seja um cilindro. Assim as áreas A1 e A2 são iguais. Portanto:

$$F_{res} = p_2 A - p_1 A - P \qquad \rightarrow \qquad F_{res} = A.(p_2 - p_1) - P$$

A diferença de pressão exercida por um fluido em dois pontos é definida pelo teorema de Stevin como:



$$p_2 - p_1 = d.g.\Delta h$$

Assim, substituindo na força resultante:

$$F_{res} = (d.g.\Delta h).A - P \qquad \rightarrow \qquad F_{res} = d.g.\Delta h.A - P$$

Mas Δh.A é a área da base vezes a altura do cilindro, ou seja, seu volume V. Assim, chegamos à seguinte expressão para a força resultante:

$$F_{res} = d.g.V - P$$

A expressão d.g.V é a parcela da força sobre o objeto exercida pelo fluido. Esta força é chamada de força de empuxo.

$$F_{res} = E - P$$

Mas porque alguns objetos flutuam e outros afundam quando colocados, por exemplo, na água?

Uma bola cheia de ar colocada dentro de uma piscina com água, flutua. Percebemos que aparece uma força que empurra a bola para cima. Esta força é o empuxo.

Quando o peso do objeto é menor que a força de empuxo, a força resultante é positiva, ou seja, aponta para cima, e o objeto então sobe, flutua:

- Se $E > P$, então a $F_{res} > 0$ e o corpo sobe, flutua.
- Se $E < P$, então a $F_{res} < 0$ e o corpo desce, afunda.
- Se $E = P$, então a $F_{res} = 0$ e o corpo fica parado, em equilíbrio.

Arquimedes verificou que o empuxo é igual ao peso do volume da água que foi deslocado pelo objeto (Vdesl).

$$E = P_{desl} = m_{desl} \cdot g \xrightarrow{m=d.V} E = d_{líq} . V_{desl} \cdot g$$

onde $d_{líq}$ é a densidade do líquido e g a aceleração da gravidade.

Note que P_{desl} é o peso do líquido deslocado e não do objeto, como na expressão da força resultante!

Se, por exemplo, a bola está completamente submersa na água, o volume deslocado da água é o próprio volume da bola. O peso da água deslocada pela bola é maior que o próprio peso da bola. Nesta condição, o empuxo será maior que o peso da bola e, por isso, ela sobe.

Analisando a condição de equilíbrio (Fres=0) do corpo completamente submerso (Vdesl = Vcorpo) temos:

$$F_{res} = 0 \quad \rightarrow \quad |P| = |E|$$

$$\underbrace{d_{corpo} . V_{corpo} \cdot g}_{|P|} = \underbrace{d_{líq} . V_{desl} \cdot g}_{|E|} \xrightarrow{V_{desl} = V_{corpo}} d_{corpo} = d_{líq}$$

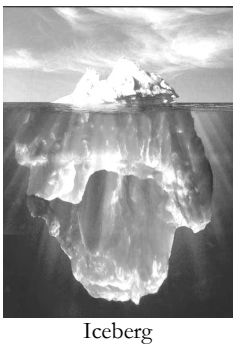
Assim, o fator determinante da condição de equilíbrio é a relação entre as densidades do líquido (dlíq) e do corpo (dcorpo).

- Se $d_{corpo} < d_{líq}$, o corpo flutua.
- Se $d_{corpo} > d_{líq}$, o corpo afunda.
- Se $d_{corpo} = d_{líq}$, o corpo permanece em equilíbrio.

Os submarinos utilizam este princípio para se locomover dentro dos mares, variando sua densidade com a adição ou retirada de água de compartimentos internos, respectivamente, aumentando ou diminuindo sua densidade.

O equilíbrio de objetos menos densos que os líquidos acontece na superfície em que ficam parcialmente imersos. Nesta situação volume deslocado é menor que o volume do corpo, compensando a diferença na densidade.

Madeiras na água



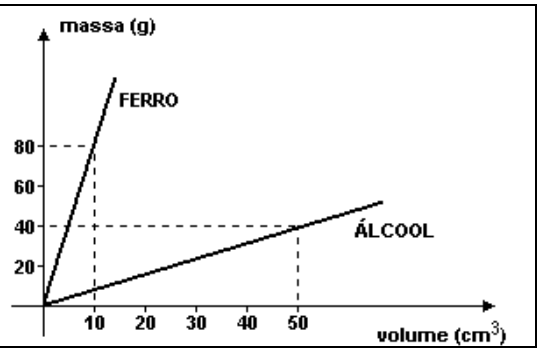
Iceberg

EXERCÍCIOS

1) A razão entre a massa e o volume de uma substância, ou seja, a sua massa específica, depende da temperatura. A seguir, são apresentadas as curvas aproximadas da massa em função do volume para o álcool e para o ferro, ambos à temperatura de 0°C.

Considere p_f massa específica do ferro e p_a a massa específica do álcool. De acordo com o gráfico, a razão p_f / p_a é igual a:

a) 4
b) 8
c) 10
d) 20



2) (UFRS)Três cubos A, B e C, maciços e homogêneos, têm o mesmo volume de $1cm^3$. As massas desses cubos são, respectivamente, 5g, 2g e 0,5g. Em qual das alternativas os cubos aparecem em ordem crescente de massa específica?

a) A, B e C
b) C, B e A
c) A, C e B
d) C, A e B
e) B, A e C

3) (Enem)A gasolina é vendida por litro, mas em sua utilização como combustível, a massa é o que importa. Um aumento da temperatura do ambiente leva a um aumento no volume da gasolina. Para diminuir os efeitos práticos dessa variação, os tanques dos postos de gasolina são subterrâneos. Se os tanques NÃO fossem subterrâneos:

I. Você levaria vantagem ao abastecer o carro na hora mais quente do dia pois estaria comprando mais massa por litro de combustível.

II. Abastecendo com a temperatura mais baixa, você estaria comprando mais massa de combustível para cada litro.

III. Se a gasolina fosse vendida por kg em vez de por litro, o problema comercial decorrente da dilatação da gasolina estaria resolvido.

Destas considerações, somente

a) I é correta.
b) II é correta
c) III é correta
d) I e II são corretas.
e) II e III são corretas.

4) (Uel) Uma pessoa de massa 60kg está sentada em uma cadeira que tem área de contato com seu corpo de $800cm^2$. A pressão média exercida no assento da cadeira é, no Sistema Internacional de Unidades,

Dado: $g = 10m/s^2$

a) $7,5.10^2$
b) $4,8.10^3$
c) $7,5.10^3$
d) $4,8.10^4$
e) $7,5. 10^4$

5) (Unesp) Uma jovem de 60kg está em pé sobre o assoalho de uma sala, observando um quadro.

a) Considerando a aceleração da gravidade igual a $10m/s^2$, determine a força F que ela exerce sobre o assoalho.

b) A jovem está usando sapatos de saltos e a área da base de cada salto é igual a $1,0cm^2$. Supondo que um dos saltos suporte 1/3 do peso da jovem, determine a pressão p, em N/m^2, que este salto exerce sobre o assoalho.

6) (Ufpe) O casco de um submarino suporta uma pressão externa de até 12,0atm sem se romper. Se, por acidente, o submarino afundar no mar, a que profundidade, em metros, o casco se romperá?
a) 100
b) 110
c) 120
d) 130
e) 140

7) (Fuvest) Um avião que voa a grande altura é pressurizado para conforto dos passageiros. Para evitar sua explosão é estabelecido o limite máximo de 0,5 atmosfera para a diferença entre a pressão interna no avião e a externa. O gráfico representa a pressão atmosférica P em função da altura H acima do nível mar. Se o avião voa a uma altura de 7.000 metros e é pressurizado até o limite, os passageiros ficam sujeitos a uma pressão igual à que reina na atmosfera a uma altura de aproximadamente

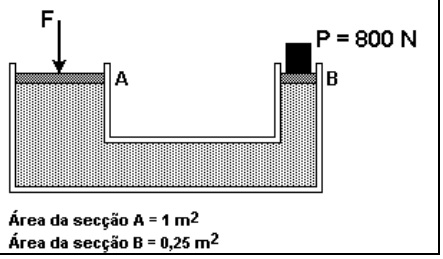
a) 0 m
b) 1.000 m
c) 2.000 m
d) 5.500 m
e) 7.000 m

8) (Fuvest) A janela retangular de um avião, cuja cabine é pressurizada, mede 0,5 m por 0,25 m. Quando o avião está voando a uma certa altitude, a pressão em seu interior é de, aproximadamente, 1,0 atm, enquanto a pressão ambiente fora do avião é de 0,60 atm. Nessas condições, a janela está sujeita a uma força, dirigida de dentro para fora, igual ao peso, na superfície da Terra, da massa de
a) 50 kg
b) 320 kg
c) 480 kg
d) 500 kg
e) 750 kg
obs.:1 atm = 10^5 Pa = 10^5 N/m²

9) (Ufsm) Um cliente está, há muito tempo, de pé , numa fila de Banco, com os dois pés apoiados no solo, exercendo, assim, certa pressão sobre o mesmo. Levantando uma perna, de modo que apenas um dos pés toque o solo, a pressão que o cliente exerce fica multiplicada por
a) 1/4.
b) 1/2.
c) 1.
d) 2.
e) 4.

10) (Puc)A figura representa uma prensa hidráulica.Determine o módulo da força F aplicada no êmbolo A, para que o sistema esteja em equilíbrio.

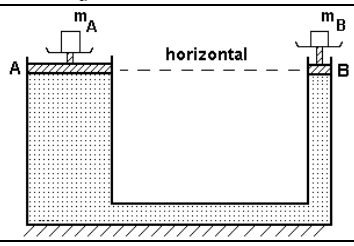
a) 800 N
b) 1600 N
c) 200 N
d) 3200 N
e) 8000 N



11) (Fuvest) Considere o arranjo da figura a seguir, onde um líquido está confinado na região delimitada pelos êmbolos A e B, de áreas a=80cm² e b=20cm², respectivamente.

O sistema está em equilíbrio. Despreze os pesos dos êmbolos e os atritos. Se m_A=4,0kg, qual o valor de m_B?

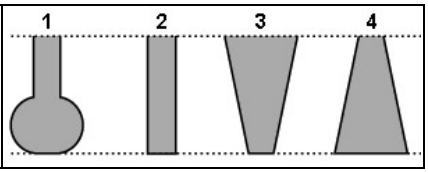
a) 4 kg
b) 16 kg
c) 1 kg
d) 8 kg
e) 2 kg



12) (Puc) A pressão hidrostática no fundo de uma piscina é tanto maior quanto:
a) menor for a densidade da água da piscina.
b) menor for a área da piscina.
c) maior for a profundidade da piscina.
d) maior for o volume de água da piscina.

13) (Ufsm) Esses quatro frascos de formatos diferentes estão totalmente cheios de um mesmo líquido. A pressão hidrostática no fundo dos frascos será

a) maior no frasco 1.
b) maior no frasco 2.
c) maior no frasco 3.
d) maior no frasco 4.
e) igual em todos os frascos.

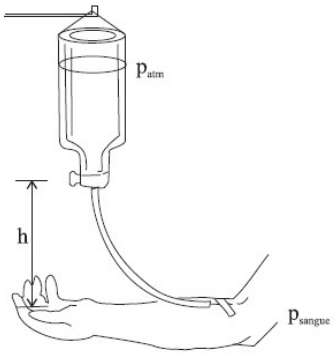


14) (Fatec) Uma piscina possui 10 m de comprimento, 5,0 m de largura e 2,0 m de profundidade e está completamente cheia de água.

A pressão no fundo da piscina, em N/m², vale
a) $2,0 \times 10^5$
b) $1,8 \times 10^5$
c) $1,6 \times 10^5$
d) $1,4 \times 10^5$
e) $1,2 \times 10^5$

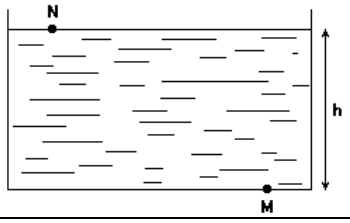
15) (Ufscar) Quando efetuamos uma transfusão de sangue, ligamos a veia do paciente a uma bolsa contendo plasma, posicionada a uma altura h acima do paciente. Considerando g = 10 m/s e que a densidade do plasma seja 1,04 g/cm³, se uma bolsa de plasma for colocada 2 m acima do ponto da veia por onde se fará a transfusão, a pressão do plasma ao entrar na veia será:
(A) 0,0016 mmHg.
(B) 0,016 mmHg.
(C) 0,156 mmHg.
(D) 15,6 mmHg.
(E) 156 mmHg

16) Ao sofrer um corte, notamos que o sangue escorre de nosso corpo; isso ocorre pelo fato de que a pressão sangüínea é maior que a atmosférica. Assim, é comum em hospitais cenas como a representada na figura. Sabendo que a pressão interna total do sangue é cerca de 2,5% maior que a do valor da pressão atmosférica, sendo esta, ao nível do mar, aproximadamente $1{,}0.10^5$ Pa, e supondo que a densidade da solução salina a ser injetada no paciente, bem como a do sangue, sejam iguais a $1{,}0.10^3$ kg/m³, e g = 10 m/s², determine a altura h mínima a partir da qual todo o soro poderá entrar na corrente sangüínea do paciente



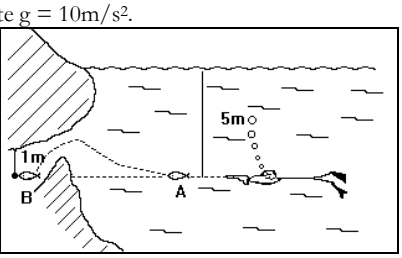
17) (Puc)O recipiente representado pela figura contém um líquido homogêneo, incompreenssível e em equilíbrio, com densidade de 0,75g/cm¤. A diferença de pressão hidrostática entre um ponto no fundo do recipiente (M) e outro na superfície (N) vale $3{,}0.10^3$N/m². Adotando g=10m/s², a profundidade do líquido (h), em cm, vale

a) 10
b) 20
c) 30
d) 35
e) 40



18) Um mergulhador persegue um peixe a 5,0m abaixo da superfície de um lago. O peixe foge da posição A e se esconde em uma gruta na posição B, conforme mostra a figura a seguir. A pressão atmosférica na superfície da água é igual a $P_o=1{,}0.10^5$N/m². Adote g = 10m/s².

a) Qual a pressão sobre o mergulhador?
b) Qual a variação de pressão sobre o peixe nas posições A e B?

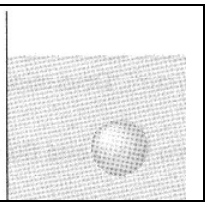


19) (Puc) Você sustenta, através de uma corda, uma pedra de massa 10 kg que está submersa na água. O volume da pedra é 1 dm³ (Dados: densidade da H_2O =1,0g/cm³, g = 10m/s²)

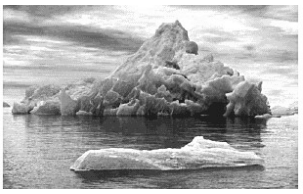
a) Faça um diagrama, indicando as forças que atuam na pedra.
b) Calcule a força de tração que você exerce na corda.
c) Qual seria o valor dessa força se a pedra tivesse apenas metade do seu volume submerso na água?

20) Um objeto com massa de 10 kg e volume de 0,002 m³ é colocado totalmente dentro da água (d = 1 kg/L).

a) Qual é o valor do peso do objeto ?
b) Qual é a intensidade da força de empuxo que a água exerce no objeto ?
c) Qual o valor do peso aparente do objeto ?

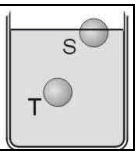


21) O iceberg da figura tem apenas 10% do seu volume total emerso.considerando que a densidade da água do mar nesse local seja de 1,03g/cm³, calcule a densidade do iceberg.



22) (Cefet) Dois corpos S e T, de densidades respectivamente iguais a dS e dT, são totalmente mergulhados no interior de um líquido contido em um recipiente e, a seguir, liberados, assumindo, ermanentemente, as posições indicadas na figura ao lado, após um determinado intervalo de tempo. Sendo dL a densidade do referido líquido, assinale a alternativa que indica a relação correta entre as densidades dos corpos S e T e a densidade do líquido.

A) dL > dS > dT
B) dS < dT < dL
C) dT = dL > dS
D) dS = dT = dL
E) dS > dL > dT



23) (Ufu) Próximo aos pólos da Terra, podemos observar a presença de icebergs nos oceanos, dificultando a navegação, uma vez que grande parte deles está submersa e não pode ser vista pelo navegador.

Dados: densidade aproximada da água do mar: 1,0 g/cm¤
densidade aproximada do gelo: 0,9 g/cm¤

A fração do iceberg que pode ser observada pelo navegador é
a) 0,9.
b) 0,1.
c) 0,2.
d) 0,8.

24) (Puc)Uma pedra de massa m, com densidade igual ao dobro da densidade da água, está no fundo de um aquário cheio de água. A força exercida pelo fundo do aquário sobre a pedra, considerando g a aceleração gravitacional, é:
a) 2 mg
b) mg
c) mg/2
d) nula
e) 4 mg

25) (Ufu)Um corpo com densidade de 5,0 g/cm³ está totalmente imerso em um líquido com densidade de 2,0 g/ cm³. Desprezando o atrito com o líquido e sendo g a aceleração da gravidade, é CORRETO afirmar que o corpo, ao ser abandonado dentro do líquido, afundará com uma aceleração igual a:
a) 2g/5
b) g
c) 7g/5
d) 4g/5
e) 3g/5

26) (Ufpel)A expressão "Isso é apenas a ponta de um iceberg" - muito usada conotativamente, hoje em dia, para mostrar que se vê apenas uma parte muito pequena de um problema, ficando o resto "escondido" - faz referência a uma situação física.

Assinale a alternativa cujos dados se relacionam corretamente com essa situação.
a) o Poder das Pontas e a Rigidez Dielétrica.
b) Arquimedes e o Teorema do Empuxo.
c) Pascal e o Princípio da Prensa Hidráulica.
d) Newton e o Princípio da Ação e Reação.
e) A Lei de Stevin e a Diferença de Pressão.

27) (Fuvest) Balões estão voltando a ser considerados como opção para o transporte de carga. Um balão, quando vazio, tem massa de 30.000kg. Ao ser inflado com 20.000kg de Hélio, pode transportar uma carga útil de 75.000kg. Nessas condições, o empuxo do balão no ar equilibra seu peso. Se, ao invés de Hélio, o mesmo volume fosse preenchido com Hidrogênio, esse balão poderia transportar uma carga útil de aproximadamente

(Nas CNTP, Massa de 1 mol. de H_2 , 2,0 g Massa de 1 mol. de He , 4,0 g)

a) 37.500 kg
b) 65.000 kg
c) 75.000 kg
d) 85.000 kg
e) 150.000 kg

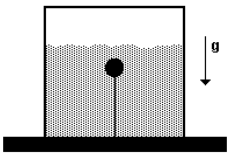
28) (Unifesp) Uma técnica de laboratório colocou uma xícara com chá sobre uma balança eletrônica e leu a massa indicada. Em seguida, inseriu parcialmente uma colher no chá, segurando- a sem tocar nas laterais nem no fundo da xícara, observou e concluiu corretamente que

a) não houve alteração na indicação da balança, porque o peso da colher foi sustentado por sua mão.
b) houve alteração na indicação da balança, equivalente ao peso da parte imersa da colher.
c) houve alteração na indicação da balança, equivalente à massa da parte imersa da colher.
d) houve alteração na indicação da balança, proporcional à densidade da colher.
e) houve alteração na indicação da balança, proporcional ao volume da parte imersa da colher.

29) (Fuvest) Um objeto menos denso que a água está preso por um fio fino, fixado no fundo de um aquário cheio de água, conforme a figura.

Sobre esse objeto atuam as forças peso, empuxo e tensão no fio. Imagine que tal aquário seja transportado para a superfície de Marte, onde a aceleração gravitacional é de aproximadamente g/3, sendo g a aceleração da gravidade na Terra. Em relação aos valores das forças observadas na Terra, pode-se concluir que, em Marte,

a) o empuxo é igual e a tensão é igual
b) o empuxo é igual e a tensão aumenta
c) o empuxo diminui e a tensão é igual
d) o empuxo diminui e a tensão diminui
e) o empuxo diminui e a tensão aumenta



30) (Fuvest) Para pesar materiais pouco densos, deve ser levado em conta o empuxo do ar. Define-se, nesse caso, o erro relativo como :

Em determinados testes de controle de qualidade, é exigido um erro nas medidas não superior a 2%. Com essa exigência, a mínima densidade de um material, para o qual é possível desprezar o empuxo do ar, é de

a) 2 vezes a densidade do ar
b) 10 vezes a densidade do ar
c) 20 vezes a densidade do ar
d) 50 vezes a densidade do ar
e) 100 vezes a densidade do ar

$$\text{Erro relativo} = \frac{\text{Peso real - Peso medido}}{\text{Peso real}}$$

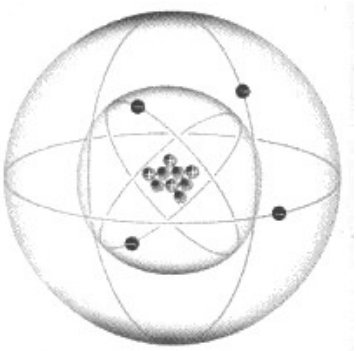
UNIDADE 6: ELETRICIDADE

ELETROSTÁTICA E ELETRODINÂMICA

Fenômenos elétricos ocorrem devido a interações entre cargas elétricas. Muitas vezes tais interações geram movimento dessas cargas. A parte do **Eletromagnetismo** que estuda fenômenos que envolvem o **movimento das cargas elétricas** é chamada de **Eletrodinâmica.**

Há vários exemplos de invenções humanas que utilizam como princípio de funcionamento alguns dos fenômenos ocorridos devido ao movimento de cargas, desde uma simples lâmpada elétrica até um microcomputador, mostrando que cargas elétricas em movimento ocupam um papel importante em nossas vidas. Nesta sessão da apostila, apresentaremos alguns conceitos básicos da Eletrostática e da Eletrodinâmica, sob os quais estará assentado o tratamento de dispositivos eletrônicos simples.

A carga elétrica, como observamos no capítulo sobre o campo elétrico, consiste de uma propriedade da matéria. A matéria organiza-se em torno dessa propriedade e, como avaliamos naquele momento, temos o átomo organizado em dois domínios (núcleo e eletrosfera). Núcleo positivo (constituído de prótons (+) e nêutrons (0)) em torno do qual se distribuem os elétrons, que possuem carga elétrica negativa (no modelo orbital transitam, no modelo quântico distribuem-se em regiões de probabilidade de sua presença). Cada elétron tem carga de aproximadamente -1,6 x 10^{-19} C. A carga do próton é idêntica à do elétron, porém, positiva.



Modelo Atômico Planetário: Núcleo positivamente carregado cercado por um conjunto de elétrons negativamente carregados. A figura representa o "modelo planetário" de Rutherford e Bohr (primeiro decênio do séc. XX).

As cargas elétricas de sinal oposto se atraem e de mesmo sinal se repelem, conforme estudamos no capítulo sobre campo elétrico. Já interpretamos, naquele momento, a repulsão em termos dos campos elétricos gerados e a força que tem origem na interação entre cargas e campos. Naturalmente que é um bom momento para você dar uma rememorada no seu volume 1.

Cargas opostas se atraem, e iguais se repelem.

No estudo que segue neste capítulo em geral o caráter corpuscular da carga pouco aparece de maneira relevante. A rigor o tratamento que fazemos da carga para os fenômenos estudados não trará essa característica de maneira muito marcante e a imagem dos elétrons como se fosse uma espécie de fluido elástico auto-repulsivo é completamente coerente! Mesmo historicamente foi esse o percurso da concepção da carga elétrica: os desenvolvimentos primeiros estavam tranqüilamente acomodados dentro da concepção de fluido. Assim, diferente do que ocorreu no capítulo sobre campos elétricos, estudaremos essencialmente fenômenos ligados ao trânsito e acúmulo de cargas elétricas entre os corpos.

Como estamos falando de física segue um sumário de algumas constantes relevantes, que indicam o tamanho das coisas com que estamos lidando.

- Carga do elétron: -1.6 x 10^{-19} C = -e
- Carga do próton: 1.6 x 10^{-19} C = +e
- Massa do elétron: 9.11 x 10^{-31} kg
- Massa do próton: 2000 vezes a massa do elétron

1. CONSERVAÇÃO DA CARGA ELÉTRICA

PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA CARGA:

Em um sistema fechado a carga elétrica total permanece constante.

Os elétrons são concebidos como corpúsculos fundamentais, ou seja, não são feitos de outras partículas, não sendo conhecidas, portanto, reações de "quebra" (fissão) de elétrons. O número de elétrons, desta maneira, permanece sempre constante (eles não desaparecem), e têm todos a mesma carga. Dizemos, assim, que a **carga elétrica total é conservada.**

Porém, mais que isso, a conservação de carga valeria para situações menos triviais, e não necessariamente apenas ligada à conservação de elétrons. Antes disso: seria a conservação da propriedade da matéria chamada carga elétrica (que é uma propriedade assim como a massa), mesmo em processos onde as partículas decompõem-se em outras a quantidade "carga elétrica total" precisa ser a mesma antes e depois do processo.

Exemplo (decaimento beta): Um nêutron apresenta uma curiosa reação de decaimento, chamada "decaimento beta", que citamos no apêndice acerca de conservação da quantidade de movimento.

Sejam o próton (p), o elétron (e_-), o nêutron (n) e o neutrino (ν), três partículas. O decaimento β é representado pela reação:

$$n \rightarrow p + e_- + \nu$$

Figura 11: O decaimento β.

O *neutrino*, como o nome diz, é uma partícula neutra (e "levinha" daí o nome no diminutivo, em italiano). Note que a carga elétrica é conservada no processo acima.

$$0 = (+q) + (-q) + 0$$

Existem argumentos para justificar essa conservação também baseada nas partículas que constituiriam os próton e nêutrons (os chamados *quarks).*

Nos interessaremos apenas pelo fluxo de elétrons em nosso estudo de eletrodinâmica, porque afinal são eles as partículas

que fluem nos dispositivos eletrônicos. Os núcleos dos átomos ficam "presos" definindo a rede cristalina, oscilando em torno de posições de equilíbrio ditadas pela estrutura geométrica na qual se arranjam.

No estudo das propriedades dos corpos carregados eletricamente será focalizado o estudo da chamada Eletrostática, que diz respeito, assim, a fenômenos onde tem-se uma visão de fenômenos "estáticos" associados ao arranjo da carga, ou seja quando se atingiu uma configuração de cargas que permanece ao longo do tempo (equilíbrio eletrostático).

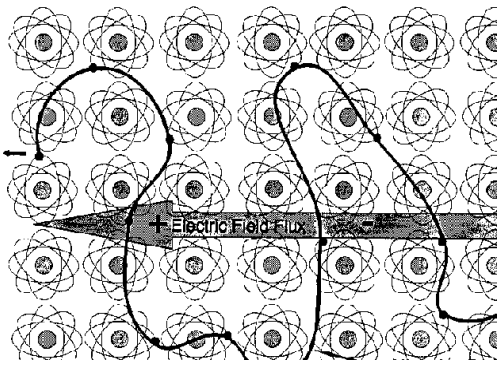
2. CONDUTORES E ISOLANTES

Os materiais têm propriedades bastante distintas no que diz a seu comportamento elétrico. Os metais conduzem correntes elétrica, borrachas, madeira e plásticos em geral não conduzem eletricidade. Materiais como o cristal de silício passam a conduzir eletricidade a partir de determinada temperatura. Desta forma, definimos três classes de materiais: condutores, isolantes e semicondutores.

CONDUTORES (METAIS)

Os elétrons mais externos dos metais (camada de valência) estão fracamente presos aos átomos e a baixa energia para se desprenderem faz com que possam transitar entre os muitos átomos da rede de átomos que existe.

Essa liberdade de trânsito se for guiada pela presença de um campo elétrico no interior do metal faz com que possam desenvolver uma corrente organizada "em média" que caracteriza um fluxo preferencial, numa direção específica: a corrente elétrica.



A sinuosidade das trajetórias e as "trombadas" que ocorrem com os elétrons em seu fluxo dão origem ao fenômeno da resistência elétrica (onde uma força média de freamento imprime uma velocidade limite para o fluxo de elétrons). Quanto mais perfeito o arranjo cristalino dos átomos e quanto menor sua vibração (associada à temperatura do metal) menor seria a resistência.

ISOLANTES (PLÁSTICOS, BORRACHAS,...)

Os materiais que não conduzem corrente elétrica são os chamados "isolantes". Nestes materiais os elétrons estão todos bastante presos aos átomos que os constituem (compostos moleculares em geral, como os plásticos – polímeros.).

SEMICONDUTORES

Existem materiais que são isolantes em uma situação e condutores em outra (condutores em alta temperatura e isolantes em baixa, por exemplo), que são os semicondutores, utilizados na construção de dispositivos eletrônicos como os transistores e diodos, que compõem a tecnologia empregada nos computadores.

3. CARGAS ELÉTRICAS RESIDUAIS NOS CORPOS

CORPOS NEUTROS

Um corpo está eletricamente neutro quando contém a mesma quantidade de cargas positivas e negativas, uniformemente distribuídas. Ou seja, não existem cargas residuais.

CORPOS ELETRIZADOS

Um corpo está eletrizado quando tem uma quantidade maior de cargas positivas (corpo com carga positiva) ou de cargas negativas (corpo com carga negativa).

Como exemplo, se um corpo tem 100 elétrons e 98 prótons, a carga desses 98 prótons anulará a carga de 98 elétrons, mas 2 elétrons sobrarão, e esses 2 elétrons determinam a carga do corpo, que será portanto negativa.

A quantidade de prótons e elétrons de um corpo qualquer do nosso dia a dia, como um giz, faca ou qualquer outro, é muitíssimo grande, numa quantidade que só pode ser determinada usando o famoso número de Avogadro (6×10^{23}).

4. PROCESSOS DE ELETRIZAÇÃO

Como visto em química, os elétrons mais externos da eletrosfera de um átomo podem sair dele e passar para a eletrosfera de um outro átomo, buscando uma situação de maior estabilidade. Conforme dito há pouco prótons, se encontram praticamente fixos no núcleo do átomo.

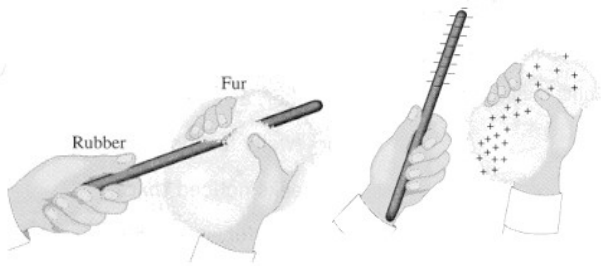
O processo de eletrização ocorre quando há esta troca de elétrons entre dois corpos, levando à presença de cargas residuais, ao final do processo, nos corpos. O material onde estão estes átomos fica eletrizado, ou seja, com excesso ou falta de elétron.

Como dito acima quando sobram elétrons no material, sua carga é negativa, e quando faltam elétrons (ou seja, sobram prótons), sua carga é positiva. A carga adquirida por um corpo depende da tendência dos átomos que o compõem receberem elétrons (eletroafinidade). A seguir enumeramos uma série de processos que podem levar à eletrização de corpos isolantes ou metálicos.

ELETRIZAÇÃO POR ATRITO:

A eletrização por atrito ocorre quando há a passagem de elétrons de um corpo para outro, quando os mesmos são atritados (esfregados).

Ao segurar uma barra de borracha por uma das extremidades e atritar a outra extremidade com um pano de lã, somente a extremidade atritada se eletriza.



Ao atritar um pedaço de borracha contra uma flanela a borracha acaba retirando parte dos elétrons da flanela ficando negativamente carregada e deixando a flanela com carga residual positiva.

Note, assim, que as cargas não se redistribuem por todo o corpo pelo fato de que não têm mobilidade para tal. **Este processo vale apenas para corpos isolantes.**

Na verificação do fluxo de carga, na eletrização por atrito, não importa a quantidade de carga inicial, mas a tendência do material em ganhar ou perder elétrons.

Por exemplo: o vidro perde elétrons para o marfim, que perde para a lã, que perde para a madeira, que perde, pro papel, que perde para a seda. Quem perde elétrons fica carregado positivamente, quem ganha, carrega-se negativamente. A série de materiais ordenados em termos da sua tendência a retirar elétrons dos outros é chamada "série tribo-elétrica".

ELETRIZAÇÃO POR CONTATO:

A eletrização por contato ocorre por ocasião do contato do corpo neutro com outro condutor carregado eletricamente. Ao final do contato, ambos terão cargas de mesmo sinal.

Caso se encoste um **condutor de carga positiva** em um **condutor neutro**, a carga se distribui entre os dois corpos, e ambos terão uma carga positiva ao final. Note que a carga total deverá ser conservada de acordo com o princípio da conservação da carga.

$$Q_1^{(INICIAL)} = Q_1^{((FINAL)} + Q_2^{(FINAL)}$$

Se os corpos forem idênticos ambos deverão ter a mesma carga final, e, assim, a carga final em cada condutor será a média das cargas anteriores ao contato. (demonstre!).

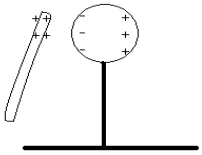
ELETRIZAÇÃO POR INDUÇÃO:

Podemos provocar a eletrização de um corpo eletricamente neutro (corpo induzido) por uma série de procedimentos (abaixo descritos) que começam com a aproximação de um corpo eletrizado (corpo indutor), sem que haja contato entre eles.

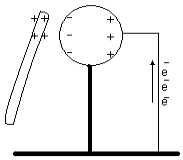
Neste processo, o corpo induzido ficará carregado com cargas elétricas de sinal contrário às cargas do indutor.

Abaixo, temos a análise do que ocorre com uma <u>esfera condutora, suspensa por um isolante:</u>

a) aproximamos-lhe um corpo eletrizado (a barra de carga positiva à esquerda) verificamos a separação das cargas na esfera condutora;

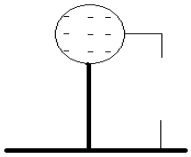


b) ligando a esfera condutora à Terra, nas proximidades de sua parte positiva após ela ter sofrido indução, ela receberá elétrons livres;



(Fio Terra)

c) quando <u>desligamos</u> o condutor da Terra, e afastamos o corpo eletrizado, os <u>elétrons ganhos pela esfera se distribuem pela sua superfície.</u>



Agora o condutor, anteriormente neutro, está carregado negativamente!!!

A terra é um grande repositório ou escoador de cargas.

Sempre que um corpo metálico com uma aglomeração de cargas for conectado eletricamente a terra ele perderá essa carga. Se for positiva a carga inicial do corpo a Terra sede elétrons para ele (sobem pelo fio). Se for negativa a carga inicial, então a carga desce para a Terra. Como a Terra é muito grande consideramos irrisória a quantidade de carga extra que lhe é retirada ou dada e, assim, ele se mantém neutra (note que forma "elegante" de introduzir uma espécie de quebra na conservação).

Eletrizando metais com a luz

Quando carregamos negativamente um corpo note que as cargas sentem uma força de repulsão que as tende a separá-las o máximo possível. Assim porque elas não saem do corpo? Portanto existe uma dificuldade para o elétron saltar do corpo. À essa dificuldade dá-se o nome de "função trabalho", que é a energia necessária para retirar o elétron de um corpo.

A luz pode retirar elétrons da superfície de um metal através de um fenômeno chamado "efeito fotoelétrico", cuja descoberta – no final do século XIX – serviu de elemento para uma nova teoria da matéria (a teoria quântica) ao sugerir o tratamento da luz sob a imagem de corpúsculos que "arrancariam" os elétrons ao se chocarem com eles (transferência de quantidade de movimento). Einstein trabalhou neste problema em 1905.

Mais elétrons são arrancados quanto maior a freqüência da radiação incidente e não a partir da potência da radiação incidente, mostrando uma identificação entre a energia dos corpúsculos de luz e a freqüência da radiação a que correspondem.

Essa dependência é expressa pela relação: E = h f, onde h corresponde à chamada "constante de Planck" e vale:

$$h = 6{,}626068 \times 10^{-34}\ m^2kg/s$$

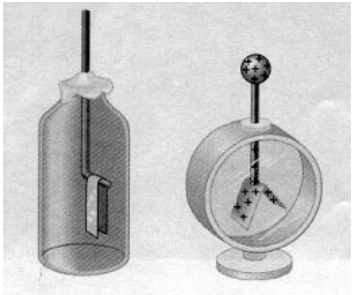
Podemos assim tanto eletrizar um corpo incidindo luz ultravioleta sobre ele, assim como descarregar um eletroscópio com essa radiação.

5. ELETROSCÓPIO

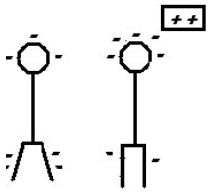
Um dispositivo simples e engenhoso que permite determinar os sinais das cargas elétricas dos corpos é o chamado Eletroscópio de folhas delgadas. Consiste um conjunto de uma folha metálica fina dobrada em duas partes (articulada) que fica ligada a uma haste metálica que se comunica com o exterior da garrafa em que ficam as folhas, por meio de uma haste metálica.

Esse instrumento permite apenas a determinação de sinais das cargas e não de valores destas cargas, é qualitativo, portanto.

Ao aproximar um corpo carregado positiva ou negativamente do eletroscópio (sem tocar) as folhas abrem-se em virtude da migração de cargas para a esfera ou para a folha (novamente o processo de indução descrito na última seção). Não se diferencia, desta forma, se carga do corpo aproximado do eletroscópio é positiva ou negativa, mas apenas a existência de carga.



Entretanto, estando o eletroscópio previamente carregado (o que pode ser feito conforme o procedimento descrito no final da seção anteiror) com suas folhas afastadas, portanto, caso a carga seja negativa e o corpo de prova aproximado for positvo então as folhas do eletroscópio "fecham", porque ocorre uma migração das cargas negativas para a parte superior do eletroscópio, diminuindo a quantidade de carga que se distribui nas folhas abrindo-as. Caso o corpo de prova seja negativo, então as folhas aumentam sua abertura já que as cargas da parte superior do eletroscópio "fogem" para as folhas pela repulsão com as cargas do corpo. Como resultado o maior acúmulo de carga nas folhas do eletroscópio leva a um aumento da abertura entre elas, por ser maior a repulsão.

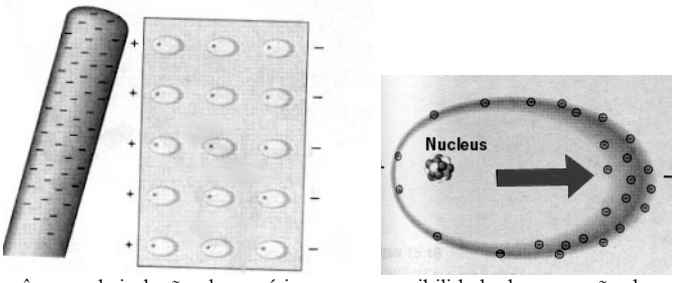


Exemplo de ensaio-teste que detecta a carga positiva de um corpo a partir de um eletroscópio carregado negativamente.

6. ATRAÇÃO DE NÃO-METAIS POR CORPOS CARREGADOS: INDUÇÃO.

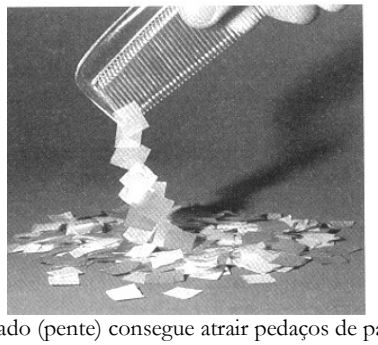
Ao aproximar um corpo carregado eletricamente de um material isolante também ocorre uma separação de cargas no isolante. Entretanto essa separação é criada pelo efeito de indução e não por haver transito de cargas na direção do corpo carregado ou na direção oposta a ele. A atração resultante terá, portanto, **intensidade bastante reduzida se comparada com o efeito da separação das cargas ocorrida em corpos condutores.**

Esta indução sem mobilidade ocorre através de uma deformação nos átomos próximos a superfície do corpo neutro quebrando a neutralidade nesta região, esse efeito então se propaga até o lado oposto resultando numa carga efetiva na outra extremidade de sinal oposto àquele encontrando na face de fronte ao objeto carregado.



Fenômeno da indução eletrostática gera a possibilidade de separação de cargas em isolantes também.

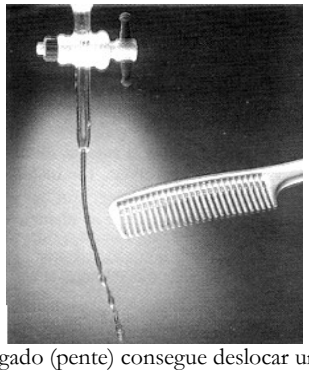
Esse fenômeno torna possível um efeito bastante conhecido de que se pode atrair pedaços de papel por meio de um corpo carregado como um pente de plástico ou uma caneta. Note que os pedaços de papel são isolantes.



Um corpo carregado (pente) consegue atrair pedaços de papel (isolante) em virtude do processo de indução.

Compostos químicos polares, como a água, onde se tenha átomos com diferentes afinidades eletrônicas (tendência de atraírem cargas, também chamada *eletronegatividade*), que compõem as moléculas da substância geram distribuições eletrônicas com uma separação de cargas que, caso seja assimétrica, gera um acúmulo de cargas que pode responder à carga elétrica. É o caso da água.

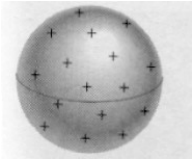
Ao aproximarmos um corpo carregado de um filete fino de água notamos o deslocamento do filete na direção do corpo (independente do sinal da carga com que se carrega o corpo).



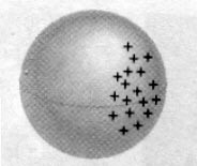
Um corpo carregado (pente) consegue deslocar um filete de água.

7. DISTRIBUIÇÕES DE CARGA PARA ALGUMAS GEOMETRIAS DE SÓLIDOS.

Esfera metálica: a carga se distribui uniformemente na região da superfície da esfera em virtude da repulsão entre os elétrons: nesta posição as cargas podem ficar afastadas o máximo possível entre si.



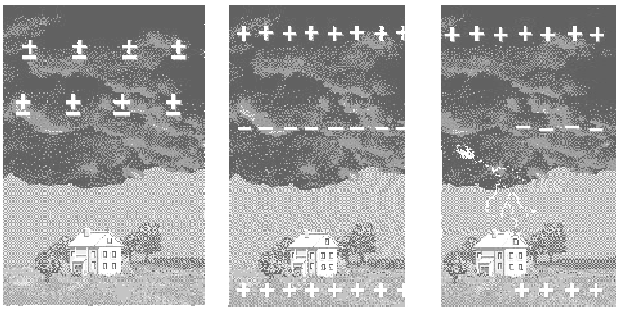
Em uma **esfera plástica** temos o acúmulo de carga em uma região específica (a que foi eletrizada) em virtude da baixa mobilidade. Os efeitos de indução acabam tendo intensidade menor e por isso pode ser desprezada em relação ao efeito do acumulo de carga em si.



Pontas metálicas: apresentam uma maior densidade de cargas acumuladas. O que gera um campo elétrico mais intenso nas proximidades da ponta. Isso faz com que o fluxo de elétrons de um raio procurar preferencialmente fluir sobre pontas do que superfícies planas.

Raios não são nada mais do que uma furiosa corrente elétrica que rompe os limites de isolamento elétrico do ar, ionizando-o durante sua passagem.

As massas de vapor d'água que compõem as nuvens ao atritarem-se em virtude das perturbações a que estão submetidas acabam por separar suas cargas. O acúmulo de carga na base da nuvem leva à indução de cargas opostas na terra. Na medida em que o fenômeno vai se acumulando passam a ocorrer descargas elétricas advindas do fluxo impetuoso de elétrons para as regiões positivamente carregadas. Essas descargas são os raios que tanto podem cruzar a nuvem como cair em direção ao solo.

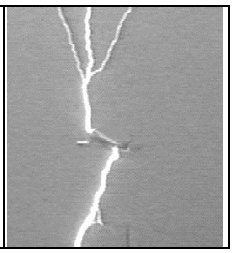


Pára-raios usam do efeito das pontas. Ao se acumular cargas elétricas na atmosfera as pontas apresentaram uma maior densidade de cargas acumuladas, assim, quando essas cargas "escorrem" – o raio propriamente dito – ele prefere as pontas.

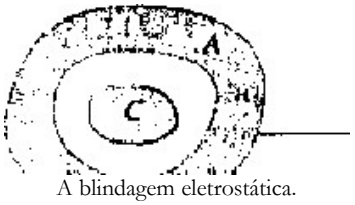
Pára-raios são o caminho preferencial de um errático raio.

8. GAIOLA DE FARADAY

As pessoas sempre ficam impressionadas com esse fato... Não se preocupe: ninguém morreu... nem sentiu nada de especial. Em conversas de bar, quando o assunto é propício, é divertido observar que isso aí pode ocorrer... Sempre ficam cismados!



Considere o esquema abaixo desenhado: um condutor oco A em equilíbrio eletrostático e, em seu interior, o corpo C. O campo elétrico no interior de qualquer condutor em equilíbrio eletrostático é nulo, decorre, assim, que a superfície A "protege" o corpo C, no seu interior, de qualquer ação elétrica externa. Mesmo um corpo eletrizado B externo induz cargas em A, mas não em C! Desse modo, o condutor A constitui uma "blindagem eletrostática" para o corpo C.



A blindagem eletrostática.

Uma tela metálica qualquer que encerre uma certa região do espaço também constitui uma blindagem satisfatória - a chamada ``gaiola de Faraday".

A blindagem eletrostática é muito utilizada para a proteção de aparelhos elétricos e eletrônicos contra efeitos externos perturbadores. Os aparelhos de medidas sensíveis estão acondicionados cm caixas metálicas, para que as medidas não sofram influências externas. As estruturas metálicas de um avião, de um automóvel e de um prédio constituem blindagens eletrostáticas.

(Texto adaptado de Mundo Físico – do curso de licenciatura em física da UDESC – Joinvile/SC. http://www.mundofisico.joinville.udesc.br/)

Todo corpo metálico oco, de qualquer forma geométrica, terá a carga acumulada em sua superfície distribuída de modo que o campo elétrico em seu interior será nulo quando for estabelecido o equilíbrio eletrostático.

Gaiola de Faraday e as Penitenciárias...

As recentes preocupações com celulares no interior de instituições penitenciárias suscitou uma proposta para solucionar o problema: envolver as cadeias com telas metálicas (como se fosse um gigantesco galinheiro, ou algo que o valha...). Isso se deve fisicamente à Gaiola de Faraday, já que a influência elétrica das ondas de rádio dos celulares seria cancelada no interior da região cercada pela grade.

EXERCÍCIOS

1. (Unifesp 2003) Uma estudante observou que, ao colocar sobre uma mesa horizontal três pêndulos eletrostáticos idênticos, eqüidistantes entre si, como se cada um ocupasse o vértice de um triângulo eqüilátero, as esferas dos pêndulos se atraíram mutuamente. Sendo as três esferas metálicas, a estudante poderia concluiu corretamente que
a) as três esferas estavam eletrizadas com cargas de mesmo sinal.
b) duas esferas estavam eletrizadas com cargas de mesmo sinal e uma com carga de sinal oposto.
c) duas esferas estavam eletrizadas com cargas de mesmo sinal e uma neutra.
d) duas esferas estavam eletrizadas com cargas de sinais opostos e uma neutra.
e) uma esfera estava eletrizada e duas neutras.

2. Dispõe-se de três esferas metálicas iguais e isoladas uma das outras. Duas delas, A e B, estão eletricamente neutras e a terceira, C, possui uma carga elétrica Q. Coloca-se a esfera C em contatos sucessivos com A e B e depois novamente com A. Determine as cargas finais das esferas A, B e C.

3. (Unesp 93) Considere uma ampla região do espaço onde exista um campo elétrico uniforme e constante. Em quaisquer pontos desse espaço, como os pontos I e II, o valor desse campo é $\vec{E}$ (Figura 1). Em seguida uma pequena esfera de material isolante e sem carga é introduzida nessa região, ficando o ponto II no centro da esfera e o ponto I à sua esquerda. O campo elétrico induzirá cargas na superfície da esfera (Figura 2).

O que ocorrerá com a intensidade do campo elétrico nos pontos I e II?

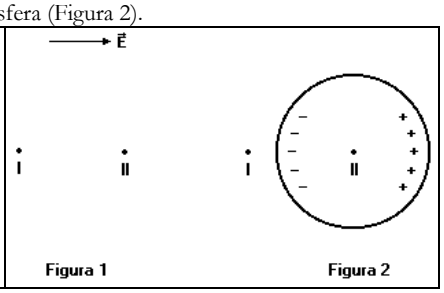


Figura 1 Figura 2

4. (Pucsp 2000) Tem-se três esferas metálicas A, B e C, inicialmente neutras. Atrita-se A com B, mantendo C à distância. Sabe-se que nesse processo, B ganha elétrons e que logo após, as esferas são afastadas entre si de uma grande distância. Um bastão eletrizado positivamente é aproximado de cada esfera, sem tocá-las. Podemos afirmar que haverá atração
a) apenas entre o bastão e a esfera B.
b) entre o bastão e a esfera B e entre o bastão e a esfera C.
c) apenas entre o bastão e a esfera C.
d) entre o bastão e a esfera A e entre o bastão e a esfera B.
e) entre o bastão e a esfera A e entre o bastão e a esfera C.

5. (Uel 94) Uma partícula está eletrizada positivamente com uma carga elétrica de $4{,}0.10^{-15}$C. Como o módulo da carga do elétrons é $1{,}6.10^{-19}$C, essa partícula
a) ganhou $2{,}5 \cdot 10^4$ elétrons.
b) perdeu $2{,}5 \cdot 10^4$ elétrons.
c) ganhou $4{,}0 \cdot 10^4$ elétrons.
d) perdeu $6{,}4 \cdot 10^4$ elétrons.
e) ganhou $6{,}4 \cdot 10^4$ elétrons.

6. (Uerj 2000) Prótons e nêutrons são constituídos de partículas chamadas quarks: os quarks u e d. O próton é formado de 2 quarks do tipo u e 1 quark do tipo d, enquanto o nêutron é formado de 2 quarks do tipo d e 1 do tipo u. Se a carga elétrica do próton é igual a 1 unidade de carga e a do nêutron igual a zero, as cargas de u e d valem, respectivamente:
a) 2/3 e 1/3
b) -2/3 e 1/3
c) -2/3 e -1/3
d) 2/3 e -1/3

7. (Unesp 91) Em 1990 transcorreu o cinquentenário da descoberta dos "chuveiros penetrantes" nos raios cósmicos, uma contribuição da física brasileira que alcançou repercussão internacional. [O Estado de São Paulo, 21/10/90, p.30]. No estudo dos raios cósmicos são observadas partículas chamadas "píons". Considere um píon com carga elétrica +e se desintegrando (isto é, se dividindo) em duas outras partículas: um "múon" com carga elétrica +e e um "neutrino". De acordo com o princípio da conservação da carga, o "neutrino" deverá ter carga elétrica
a) +e
b) -e
c) +2e
d) -2e
e) nula

8. (Unesp 96) De acordo com o modelo atômico atual, os prótons e nêutrons não são mais considerados partículas elementares. Eles seriam formados de três partículas ainda menores, os quarks. Admite-se a existência de 12 quarks na natureza, mas só dois tipos formam os prótons e nêutrons, o quark up(u), de carga elétrica positiva, igual a 2/3 do valor da carga do elétron, e o quark down (d), de carga elétrica negativa, igual a 1/3 do valor da carga do elétron. A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta corretamente a composição do próton e do nêutron.

(I) Próton. (II) Nêutron

a) (I) d, d, d, (II) u, u, u
b) (I) d, d, u, (II) u, u, d
c) (I) d, u, u, (II) u, d, d
d) (I) u, u, u, (II) d, d, d
e) (I) d, d, d, (II) d, d, d

9. (Uerj 2004) Em processos físicos que produzem apenas elétrons, prótons e nêutrons, o número total de prótons e elétrons é sempre par.

Esta afirmação expressa a lei de conservação de:
a) massa
b) energia
c) momento
d) carga elétrica

10 (Uel 2003) Uma constante da ficção científica é a existência de regiões na superfície da Terra em que a gravidade seria nula. Seriam regiões em que a gravidade seria bloqueada da mesma forma que uma gaiola metálica parece "bloquear" o campo elétrico, pois dentro dela não atuam forças elétricas. Pensando na diferença entre a origem da gravitação e as fontes do campo elétrico, o que seria necessário para se construir uma "gaiola de gravidade nula"?
a) Para cancelar a força gravitacional, seria necessário construir do lado oposto à superfície da Terra um bloco que tivesse a mesma massa da região onde existiria a "gaiola de gravidade".
b) Seria necessário que o campo gravitacional também fosse repulsivo, pois a gaiola metálica parece "bloquear" o campo elétrico, em razão de a resultante da superposição dos campos elétricos das cargas positivas e negativas, distribuídas na superfície metálica, ser nula.
c) Seria necessário que o campo gravitacional interagisse com o campo elétrico, de modo que essa superposição anulasse o campo.
d) Seria necessário haver interação entre os quatro campos que existem, ou seja, entre o campo elétrico, o campo magnético, o campo nuclear e o campo gravitacional.
e) Seria necessário haver ondas gravitacionais, pois, diferentemente da gravidade, elas oscilam e podem ter intensidade nula.

11. (Uff 2002) Em 1752, o norte-americano Benjamin Franklin, estudioso de fenômenos elétricos, relacionou-os aos fenômenos atmosféricos, realizando a experiência descrita seguir.

Durante uma tempestade, Franklin soltou uma pipa em cuja ponta de metal estava amarrada a extremidade de um longo fio de seda; da outra extremidade do fio, próximo de Franklin, pendia uma chave de metal. Ocorreu, então, o seguinte fenômeno: quando a pipa captou a eletricidade atmosférica, o toque de Franklin na chave, com os nós dos dedos, produziu faíscas elétricas.

Esse fenômeno ocorre sempre que em um condutor:
a) as cargas se movimentam, dando origem a uma corrente elétrica constante na sua superfície;
b) as cargas se acumulam nas suas regiões pontiagudas, originando um campo elétrico muito intenso e uma conseqüente fuga de cargas;
c) as cargas se distribuem uniformemente sobre sua superfície externa, fazendo com que em pontos exteriores o campo elétrico seja igual ao gerado por uma carga pontual de mesmo valor;
d) as cargas positivas se afastam das negativas, dando origem a um campo elétrico no seu interior;
e) as cargas se distribuem uniformemente sobre sua superfície externa, tornando nulo o campo elétrico em seu interior.

12. (Ufrn 2003) Mauro ouviu no noticiário que os presos do Carandiru, em São Paulo, estavam comandando, de dentro da cadeia, o tráfico de drogas e

fugas de presos de outras cadeias paulistas, por meio de telefones celulares. Ouviu também que uma solução possível para evitar os telefonemas, em virtude de ser difícil controlar a entrada de telefones no presídio, era fazer uma blindagem das ondas eletromagnéticas, usando telas de tal forma que as ligações não fossem completadas. Mauro ficou em dúvida se as telas eram metálicas ou plásticas. Resolveu, então, com seu celular e o telefone fixo de sua casa, fazer duas experiências bem simples.

1 - Mauro lacrou um saco plástico com seu celular dentro. Pegou o telefone fixo e ligou para o celular. A ligação foi completada.

2 - Mauro repetiu o procedimento, fechando uma lata metálica com o celular dentro. A ligação não foi completada.

O fato de a ligação não ter sido completada na segunda experiência, justifica-se porque o interior de uma lata metálica fechada

a) permite a polarização das ondas eletromagnéticas diminuindo a sua intensidade.

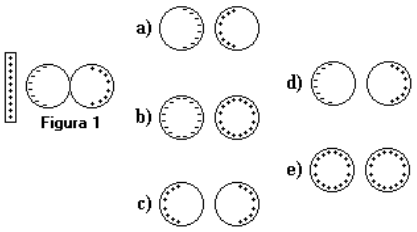
b) fica isolado de qualquer campo magnético externo.

c) permite a interferência destrutiva das ondas eletromagnéticas.

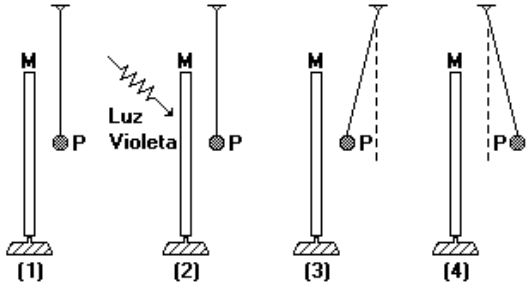
d) fica isolado de qualquer campo elétrico externo.

13. (Fuvest 96) Aproximando-se uma barra eletrizada de duas esferas condutoras, inicialmente descarregadas e encostadas uma na outra, observa-se a distribuição de cargas esquematizada na figura 1, a seguir.

Em seguida, sem tirar do lugar a barra eletrizada, afasta-se um pouco uma esfera da outra. Finalmente, sem mexer mais nas esferas, move-se a barra, levando-a para muito longe das esferas. Nessa situação final, a alternativa que melhor representa a distribuição de cargas nas duas esferas é:



14. (Fuvest 93) Dispõe-se de uma placa metálica M e de uma esferinha metálica P, suspensa por um fio isolante, inicialmente neutras e isoladas. Um feixe de luz violeta é lançado sobre a placa retirando partículas elementares da mesma. As figuras (1) a (4) adiante, ilustram o desenrolar dos fenômenos ocorridos.



Podemos afirmar que na situação (4):

a) M e P estão eletrizadas positivamente.

b) M está negativa e P neutra.

c) M está neutra e P positivamente eletrizada.

d) M e P estão eletrizadas negativamente.

e) M e P foram eletrizadas por indução.

15. (Ufmg 2003) Aproximando-se um pente de um pedacinho de papel, observa-se que não há força entre eles. No entanto, ao se passar o pente no cabelo, e em seguida, aproximá-lo do pedacinho de papel, este será atraído pelo pente.

Sejam F(pente) e F(papel) os módulos das forças eletrostáticas que atuam, respectivamente, sobre o pente e sobre o papel.

Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que

a) o pente e o papel têm cargas de sinais opostos e F(pente)=F(papel).

b) o pente e o papel têm cargas de sinais opostos e F(pente)>F(papel).

c) o pente está eletricamente carregado, o papel está eletricamente neutro e F(pente)=F(papel).

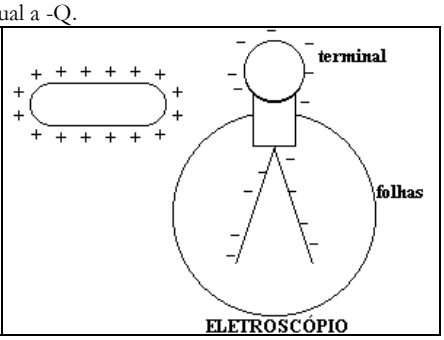
d) o pente está eletricamente carregado, o papel está eletricamente neutro e F(pente)>F(papel).

16. (Ita 96) Um objeto metálico carregado positivamente, com carga +Q, é aproximadamente de um eletroscópio de folhas, que foi previamente carregado negativamente com carga igual a -Q.

I. À medida que o objeto for se aproximando do eletroscópio, as folhas vão se abrindo além do que já estavam.

II. À medida que o objeto for se aproximando, as folhas permanecem como estavam.

III. Se o objeto tocar o terminal externo do eletroscópio, as folhas devem necessariamente fechar-se.



Neste caso, pode-se afirmar que:

a) somente a afirmativa I é correta.

b) as afirmativas II e III são corretas.

c) afirmativas I e III são corretas.

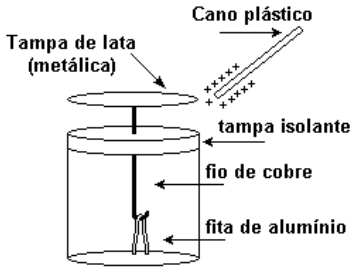
d) somente a afirmativa III é correta.

e) nenhuma das alternativas é correta.

17. (Ufscar 2002) Atritando vidro com lã, o vidro se eletriza com carga positiva e a lã com carga negativa. Atritando algodão com enxofre, o algodão adquire carga positiva e o enxofre, negativa. Porém, se o algodão for atritado com lã, o algodão adquire carga negativa e a lã, positiva. Quando atritado com algodão e quando atritado com enxofre, o vidro adquire, respectivamente, carga elétrica
a) positiva e positiva.
b) positiva e negativa.
c) negativa e positiva.
d) negativa e negativa.
e) negativa e nula.

18. (Ufrj 2003) Um aluno montou um eletroscópio para a Feira de Ciências da escola, conforme ilustrado na figura a seguir. Na hora da demonstração, o aluno atritou um pedaço de cano plástico com uma flanela, deixando-o eletrizado positivamente, e em seguida encostou-o na tampa metálica e retirou-o.

O aluno observou, então, um ângulo de abertura α_1 na folha de alumínio.
a) Explique o fenômeno físico ocorrido com a fita metálica.
b) O aluno, em seguida, tornou a atritar o cano com a flanela e o reaproximou do eletroscópio sem encostar nele, observando um ângulo de abertura α_2. Compare α_1 e α_2, justificando sua resposta.

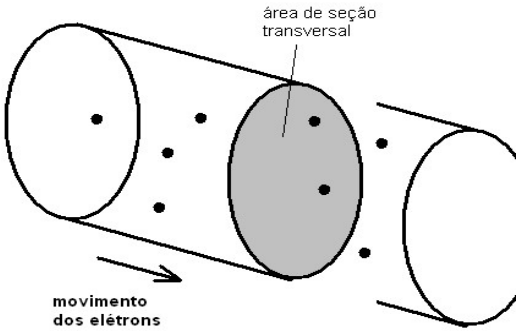


9. CORRENTE ELÉTRICA

O movimento ordenado (num sentido de média), ou seja, preferencial das cargas elétricas no interior de um material que lhes permite essa liberdade (condutores) é chamado de **corrente elétrica.** Estas cargas elétricas consistem dos elétrons, como já observamos, e compõem uma espécie de fluido que atravessa os condutores. Os elétrons são postos em movimento pela presença de um campo elétrico que precisa existir no interior dos condutores para colocá-los em movimento, os elétrons não aceleram indefinidamente em virtude de haver uma força resistiva que os freia e lhes confere uma velocidade limite.

Nesta seção estudamos a descrição desta corrente elétrica, no seguinte damos uma interpretação para a origem do movimento em termos da linguagem mais simples das energias (usando as famosas diferenças de potencial, ddp), o estudo de alguns componentes simples de circuitos eletrônicos e alguns circuitos, abordados no contexto dos exames vestibulares, vem em seguida.

A **intensidade de corrente** elétrica é a medida da quantidade de carga que flui através de uma área em um dado intervalo de tempo.



Assim, a intensidade de **corrente elétrica** (***i***) é a relação entre essa **quantidade de carga elétrica** (Δq) que atravessou aquela área e o **intervalo de tempo** (Δt) em que isso ocorre, matematicamente essa definição pela taxa:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Como para que exista uma corrente elétrica precisamos de cargas elétricas móveis, consideramos como corrente elétrica num material como o movimento dessas cargas elétricas, os elétrons fluem como se definissem um fluido. A unidade de corrente elétrica adotada no Sistema Internacional de medidas é o **Ampére** (***A***) e a de carga elétrica é o **Coulomb (*C*).**

$$\left[A = \frac{C}{s} \right]$$

Ampère e Coulomb foram físicos do final do século XIX que trouxeram várias contribuições importantes no campo do estudo dos fenômenos elétricos e magnéticos cuja pesquisa estava dando seus primeiros passos nessa época.

Definimos uma corrente de **um Ampére** como a **passagem de uma carga de um Coulomb por segundo através de uma área**.

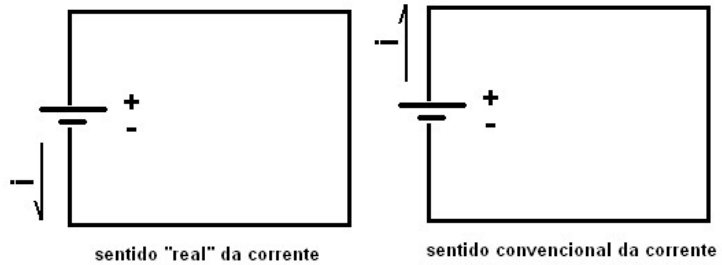
É curioso saber que a definição da unidade Ampére é anterior à definição de Coulomb e a frase acima foi dita primeiramente da seguinte maneira: **Um Coulomb é a quantidade de carga que flui em um segundo através de uma área atravessada por uma corrente elétrica de um Ampére**.

É muito comum o uso de unidades submúltiplas do ampère. As mais comuns são o miliampére (mA) e o microampère (μA).

CORRENTE CONVENCIONAL
SENTIDO DA CORRENTE ELÉTRICA

Ainda que saibamos que a corrente elétrica corresponde ao fluxo de elétrons, que têm carga negativa. Foi convencionado (antes da descoberta do elétron) que a descrição da corrente elétrica é feita considerando como se viajasse na direção oposta, como se fosse efetuada por cargas positivas. Essa convenção foi mantida mesmo após a descoberta do elétron..

Assim a corrente é convencionada como estando as quais se movem no mesmo sentido do campo elétrico $\vec{E}$, responsável pelo movimento, como se fosse composta a corrente, por partículas de carga positiva.



CORRENTE CONTÍNUA (DC DIRECT CURRENT) OU CORRENTE ALTERNADA (AC ALTERNATED CURRENT)

Quando os portadores se movimentam sempre num mesmo sentido e com velocidade constante, como os elétrons atravessando o filamento de uma lâmpada de lanterna de pilha, temos **corrente contínua** (CC). Quando os portadores mudam de velocidade e sentido ao se moverem (vai-e-vem), como no caso dos elétrons no filamento de uma lâmpada elétrica do teto de uma casa, temos **corrente alternada** (CA). Não se estuda a corrente alternada no programa do vestibular em virtude de demandar mais cuidado matemático na formulação e análise dos fenômenos.

EXERCÍCIOS

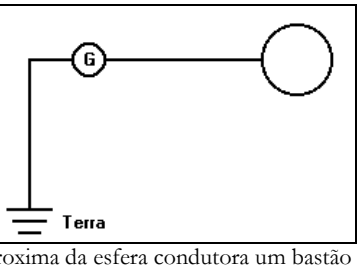
1. A intensidade de corrente elétrica, num certo condutor metálico é invariável e vale 3A.
a) Qual é a quantidade de carga essa corrente transporta a cada 10 segundos.?
b) Na questão anterior quantos elétrons passam pela secção neste intervalo de tempo?

2. (PUC-SP) Uma lâmpada permanece acesa durante 1 h, sendo percorrida por uma corrente elétrica de intensidade igual a 0,5 A.
i) Qual a carga elétrica que passou por uma secção de seu filamento?
a) 18C
b) 180C
c) 1800C
d) 18000C
e) 180000C

ii)Quantos elétrons passaram aproximadamente?
(Dado: carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C.)

3. (Unesp 97) A figura a seguir mostra uma esfera condutora ligada à Terra por meio de um galvanômetro G (Galvanômetro é um aparelho que permite medir a corrente elétrica que percorre um fio).

Com esta montagem, observou-se que o galvanômetro indica:



– um pulso de corrente, enquanto se aproxima da esfera condutora um bastão carregado com cargas positivas, e
– outro pulso de corrente, mas de sentido contrário ao primeiro, quando se leva para longe da esfera o mesmo bastão.

Usando a seguinte representação

carga positiva: +
carga negativa: -
carga nula: n

a) copie e complete a figura, mostrando tanto a distribuição de cargas na esfera condutora como o sentido da corrente de elétrons que flui pelo galvanômetro G, enquanto se aproxima da esfera o bastão carregado;
b) copie novamente e complete a figura, mostrando tanto a distribuição de cargas na esfera condutora como o sentido da corrente de elétrons que flui pelo galvanômetro G, quando se leva para longe da esfera o bastão carregado.

4. (Unitau 95) Duas esferas condutoras, 1 e 2, de raios r1 e r2 onde r1=2r2 estão isoladas entre si e com cargas q1 e q2 sendo q2=2q1 e de mesmo sinal. Quando se ligam as duas esferas por um fio condutor, pode-se afirmar que:
a) haverá movimento de elétrons da esfera 1 para a esfera 2.
b) haverá movimento de elétrons da esfera 2 para a esfera 1.
c) não haverá movimento de elétrons entre as esferas.
d) o número de elétrons que passa da esfera 1 para a esfera 2 é o dobro do número de elétrons que passa da esfera 2 para a esfera 1.
e) o número de elétrons que passa da esfera 2 para a esfera 1 é o dobro do número de elétrons que passa da esfera 1 para a esfera 2.

5. (Ufsm 2003) Dois corpos condutores esféricos de raios R1e R2 carregados, são conectados através de um fio condutor. A relação Q2/Q1, depois do contato, vale
a) R_2/R_1
b) R_1/R_2
c) R_1R_2
d) R_1^2/R_2^2
e) R_2^2/R_1^2

10. DIFERENÇA DE POTENCIAL (DDP)

O movimento de cargas elétricas ocorre devido as interações de atração e repulsão delas com um campo elétrico diretor presente no interior do meio onde estão inseridas. A compreensão deste movimento pode ser simplificada quando usamos o conceito de diferença de potencial (ddp).

Ao invés de dizermos que uma carga se move devido a uma força de atração ou repulsão, dizemos que ela se move de um ponto ao outro do espaço se houver uma diferença de potencial entre esses pontos. Esse "potencial" não é nada mais do que a energia potencial associada a cada ponto.

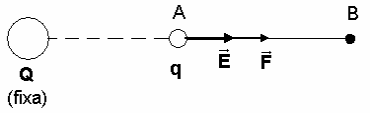
Isso é possível em virtude de ser a força elétrica conservativa, ou seja podemos associar a cada posição do espaço uma energia potencial elétrica e descrever o movimento de cargas aceleradas por ela a partir da diferença entre as energias potenciais. Na eletricidade é usual, ainda, considerar-se o potencial elétrico como sendo a energia por Coulomb de carga (E/q), que no SI é chamado "Volt" (V).

A ddp (também chamada de tensão ou voltagem) entre o cabo de entrada e o cabo de saída de um aparelho elétrico é que

faz as cargas (elétrons) se moverem, gerando uma corrente no circuito. Isso significa que o potencial na entrada do aparelho tem que ser diferente do potencial em sua saída que uma corrente possa percorrer o aparelho.

Cargas positivas movem-se no sentido em que o potencial diminui, ou seja, vão do ponto com potencial mais alto para o ponto com potencial mais baixo (como no caso de uma massa que cai no campo gravitacional indo de alturas maiores – maior energia potencial – a alturas menores – menor energia potencial – havendo um acréscimo em sua energia cinética durante esse movimento a fim de se conservar a energia mecânica. Cargas negativas apresentam comportamento contrário, indo de um lugar onde o potencial é menor para outro onde ele é maior.

Para denotar o **valor do potencial** num ponto utilizamos a letra ***V*** e para denotar a **diferença de potencial entre dois pontos**, a letra ***U***.



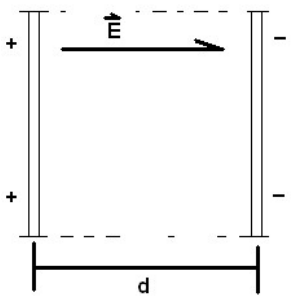
Na figura, A é o ponto de maior potencial, e B, o de menor potencial. A **ddp** entre os pontos A e B será portanto: V_A-V_B.

A unidade da ddp, assim como o potencial V, é o **Volt**. **(*V*)**. A unidade Volt é definida em termos da energia, medida em joule, carregada por cada coulomb de carga. Ou seja: V=J/C.

Assim uma ddp de 110 V, dá a cada coulomb de carga 110 J de energia. Com a idéia de potencial temos a linguagem simplificada e não precisamos ficar nos referindo ao campo elétrico no interior que coloca as cargas para se moverem.

De modo que podemos também mapear o potencial elétrico de um arranjo de cargas. Da mesma forma como o campo gravitacional define a energia potencial gravitacional, a partir do trabalho que a força da gravidade realiza sobre um corpo que move-se sob sua ação, o campo elétrico define a energia potencial eletrostática que divida pela carga dos portadores em coulomb vai nos possibilitar calcular a ddp em volts de um determinado arranjo.

Exemplo: Potencial elétrico de um conjunto de duas placas aceleradoras que produzem um campo uniforme E é dada por:



A força sobre uma carga de valor q será

$$F = qE$$

Assim o trabalho efetuado sobre a carga ao ser acelerada através da distância d, será:

$$\tau = Fd = qEd$$

Essa seria a energia, portanto, potencial da placa + em relação a placa.

O potencial elétrico é calculado tomando-se o trabalho por coulomb de carga, ou seja:

$$V = \frac{\tau}{q} = Ed$$

De modo que, para gerarmos uma ddp de 110V com distância de 11cm precisaremos de um campo de intensidade:

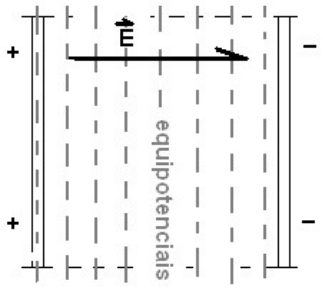
$$V = Ed \Rightarrow 110V = E.11\times10^{-2}\,m \Rightarrow$$

$$E = \frac{110}{11}\times10^{2}\,\frac{N\times m}{C\times m} = 1000\,\frac{N}{m}$$

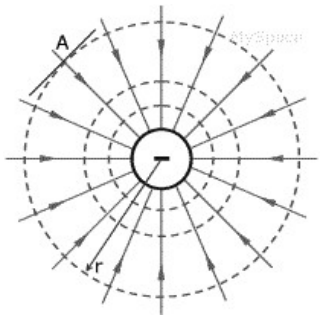
LINHAS EQUIPOTENCIAIS

Os pontos que estão ligados a mesmo valor de potencial definem linhas, chamadas "equipotenciais". As equipotenciais consistem de uma representação auxiliar que nos permite visualizar o campo elétrico e sua ação sobre o movimento das cargas em seu interior.

No exemplo do acelerador eletrostático de placas paralelas, na qual temos um campo uniforme as equipotenciais arranjam-se como linhas perpendiculares ao campo.



Para um campo gerado por uma carga pontual a simetria do campo sabemos ser esférica (radial). Assim as linhas equipotenciais e as linhas de campo serão:



Note que em ambas as representações as linhas de campo e das equipotenciais também cruzam-se segundo ângulos de 90º, esse resultado (arranjo perpendicular) é verdadeiro para qualquer conjunto de linhas de campo.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Qual a velocidade de um elétron ao ser acelerado por um conjunto de placas paralelas sob uma tensão U de 300V?

Podemos usar a conservação da energia:

$$E_M^{(A)} = E_M^{(B)} \Rightarrow Uq = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Uq}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\times200V\times1{,}6\times10^{-19}C}{9\ \times\ 10^{-31}\ \text{kg}}} = \frac{4\times10\times4}{3}\sqrt{10^{11}}\sqrt{\frac{\left(\frac{kg.m}{s^2}\right).m.}{C}\frac{C}{kg}}$$

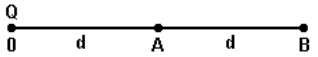
$$v \approx 1{,}6\times10^{6}\,\frac{m}{s}$$

Note que o número é bastante alto especialmente em virtude de ser muito pequena a massa do elétron.

EXERCÍCIOS

1. (Mackenzie 98) Um corpúsculo de 0,2g eletrizado com carga de 80.10^{-6}C varia sua velocidade de 20m/s para 80m/s ao ir do ponto A para o ponto B de um campo elétrico. A d.d.p. entre os pontos A e B desse campo elétrico é de:
a) 1.500 V
b) 3.000 V
c) 7.500 V
d) 8.500 V
e) 9.000 V

2. (Ufal 99) Considere uma carga puntiforme Q, fixa no ponto 0, e os pontos A e B, como mostra a figura a seguir.

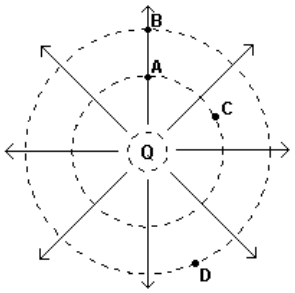


Sabe-se que os módulos do vetor campo elétrico e do potencial elétrico gerados pela carga no ponto A valem, respectivamente, E e V. Nessas condições, os módulos dessas grandezas no ponto B valem, respectivamente,
a) 4E e 2V
b) 2E e 4V
c) E/2 e V/2
d) E/2 e V/4
e) E/4 e V/2

3. (Ufsm 2002) Uma partícula com carga $q=2.10^{-7}$C se desloca do ponto A ao ponto B, que estão numa região em que existe um campo elétrico. Durante esse deslocamento, a força elétrica realiza um trabalho $W = 4 \cdot 10^{-3}$ J sobre a partícula. A diferença de potencial $V_B - V_A$ entre os dois pontos considerados vale, em V,
a) $-8 \cdot 10^{-10}$
b) $8 \cdot 10^{-10}$
c) $-2 \cdot 10^{4}$
d) $2 \cdot 10^{4}$
e) $0,5 \cdot 10^{-4}$

4. (Ufv 96) Na figura a seguir estão representadas algumas linhas de força do campo criado pela carga Q. Os pontos A, B, C e D estão sobre circunferências centradas na carga.

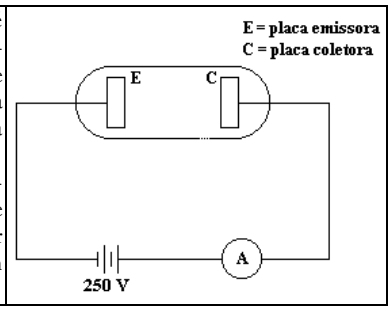
Assinale a alternativa FALSA.



a) Os potenciais elétricos em A e C são iguais.
b) O potencial elétrico em A é maior do que em D.
c) Uma carga elétrica positiva colocada em A tende a se afastar da carga Q.
d) O trabalho realizado pelo campo elétrico para deslocar uma carga de A para C é nulo.
e) O campo elétrico em B é mais intenso do que em A

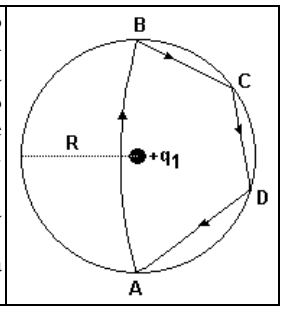
6. (Ita 96) Um feixe de elétrons é formado com a aplicação de uma diferença de potencial de 250V entre duas placas metálicas, uma emissora e outra coletora, colocadas em uma ampola na qual se fez vácuo.

A corrente medida em um amperímetro devidamente ligado é de 5,0mA. Se os elétrons podem ser considerados como emitidos com velocidade nula, então:



a) a velocidade dos elétrons ao atingirem a placa coletora é a mesma dos elétrons no fio externo à ampola.
b) se quisermos saber a velocidade dos elétrons é necessário conhecermos a distância entre as placas.
c) a energia fornecida pela fonte aos elétrons coletados é proporcional ao quadrado da diferença de potencial.
d) a velocidade dos elétrons ao atingirem a placa coletora é de aproximadamente $1,0.10^{7}$m/s.
e) depois de algum tempo a corrente vai se tornando nula, pois a placa coletora vai ficando cada vez mais negativa pela absorção dos elétrons que nela chegam.

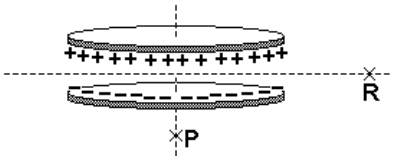
7. (Uel 2001) Considere o campo elétrico gerado por uma carga elétrica puntiforme +q1, localizada no centro de um círculo de raio R. Uma outra carga elétrica puntiforrne q2 é levada da posição A para B, de B para C de C para D e finalmente de D para A, conforme mostra a figura abaixo. Sobre isso, considere as afirmativas.



I- O trabalho é menor na trajetória BC que na trajetória DA.
II- O trabalho na trajetória AB é positivo se a carga q2 for positiva.
III- O trabalho na trajetória AB é igual ao trabalho no trajeto BC+CD+DA.
IV- O trabalho na trajetória AB+BC+CD+DA é nulo.

Sobre as afirmativas acima, assinale a alternativa correta.
a) Apenas as afirmativas I e IV são verdadeiras.
b) Apenas as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
c) Apenas as afirmativas II e III são verdadeiras.
d) Apenas as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
e) Apenas as afirmativas III e IV são verdadeiras.

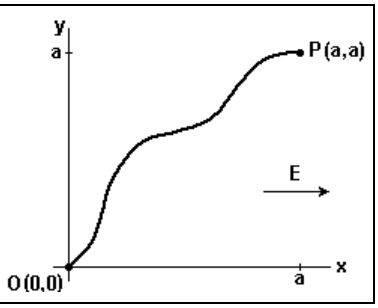
8. (Ufc 2000) Duas placas idênticas, circulares, planas e paralelas, são carregadas com cargas de sinais opostos, conforme indicado na figura a seguir. Considere o ponto P, situado no eixo das placas, e o ponto R, no plano que se situa no meio das duas placas. O trabalho que devemos realizar para levar uma carga positiva de P até R, com velocidade constante:



a) é nulo.
b) é negativo.
c) é positivo.
d) depende do caminho percorrido entre P e R.
e) depende da posição do ponto R no plano.

9. (Ufpi 2000) Uma partícula, com carga elétrica $q=2\times10^{-9}$C, é liberada do repouso numa região onde existe um campo elétrico externo. Após se afastar alguns centímetros da posição inicial, a partícula já adquiriu uma energia cinética, dada por $K=4\times10^{-6}$J. Sobre a diferença de potencial $(\Delta V=Vf-Vi)$ entre essas duas posições, podemos afirmar
a) $\Delta V = -2$ kV
b) $\Delta V = -4$ kV
c) $\Delta V = 0$
d) $\Delta V = +4$ kV
e) $\Delta V = +2$ kV

10. (Ufpi 2001) Uma partícula de carga q, positiva, se desloca do ponto O, de coordenadas (0,0) até o ponto P, de coordenadas (a,a), seguindo a trajetória indicada na figura a seguir. Ao longo de toda a trajetória, há um campo elétrico uniforme, E, que aponta no sentido positivo do eixo x. O trabalho realizado pela força elétrica, devida ao campo, sobre a partícula, durante seu deslocamento é

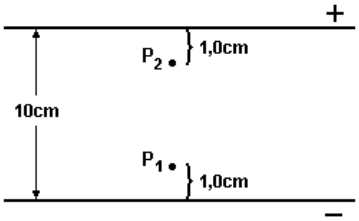


a) positivo e de módulo maior que qEa.
b) nulo.
c) negativo e de módulo maior que qEa.
d) negativo e de módulo igual a qEa.
e) positivo e de módulo igual a qEa.

11. (Uel 95) A diferença de potencial entre as duas placas condutoras paralelas indicadas no esquema é 500V.

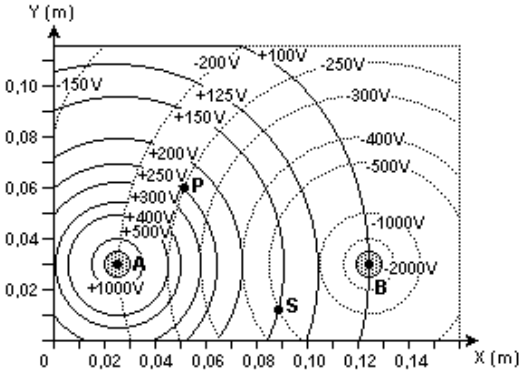
Quando um elétron é transportado de P1 a P2 o trabalho realizado pelo campo elétrico é, em joules, igual a

a) $1,3 \cdot 10^{-20}$
b) $6,4\ 10^{-20}$
c) $6,4.\ 10^{-17}$
d) $8,0.\ 10^{-16}$
e) $8,0.\ 10^{-15}$



Dado: carga do elétron = $1,6.10^{-19}$C

12. (Fuvest 2003) Duas pequenas esferas metálicas, A e B, são mantidas em potenciais eletrostáticos constantes, respectivamente, positivo e negativo. As linhas cheias do gráfico representam as intersecções, com o plano do papel, das superfícies equipotenciais esféricas geradas por A, quando não há outros objetos nas proximidades. De forma análoga, as linhas tracejadas representam as intersecções com o plano do papel, das superfícies equipotenciais geradas por B. Os valores dos potenciais elétricos dessas superfícies estão indicados no gráfico. As questões se referem à situação em que A e B estão na presença uma da outra, nas posições indicadas no gráfico, com seus centros no plano do papel.



NOTE/ADOTE

Uma esfera com carga Q gera, fora dela, a uma distância r do seu centro, um potencial V e um campo elétrico de módulo E, dados pelas expressões:
$V = K(Q/r)$; $E = K(Q/r^2) = V/r$; K = constante; 1 volt/metro=1 newton/coloumb

a) Trace, com caneta, em toda a extensão do gráfico da folha de respostas, a linha de potencial V = 0, quando as duas esferas estão nas posições indicadas. Identifique claramente essa linha por V = 0.

b) Determine, em volt/metro, utilizando dados do gráfico, os módulos dos campos elétricos E(PA) e E(PB) criados, no ponto P, respectivamente, pelas esferas A e B.

c) Represente, em uma escala conveniente, no gráfico, com origem no ponto P, os vetores E(PA), E(PB) e o vetor campo elétrico E(P) resultante em P. Determine, a partir desta construção gráfica, o módulo de E(P), em volt/metro.

d) Estime o módulo do valor do trabalho W, em joules, realizado quando uma pequena carga $q=2,0nC$ é levada do ponto P ao ponto S, indicados no gráfico. ($2,0nC = 2,0$ nanocoulombs $= 2,0 \times 10^{-9}C$).

13. (Pucrs 2002) Uma esfera condutora, oca, encontra-se eletricamente carregada e isolada. Para um ponto de sua superfície, os módulos do campo elétrico e do potencial elétrico são 900N/C e 90V. Portanto, considerando um ponto no interior da esfera, na parte oca, é correto afirmar que os módulos para o campo elétrico e para o potencial elétrico são, respectivamente,

a) zero N/C e 90V.
a) zero N/C e zero V.
c) 900N/C e 90V.
d) 900N/C e 9,0V.
e) 900N/C e zero V.

11. CIRCUITOS ELÉTRICOS

Todo equipamento que faz uso de corrente elétrica precisa de uma fonte de energia elétrica para que essas cargas se mantenham em movimento. No caso de uma geladeira essa fonte é a tomada e no caso de uma lanterna a fonte é uma pilha elétrica. Ligar ou conectar um aparelho elétrico à fonte de energia significa permitir que o mesmo seja atravessado por corrente elétrica. Para tanto são necessários dois cabos: um de entrada e outro de saída. Na grande maioria dos eletrodomésticos temos a impressão que existe apenas um cabo. Na verdade, temos um cabo duplo com dois fios isolados e paralelos em seu interior, no qual uma ponta é conectada à tomada (fonte) e a outra ao aparelho.

O caminho percorrido pela corrente elétrica vinda da fonte, passando pelo aparelho elétrico, e voltando à fonte é chamado de circuito elétrico. O esquema de um circuito elétrico pode ser muito útil para a compreensão de máquinas e instalações elétricas. Sistemas de abastecimento de energia para grandes cidades, instalações elétricas residenciais, industriais e funcionamento de aparelhos eletrônicos podem todos ser melhor estudados e compreendidos quando esquematizados como circuitos, nos quais detalhes de como a corrente elétrica percorre o circuito são incluídos.

Para facilitar a troca de informações sobre circuitos, certos padrões de representação foram adotados. Os dispositivos mais comuns são representados por símbolos específicos e os detalhes dos componentes reais do circuito são simplificados. As figuras abaixo exemplificam a diferença entre um desenho de circuito realista, com detalhes de forma e proporção, e o esquema de um circuito representado de maneira simplificada, mais útil para o entendimento da parte elétrica do aparelho.

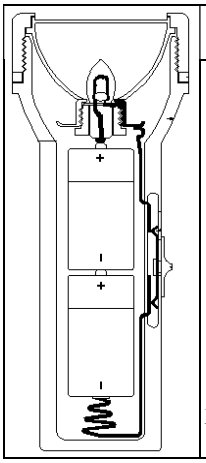


Fig. 2: Esquema de funcionamento de uma lanterna. A parte percorrida por corrente elétrica está em negrito.

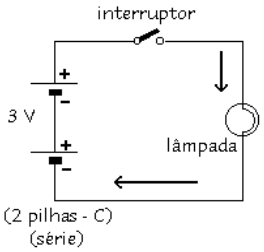


Fig. 3: Representação do circuito elétrico da lanterna. As setas indicam o sentido da corrente.

APARELHOS DE MEDIDA ELÉTRICA

De modo a poder medir as quantidades físicas relativas ao funcionamento de um circuito eletrônico foram criados dispositivos baseados em efeitos físicos simples que a partir da medida do efeito gerado permite a relação com o valor das quantidades ligadas à corrente elétrica. Alguns destes aparelhos são:

- Galvanômetro – aparelho capaz de detectar e medir correntes elétricas de pequena intensidade. Seu funcionamento é **devido ao efeito eletromagnético no qual num condutor percorrido por uma corrente elétrica surge uma força que move este condutor.** A *corrente de fundo* de um galvanômetro é a corrente de máxima intensidade que ele pode resistir sem danificar-se.
- Amperímetro – aparelho destinado a medir intensidades de corrente elétrica; consiste de um galvanômetro no qual é ligado em paralelo uma resistência de baixo valor. O amperímetro deve ser **ligado em série** no trecho do circuito onde ser que medir a corrente.
- Voltímetro – aparelho destinado a medir diferenças de potencial; consiste de um galvanômetro no qual se associa em série

um resistor de resistência muito maior comparada a do galvanômetro. O voltímetro deve ser **ligado em paralelo** no trecho do circuito onde se quer medir a ddp.

12. RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Um resistor é um dispositivo capaz de transformar energia elétrica em energia térmica (calor), ao fazer isso ele também permite que se reduza intensidades de corrente, o que é importante para manter determinados componentes de um circuito dentro de sua faixa de operação, ao mesmo tempo que estarão na base de dispositivos cuja finalidade é de produzir calor a partir da energia disponível na forma elétrica, em aparelhos elétricos como o chuveiro elétrico e o secador de cabelo. O aquecimento pode levar ao efeito da incandescência (produção de luz a partir das altas temperaturas de aquecimento), como nas lâmpadas incandescentes.

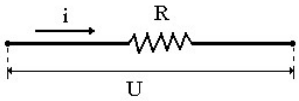
Os resistores dos aparelhos citados acima funcionam basicamente da seguinte forma:

- Os elétrons de um fio metálico são postos em movimento (corrente elétrica), por uma fonte de **ddp** (**voltagem**) que pode ser a rede elétrica (através de uma tomada), uma pilha ou um gerador.
- Dentro do resistor a energia de movimento (energia cinética) desses elétrons é transformada em calor em virtude dos choques entre estes e os centros atômicos transferindo parte dessa energia para a agitação térmica dos centros atômicos. Finalmente, essa energia é transferida para o ar (no secador), para a água (no chuveiro) ou irradiada para o ambiente, neste último caso ocorre a emissão de luz (na lâmpada incandescente).

Efeito joule:
A liberação de calor a partir do fenômeno de resistência elétrica é denominado efeito Joule.

A **resistência elétrica** (***R***) é uma grandeza que representa a oposição que os átomos de um resistor impõem à passagem dos elétrons em movimento, ou seja, da corrente elétrica.

A representação de um resistor de resistência R num trecho de circuito, sujeito à ddp (*U*) e à corrente (*i*), é:



12.1. PRIMEIRA LEI DE OHM

Georg Simon Ohm, no início do século XVII, determinou experimentalmente que, num resistor a uma **temperatura constante**, a **intensidade da corrente elétrica é diretamente proporcional a ddp que a originou**. Isso significa que quanto maior for a resistência R de um resistor, maior terá de ser a ddp U aplicada em suas extremidades para que uma corrente i escolhida consiga atravessá-lo. Como todo modelo fenomenológico ele tem seu caráter de aproximação e podem haver desvios progressivamente maiores para valores crescentes de tensão e intensidade de corrente.

Essa relação se expressa matematicamente na forma da equação, conhecida como **Primeira lei de Ohm**:

$$U = R \cdot i$$

Resistores que obedecem a essa lei são conhecidos como resistores ôhmicos.

A unidade de medida de resistência no Sistema Internacional é o Ohm, representada pelo símbolo Ω.

Uma resistência de um Ohm é definida a partir do Volt (*V*) e do Ampère (*A*) e da própria lei de Ohm, ou seja, a resistência *R* é:

$$R = \frac{U}{i}$$

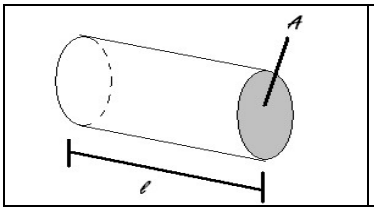
Substituindo *U* por 1*V* e *i* por 1*A* obtemos 1Ω, como se segue:

$$[\Omega] = \left[\frac{V}{A}\right]$$

12.2. SEGUNDA LEI DE OHM

Já vimos que a resistência elétrica de um condutor está relacionada com a maior ou menor facilidade com que esse condutor permite a passagem da corrente elétrica.

Ohm, através de experiências, verificou que a resistência elétrica (*R*) de um fio condutor depende diretamente do comprimento do fio (*l*) e de uma constante de proporcionalidade (ρ) e, indiretamente, da área da seção transversal (*A*):



$$R = \rho \frac{l}{A}$$

A constante de proporcionalidade ρ é a resistividade do condutor que depende do material de que é composto e da temperatura do ambiente. A unidade de ρ no Sistema Internacional é $\Omega \cdot m$.

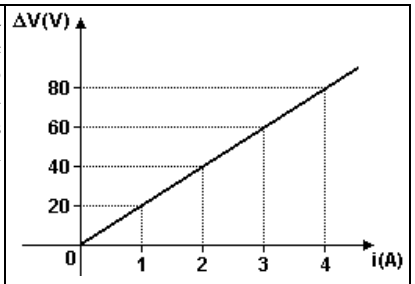
Resistividade de alguns materiais à temperatura ambiente (20ºC)	
Prata	$1,62 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1,69 \cdot 10^{-8}$
Alumínio	$2,75 \cdot 10^{-8}$
Ferro	$9,68 \cdot 10^{-8}$
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$

É usual a utilização de outra quantidade para caracterizar a resistência, a chamada "condutividade elétrica" (σ), dada pelo inverso de sua resistividade.	$\sigma = \frac{1}{\rho}$

EXERCÍCIOS

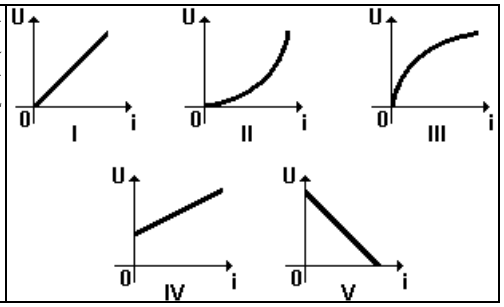
1) Uma tensão de 12 volts aplicada a uma resistência de 3,0 Ω. produzirá uma corrente de:
a) 36 A
b) 24 A
c) 4,0 A
d) 0,25 A

2) (Ufsm)O gráfico representa a diferença de potencial ΔV entre dois pontos de um fio, em função da corrente i que passa através dele. A resistência do fio entre os dois pontos considerados vale, em Ω,
a) 0,05
b) 4
c) 20
d) 80
e) 160

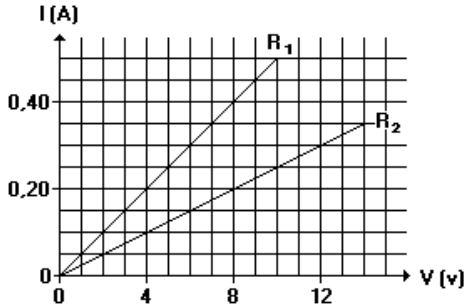


3) Considere os gráficos a seguir, que representam a tensão (U) nos terminais de componentes elétricos em função da intensidade da corrente (i) que os percorre.

Dentre esses gráficos, pode-se utilizar para representar componentes ôhmicos SOMENTE
a) I
b) I e IV
c) I, II e III
d) I, II e IV
e) I, IV e V



4) (Unesp)Os gráficos na figura a seguir mostram o comportamento da corrente em dois resistores, R_1 e R_2, em função da tensão aplicada.



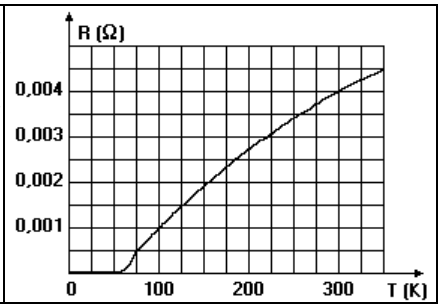
a) Considere uma associação em série desses dois resistores, ligada a uma bateria. Se a tensão no resistor R_1 for igual a 4V, qual será o valor da tensão de R_2?
b) Considere, agora, uma associação em paralelo desses dois resistores, ligada a uma bateria. Se a corrente que passa pelo resistor R_1 for igual a 0,30A, qual será o valor da corrente por R_2?

5) (PUC) O aquecimento e a iluminação foram as primeiras aplicações da energia elétrica. Um fio metálico, muito fino, percorrido por corrente elétrica se aquece. Considere um fio de níquel-cromo, cuja resistividade suposta constante vale 1,0 . 10-6 Ω.m, tem 1,0 m de comprimento e 2,5 mm² de área de secção reta. Suas extremidades são sujeitas a uma ddp de 12 V.

A intensidade da corrente que percorre o fio, em ampéres, vale:
a) 20
b) 25
c) 30
d) 50
e) 60

6) (Fuvest) O gráfico adiante representa o comportamento da resistência de um fio condutor em função da temperatura em K. O fato de o valor da resistência ficar desprezível abaixo de uma certa temperatura caracteriza o fenômeno da supercondutividade. Pretende-se usar o fio na construção de uma linha de transmissão de energia elétrica em corrente contínua. À temperatura ambiente de 300K a linha seria percorrida por uma corrente de 1000A, com uma certa perda de energia na linha.

Qual seria o valor da corrente na linha, com a mesma perda de energia, se a temperatura do fio fosse baixada para 100K?
a) 500A
b) 1000A
c) 2000A
d) 3000A
e) 4000ª



7) (Unitau)Um condutor de secção transversal constante e comprimento L tem resistência elétrica R. Cortando-se o fio pela metade, sua resistência elétrica será igual a:
a) 2R.
b) R/2.
c) R/4.
d) 4R.
e) R/3.

8) (Mack)Um fio, de secção circular, com comprimento L e diâmetro D, possui resistência R. Um outro fio de mesmo material possui comprimento 2L e diâmetro D/2. Qual é a sua resistência R'?
a) R' = R
b) R' = 2R
c) R' = 4R
d) R' = 6R
e) R' = 8R

9) (Mack)Um cabo de cobre, utilizado para o transporte de energia elétrica, tem a cada quilômetro de comprimento resistência elétrica de 0,34². A massa de um metro desse cabo é igual a:

Dados do cobre:

densidade = 9000kg/m³; resistividade = $1,7.10^{-8}$ Ω..m
a) 540 g
b) 520 g
c) 500 g
d) 450 g
e) 250 g

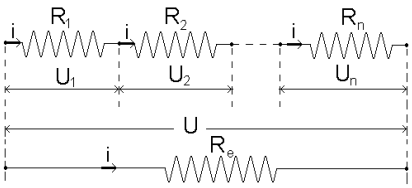
12.3. ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES

Uma associação de resistores consiste de vários resistores eletricamente conectados entre si. A finalidade da associação de resistores num circuito elétrico pode ser a necessidade de uma resistência maior ou menor do que o valor fornecido por um único resistor ou de se ter circulando no circuito uma corrente elétrica maior do que um único resistor pode suportar, atendendo, assim, às necessidades de projeto de um circuito elétrico.

Numa residência, as lâmpadas e os diversos aparelhos elétricos quando ligados nas tomadas formam uma associação de resistores.

Dependendo de como são ligados, os resistores formam uma associação em série, em paralelo ou mista. Em qualquer que seja o tipo de associação, sempre existe um valor único de resistência, a resistência equivalente (R_e), que pode equivaler às resistências de todos os resistores da associação.

- Associação em série – todos os resistores são percorridos pela **mesma corrente elétrica**. No entanto a **diferença de potencial (U) aplicada em cada resistor é diferente**, proporcional ao valor de cada resistência.



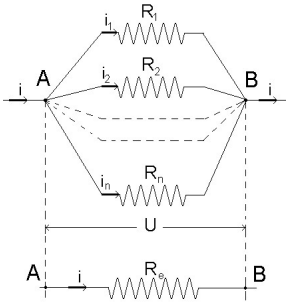
Verifica-se que a ddp total é a soma das ddp's parciais em cada resistor.

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$$

Aplicando-se a 1ª Lei de Ohm à expressão acima e ao resistor equivalente, obtemos a expressão para a resistência equivalente de uma associação em série de resistores:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

- Associação em paralelo – todos os resistores estão submetidos a uma **mesma ddp**. Temos, agora, que a **intensidade da corrente que percorre cada resistor é diferente**, proporcional ao valor de cada resistência.



Desta forma, a corrente total é a soma das intensidades de corrente que percorrem cada resistor:

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

Considerando a 1ª Lei de Ohm, na expressão da corrente total cima e ao resistor equivalente, obtemos a expressão que relaciona a resistência equivalente de uma associação em paralelo de resistores às resistências individuais:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

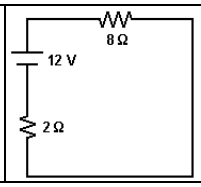
- Associação mista – é a associação de resistores que contém, simultaneamente, associações em série e em paralelo. As expressões para o cálculo da resistência equivalente são uma associação das expressões apresentadas anteriormente. A complexidade desta expressão varia de uma associação para outra. A melhor maneira de resolver é isolar partes menos complexas e calcular um resistor equivalente para cada uma delas, sucessivamente, até encontrar um único resistor equivalente.

Curto-circuito: Diz-se que um resistor está em curto-circuito quando a ele tem as suas extremidades submetidas aos mesmos valores de potencial elétrico, ou equivalentemente, está associado em série com um resistor de resistência desprezível (aproximadamente nulo).

EXERCÍCIOS

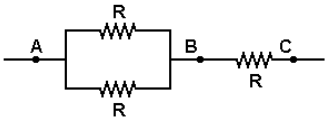
1) Considere o circuito elétrico:

O valor da corrente do circuito é de:
a) 6,0 A
b)12 A
c) 10 A
d) 1,0 A
e) 1,2 A



2) (Unesp) A figura representa uma associação de três resistores, todos de mesma resistência R.Se aplicarmos uma tensão de 6 volts entre os pontos A e C, a tensão a que ficará submetido o resistor ligado entre B e C será igual a

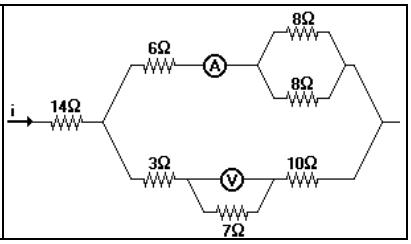
a) 1 volt.
b) 2 volts.
c) 3 volts.
d) 4 volts.
e) 5 volts



3) (Mack)Observa-se que um resistor de resistência R, quando submetido à ddp U, é percorrido pela corrente elétrica de intensidade i. Associando-se em série, a esse resistor, outro de resistência 1 e submetendo-se a associação à mesma ddp U, a corrente elétrica que a atravessa tem intensidade i/4. O valor da resistência R em Ohm é;
a) 2
b) 4
c) 6
d) 10
e) 12

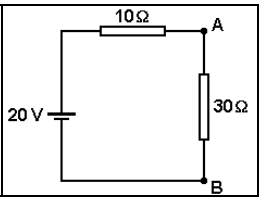
4) (Mack)Na associação a seguir, a intensidade de corrente i que passa pelo resistor de 14 Ω.é 3 A.

O amperímetro A e o voltímetro V, ambos ideais, assinalam, respectivamente:
a) 2 A e 1 V
b) 2 A e 7 V
c) 7 A e 2 V
d) 7 A e 1 V
e) 10 A e 20 V

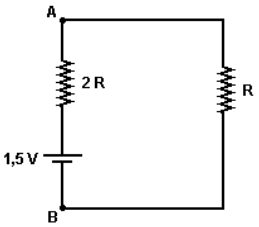


5) Um força eletromotriz contínua e constante é aplicada sobre dois resistores conforme representa o esquema abaixo.

A diferença de potencial, em volts, entre os pontos A e B do circuito, vale
a) 20
b) 15
c) 10
d) 8
e) 6

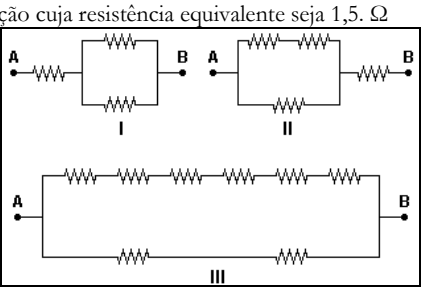


6) (Unesp) Dois resistores, um com resistência R e outro com resistência 2R, e uma pilha de 1,5 volts e resistência interna desprezível são montados como mostra a figura. Pede-se
a) o valor de R, supondo que a corrente que passa pela pilha é igual a 0,1A.
b) a diferença de potencial V_{AB} entre A e B.

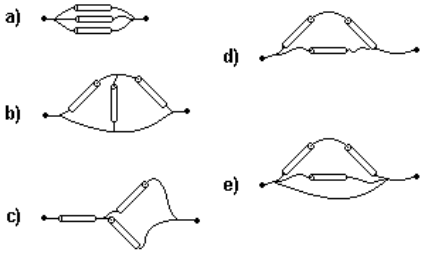


7) (Fatec) Dispondo de vários resistores iguais, de resistência elétrica 1,0 Ω cada, deseja-se obter uma associação cuja resistência equivalente seja 1,5. Ω

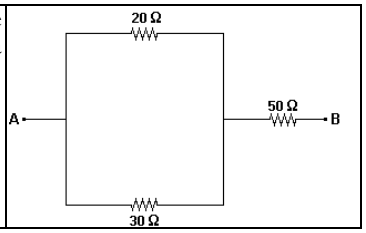
São feitas as associações:
A condição é satisfeita somente
a) na associação I.
b) na associação II.
c) na associação lII.
d) nas associações I e lI.
e) nas associações I e III.



8) (Fuvest) Dispondo de pedaços de fios e 3 resistores de mesma resistência, foram montadas as conexões apresentadas abaixo. Dentre essas, aquela que apresenta a maior resistência elétrica entre seus terminais é

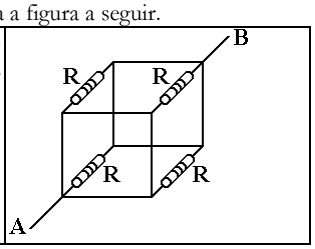


9) (Fei)Qual é a resistência equivalente entre os pontos A e B da associação a seguir?
a) 80 Ω.
b) 100 Ω.
c) 90 Ω.
d) 62 Ω.
e) 84 Ω.

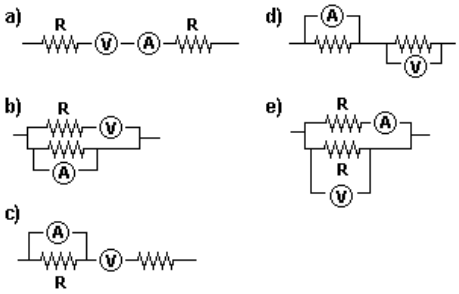


10) (Fuvest)Considere um circuito formado por 4 resistores iguais, interligados por fios perfeitamente condutores. Cada resistor tem resistência R e ocupa uma das arestas de um cubo, como mostra a figura a seguir.

Aplicando entre os pontos A e B uma diferença de potencial V, a corrente que circulará entre A e B valerá:
a) 4V/R.
b) 2V/R.
c) V/R.
d) V/2R.
e) V/4R.

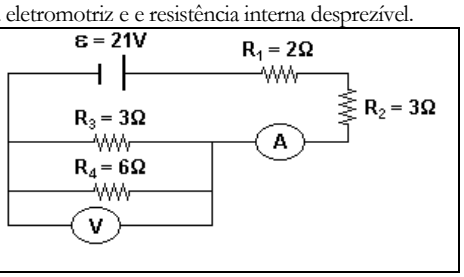


11) (Ufsm) Representado um amperímetro por A e um voltímetro por- V, o esquema onde aparecem corretamente ligados à respectiva malha é o



12) (PUC)O circuito esquematizado a seguir é constituído pelos resistores R_1, R_2, R_3 e R_4 e pelo gerador de força eletromotriz e e resistência interna desprezível.

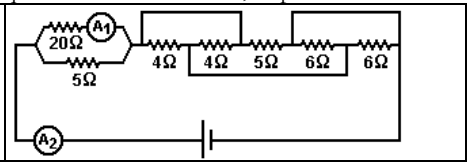
A corrente e a tensão indicadas pelo amperímetro A e voltímetro V ideais são, respectivamente:
a) 3A e 6V
b) 6A e 3V
c) 2A e 5V
d) 5A e 2V
e) 5A e 3V



13. (Fatec) No circuito a seguir, o amperímetro A_1 indica uma corrente de 200 mA

Supondo-se que todos os amperímetros sejam ideais, a indicação do amperímetro A, e a resistência equivalente do circuito são, respectivamente:

a) 200 mA e 40,5 Ω
b) 500 mA e 22,5 Ω
c) 700 mA e 15,0 Ω
d) 1000 mA e 6,5 Ω
e) 1200 mA e 0,5 Ω



14) Se quatro lâmpadas idênticas, L_1, L_2, L_3 e L_4, forem ligadas, como mostra a figura, a uma bateria com força eletromotriz suficiente para que fiquem acesas, verificar-se-á que:
a) todas as lâmpadas brilharão com a mesma intensidade.
b) L_1 brilhará com intensidade maior e L,, com intensidade menor que qualquer uma das outras.
c) L_1e L_4 brilharão igualmente, mas cada uma delas brilhará com intensidade menor que qualquer uma das outras duas.
d) L_2 e L_3 brilharão igualmente, mas cada uma delas brilhará com intensidade maior que qualquer uma das outras duas.
e) L_2 e L_3 brilharão igualmente, mas cada uma delas brilhará com intensidade menor que qualquer umas das outras duas.

13. POTÊNCIA ELÉTRICA

A potência elétrica em relação a ddp de um circuito qualquer e a corrente elétrica que o cruza será dada por:

$$P = U \cdot i$$

Para um resistor a energia que consumida for igual à dissipada, pode-se dizer que a potência consumida é igual a potência elétrica dissipada, uma vez que definimos potência como a relação entre energia e tempo.

Usando expressões para a ddp e corrente elétrica, temos as seguintes relações:

$$P = R \cdot i^2 \text{ e } P = \frac{U^2}{R}$$

A primeira expressão diz que a potência de um resistor é diretamente proporcional ao quadrado da corrente elétrica e a segunda nos permite concluir que a potência de um resistor, sob uma ddp constante, é inversamente proporcional à sua resistência.

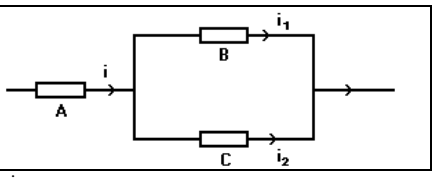
A unidade de potência elétrica no Sistema Internacional é o watt (W), definida por:

$$[W = V \cdot A]$$

EXERCÍCIOS

1) (Unitau 95) Três dispositivos A, B, C são ligados conforme está indicado no esquema adiante.

Os dispositivos A e B apresentam as seguintes indicações: 200V/300W e 100V/50W, respectivamente, enquanto C só apresenta a indicação 100V. Determine:



a) a intensidade das correntes i, i_1 e i_2
b) a potência do dispositivo C

2) O resistor de um chuveiro elétrico foi fabricado para operar em 220 V e fornecer uma potência de 6050 W na posição inverno. Nesse caso, a resistência do resistor vale:
a) 29,0 Ω.
b) 15,1 Ω.
c) 0,03 Ω.
d) 8,00 Ω.
e) 2,40 Ω

3) (Unesp) Uma lâmpada incandescente (de filamento) apresenta em seu rótulo as seguintes especificações: 60W e 120 V.
Determine
a) a corrente elétrica I que deverá circular pela lâmpada, se ela for conectada a uma fonte de 120 V.
b) a resistência elétrica R apresentada pela lâmpada, supondo que ela esteja funcionando de acordo com as especificações.

4) (UnB) Um cidadão que morava em Brasília, onde a voltagem é de 220volts, mudou-se para o Rio de Janeiro, onde a voltagem é de 110 volts. Para que tenha a mesma potência no chuveiro elétrico, ele deverá modificar a resistência para:
a) ¼ da resistência original.
b) ½ da resistência original.
c) 2 vezes a resistência original.
d) 4 vezes a resistência original

5) (Enem) Podemos estimar o consumo de energia elétrica de uma casa considerando as principais fontes desse consumo. Pense na situação em que apenas os aparelhos que constam na tabela a seguir fossem utilizados diariamente da mesma forma. A tabela fornece a potência e o tempo efetivo de uso diário de cada aparelho doméstico.

Supondo que o mês tenha 30 dias e que o custo de 1kWh é R$ 0,40, o consumo de energia elétrica mensal dessa casa, é de aproximadamente

a) R$ 135.
b) R$ 165.
c) R$ 190.
d) R$ 210.
e) R$ 230.

Aparelho	Potência (kW)	Tempo de uso diário (horas)
Ar condicionado	1,5	8
Chuveiro elétrico	3,3	1/3
Freezer	0,2	10
Geladeira	0,35	10
Lâmpadas	0,1	6

6)(Fuvest) Ganhei um chuveiro elétrico de 6050W - 220V. Para que esse chuveiro forneça a mesma potência na minha instalação, de 110V, devo mudar a sua resistência para o seguinte valor, em ohms:
a) 0,5
b) 1,0
c) 2,0
d) 4,0
e) 8,0

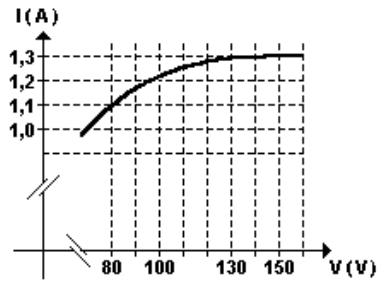
7) (Ufes)Duas lâmpadas de mesma resistência são ligadas em série e o conjunto é submetido a uma tensão V. Nessa configuração, o conjunto dissipa uma potência total Ps = 200 W. Se essas mesmas lâmpadas forem ligadas em paralelo e o conjunto submetido à mesma tensão V, a potência total Pp dissipada pelo conjunto será de:
a) 100 W
b) 200 W
c) 400 W
d) 600 W
e) 800 W

8) (Ufal)Um resistor é submetido à ddp de 100V. Passam por esse resistor $5{,}0\times10^{16}$ elétrons, em 2,0s. Nessas condições, a potência elétrica que o resistor dissipa, em W, vale (Carga elementar do elétron = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)
a) 0,10
b) 0,40
c) 1,6
d) 4,0
e) 8,0

9) (Fuvest)Um certo tipo de lâmpada incandescente comum, de potência nominal 170W e tensão nominal 130V, apresenta a relação da corrente (I), em função da tensão (V), indicada no gráfico a seguir

Suponha que duas lâmpadas (A e B), desse mesmo tipo, foram utilizadas, cada uma, durante 1 hora, sendo

Ao final desse tempo, a diferença entre o consumo de energia elétrica das duas lâmpadas, em watt.hora (Wh), foi aproximadamente de:
a) 0 Wh
b) 10 Wh
c) 40 Wh
d) 50 Wh
e) 70 Wh

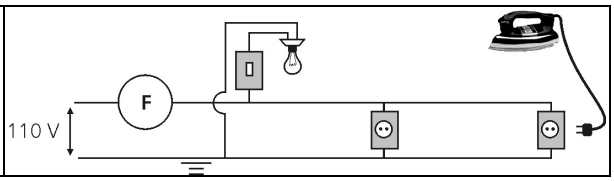


A - em uma rede elétrica de 130V
B - em uma rede elétrica de 100V

10) (Fuvest) Um circuito doméstico simples, ligado à rede de 110 V e protegido por um fusível F de 15 A, está esquematizado abaixo.

A potência máxima de um ferro de passar roupa que pode ser ligado, simultaneamente, a uma lâmpada de 150 W, sem que o fusível interrompa o circuito, é aproximadamente de:

a) 1100 W
b) 1500 W
c) 1650 W
d) 2250 W
e) 2500



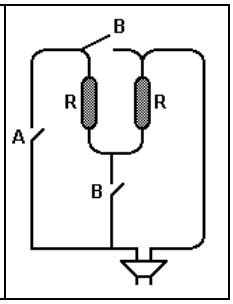
11) (Unesp) Um aparelho elétrico para ser ligado no acendedor de cigarros de automóveis, comercializado nas ruas de São Paulo, traz a instrução seguinte.

TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO: 12W
POTÊNCIA CONSUMIDA: 180V.

Essa instrução foi escrita por um fabricante com bons conhecimentos práticos, mas descuidado quanto ao significado e uso corretos das unidades do SI (Sistema Internacional), adotado no Brasil.
a) Reescreva a instrução, usando corretamente as unidades de medida do SI.
b) Calcule a intensidade da corrente elétrica utilizada pelo aparelho.

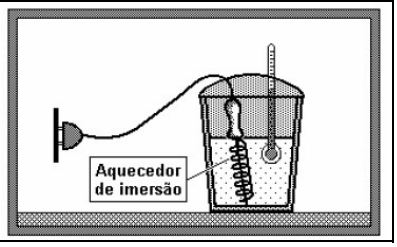
12)(Fuvest) Um aquecedor elétrico é formado por duas resistências elétricas R iguais. Nesse aparelho, é possível escolher entre operar em redes de 110 V (Chaves B fechadas e chave A aberta) ou redes de 220 V (Chave A fechada e chaves B abertas).

Chamando as potências dissipadas por esse aquecedor de P(220) e P(110), quando operando, respectivamente, em 220V e 110V, verifica-se que as potências dissipadas, são tais que
a) P (220) = 1/2 P (110)
b) P (220) = P (110)
c) P (220) = 3/2 P (110)
d) P (220) = 2 P (110)
e) P (220) = 4 P (110)



13) (Fuvest) Usando todo o calor produzido pela combustão direta de gasolina, é possível, com 1,0 litro de tal produto, aquecer 200 litros de água de 10°C a 45°C. Esse mesmo aquecimento pode ser obtido por um gerador de eletricidade, que consome 1,0 litro de gasolina por hora e fornece 110V a um resistor de 11^2, imerso na água, durante um certo intervalo de tempo. Todo o calor liberado pelo resistor é transferido à água. Nessas condições, o aquecimento da água obtido através do gerador, quando comparado ao obtido diretamente a partir da combustão, consome uma quantidade de gasolina, aproximadamente,
a) 7 vezes menor
b) 4 vezes menor
c) igual
d) 4 vezes maior
e) 7 vezes maior

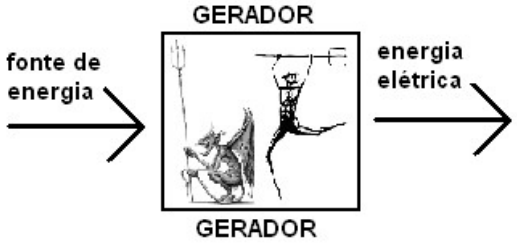
14) (PUC)Um aquecedor de imersão (ebulidor) dissipa 200W de potência, utilizada totalmente para aquecer 100g de água, durante um minuto.

Qual a variação de temperatura sofrida pela água? Considere 1cal=4J e c(água)=1cal/g°C. a) 120° C b) 100° C c) 70° C d) 50° C e) 30° C	

14. GERADORES

São aparelhos que transformam em energia elétrica uma outra modalidade de energia (como a mecânica, a química ou a solar). Ou seja, sua função é aumentar a energia potencial das cargas que o atravessam. Realizam, portanto, TRABALHO sobre as cargas.

São exemplos de geradores: baterias e pilhas (transformam a energia química em elétrica), além do dínamo que converte energia mecânica de rotação em energia elétrica como os que se tem nas usinas de eletricidade como as hidrelétricas e as turbinas eólicas ou termoelétricas (veja volume 1, no apêndice.).



FORÇA-ELETROMOTRIZ (FEM)

A *fem*, na realidade não é uma força, mas um acréscimo de POTENCIAL, ou seja, de energia por unidade de carga que o atravessa.

A definição da *força-eletromotriz*, representada pela letra *E*, é dada pela equação:

$$E = \frac{\tau}{\Delta Q}$$

Portanto, sua unidade é o volt:

$$\left[V = \frac{J}{C} \right]$$

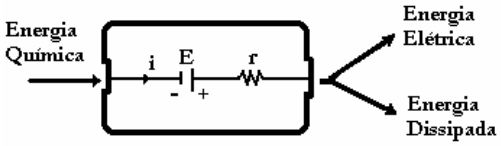
EQUAÇÃO DO GERADOR

O acréscimo de potencial é maior que a diferença de potencial (ddp ou U) realmente fornecida às cargas no circuito. Isto se dá porque o próprio gerador possui uma resistência interna que dissipa parte do trabalho realizado.

Se a resistência interna fosse nula, teríamos um gerador ideal, onde:

$$U = E$$

Porém, no caso real, sempre há uma resistência interna à passagem das cargas (*r*). Deste modo, chegamos à equação do gerador:



$$U = E - ri$$

POTÊNCIAS EM UM GERADOR

Potência é uma grandeza física que representa a taxa com que se realiza um trabalho ao longo do tempo, ou quanta energia se processa, ou se dissipa com o tempo. Exatamente como já observarmos em outras situações de nosso curso.

Define-se potência média como:

$$P_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

Para um gerador, em termos eletrodinâmicos, temos ainda as seguintes relações:

- Potência Total (fornecida pelo gerador): $P_t = Ei$
- Potência Útil (fornecida ao circuito externo): $P_u = Ui$
- Potência Dissipada (perdida na forma de calor): $P_d = ri^2$

RENDIMENTO ELÉTRICO

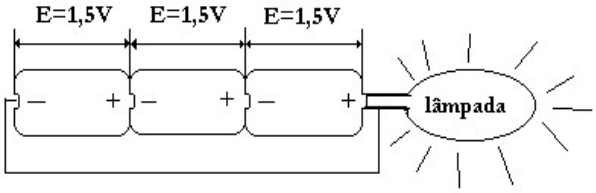
O rendimento elétrico é a relação entre a potência útil e a potência total, ou seja, é a porcentagem de potência que realmente nos serve dentro toda potencia processada pelo equipamento considerado, em nosso caso o gerador. Expressando matematicamente essa relação:

$$\eta = \frac{P_u}{P_t}$$

ASSOCIAÇÕES DE GERADORES

* ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE:

A associação em série visa aumentar a potência fornecida, através do aumento da *fem* do sistema. Um exemplo comum são as lanternas que exigem três pilhas de 1,5 V, em série, para funcionar. Neste caso sua *fem* total é de 4,5 V, pois:

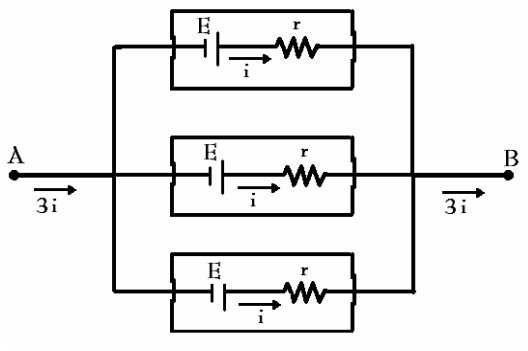


Note que a corrente *i* que atravessa os geradores é a mesma (não existem acúmulos de carga e a carga é conservada).

* ASSOCIAÇÃO EM PARALELO:

A associação em paralelo tem o mesmo objetivo de aumentar a potência fornecida. Contudo, faz isso, pelo aumento da intensidade da corrente do sistema.

Além disso, é usado em casos onde a corrente do sistema está acima dos limites suportados pelo gerador, pois a corrente se subdivide entre os geradores, conforme mostra a figura:



Neste caso, a *fem* da associação é igual àquela de cada um dos geradores que foram associados, conforme mostrou o desenho. Já a corrente elétrica do sistema é a soma das correntes que passam em cada um dos geradores:

$$i_{eq} = i_1 + i_2 + i_3$$

A resistência equivalente será assim obtida:

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$$

No caso, como são geradores iguais, $r_1 = r_2 = r_3 = r$, a resistência equivalente é de:

$$\frac{1}{r_{eq}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} = \frac{3}{r} \longrightarrow r_{eq} = \frac{r}{3}$$

Generalizando, temos:

$$r_{eq} = \frac{r}{n}$$

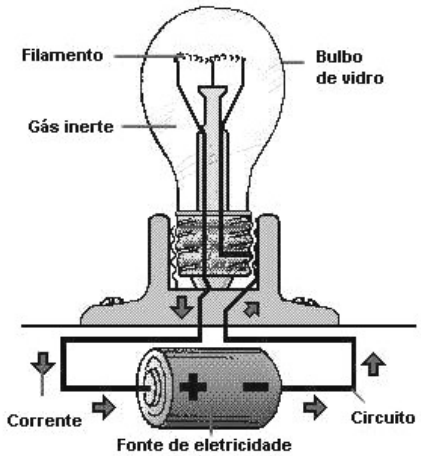
em que *n* é o número de geradores que estão ligados em paralelo.

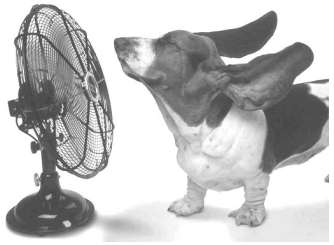
É importante observar que, na prática, não se associa em paralelo geradores que não sejam iguais, pois isto pode resultar em desperdício de energia.

15. RECEPTORES

Os receptores têm o papel oposto ao dos geradores num circuito elétrico. Eles transformam a energia elétrica em outras formas de energia.

São exemplos de receptores, ou seja, de transformadores de energia elétrica, os motores, que transformam a energia elétrica em mecânica, os aparelhos de som, que a transformam em energia sonora e as baterias recarregáveis, que retornam a energia elétrica à sua forma química.





EQUAÇÃO DO RECEPTOR

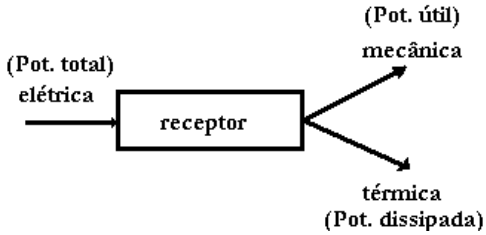
Quando um receptor recebe a energia elétrica fornecida por um gerador, ele transforma parte dela em um outro tipo de energia que lhe seja útil (mecânica, luminosa, sonora, etc.). A parte restante é dissipada internamente, como energia térmica (aquecimento). A equação de um receptor é:

$$U = E + ri$$

onde E é a chamada "força-contra-eletromotriz".

POTÊNCIAS DE UM RECEPTOR

Os receptores recebem energia, num certo tempo, que denominamos potência. Num caso comum, o receptor recebe uma potência elétrica (potência total), que vem a ser transformada em potência mecânica (potências útil), sendo que parte dela será dissipada sob a forma de calor (potência dissipada).



Devemos observar que, no caso dos receptores, a potência total se relaciona com a diferença de potencial (U), enquanto a potência útil se relaciona com a força-contra-eletromotriz (E).

Temos, pois:

- Potência Total: $P_t = Ui$
- Potência Útil: $P_u = Ei$
- Potência Dissipada: $P_d = ri^2$

* O modo de resolução para associações de receptores se dá do mesmo modo que o dos geradores.

EXERCÍCIOS

Obs: o conjunto de exercícios aqui incorpora por vezes tanto recebtores diversos quanto geradores e o conteúdo anterior sobre circuitos elétricos. assim, trata-se também de uma revisão do capítulo.

1. Se associarmos em paralelo três geradores iguais, com resistências internas de valor r, qual será o valor da resistência (R) dessa associação? E se a associação fosse em série?

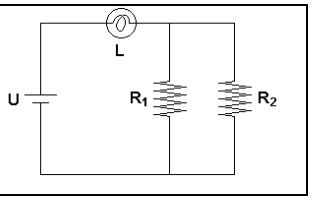
2. A força-eletromotriz de uma pilha é 12 volts. Supondo a resistência interna da pilha como sendo de 0,1 ohm e a corrente que a atravessa, 6 ampères, calcule:
a) a potência fornecida pela pilha em uso
b) a potência dissipada
c) o rendimento

3. Calcule a tensão (ddp) entre os extremos A e B do circuito percorrido por uma corrente de 10 A, onde as resistências valem respectivamente 10 Ω, 5 Ω, 0,5 Ω e 2 Ω e a força-eletromotriz dos geradores valem 4 V, 5 V e 10 V:

4. Num circuito elétrico circular, temos quatro resistores de valores 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω e 4 Ω. Se percorrido no sentido anti-horário, temos um gerador de 50 V e um receptor de 20 V. Calcule a intensidade da corrente elétrica e o seu sentido.

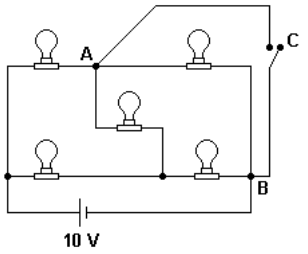
5. (UFMG) Numa pilha de circuito aberto, a ddp é 3,6 V. Fechando o circuito por meio de uma resistência externa de 9 Ω, observa-se uma ddp de 2,7 V. Calcule a resistência interna da pilha.

6. (Ufjf 2002) A figura a seguir representa um circuito constituído por uma lâmpada incandescente L de resistência 30 Ω, uma resistência R1=90 Ω e outra resistência R2=10 Ω. O circuito é alimentado por uma bateria cuja d.d.p. é U=12V. Despreze a resistência interna da bateria.



a) Calcule a corrente que passa pela lâmpada.
b) A resistência R, queima, não passando mais corrente por ela. Calcule a nova corrente que passa pela lâmpada.
c) Em qual situação a lâmpada brilhará com maior intensidade: antes ou depois da resistência R, queimar? Justifique.

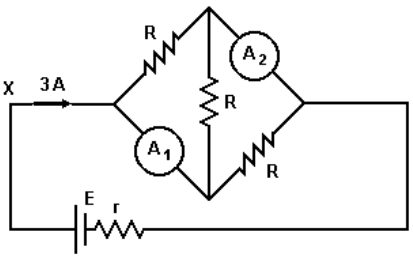
7. (Ufrj 2002) Cinco lâmpadas idênticas, que podem ser consideradas como resistores ideais de 10 ohms cada uma, estão ligadas a uma bateria ideal de 10 volts, como se mostra na figura a seguir. O circuito possui também uma chave C que, quando fechada, estabelece um curto circuito entre os pontos A e B. Calcule:
a) a corrente que passa pela lâmpada ou lâmpadas de maior brilho quando C está aberta;



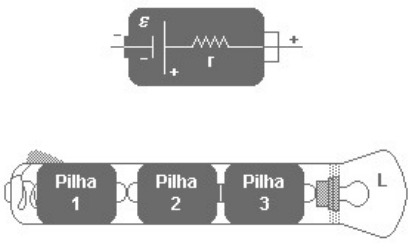
b) a corrente que passa pela lâmpada ou lâmpadas com a segunda maior intensidade de brilho quando C está fechada.

8. (Ufscar 2002) O circuito mostra três resistores de mesma resistência R=9 Ω, ligados a um gerador de f.e.m. E e resistência interna r=1 Ω, além de dois amperímetros ideais, A1 e A2. A corrente elétrica que passa pelo ponto X é de 3 amperes e a d.d.p. nos terminais do gerador é de 9 volts. Os fios de ligação apresentam resistência elétrica desprezível.

Calcule:
a) o valor da f.e.m. E do gerador e a potência total dissipada pelo circuito, incluindo a potência dissipada pela resistência interna do gerador e
b) os valores das correntes elétricas que atravessam os amperímetros A1 e A2.

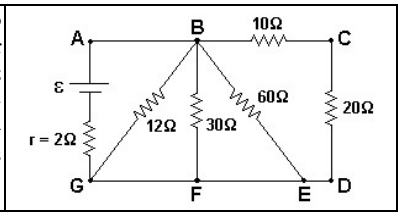


9. (Fuvest 2002) As características de uma pilha, do tipo PX, estão apresentadas a seguir, tal como fornecidas pelo fabricante. Três dessas pilhas foram colocadas para operar, em série, em uma lanterna que possui uma lâmpada L, com resistência constante R=3,0 Ω.



Uma pilha, do tipo PX, pode ser representada, em qualquer situação, por um circuito equivalente, formado por um gerador ideal de força eletromotriz ε=1,5V e uma resistência interna r=2/3 Ω como representado no esquema acima. Por engano, uma das pilhas foi colocada invertida, como representado na lanterna. Determine:
a) A corrente I, em amperes, que passa pela lâmpada, com a pilha 2 "invertida", como na figura.
b) A potência P, em watts, dissipada pela lâmpada, com a pilha 2 "invertida", como na figura.
c) A razão F = P/Po, entre a potência P dissipada pela lâmpada, com a pilha 2 "invertida", e a potência Po, que seria dissipada, se todas as pilhas estivessem posicionadas corretamente.

10. (Ufla 2003) O circuito elétrico mostrado a seguir é alimentado por uma fonte de força eletromotriz (fem) " com resistência elétrica interna r = 2 Ω. Considerando a tensão V(CD) = 10 V entre os pontos C e D, calcule os itens a seguir.



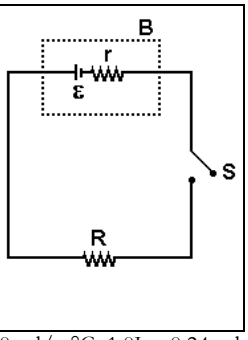
a) Resistência equivalente entre os pontos A e G.
b) Corrente que a fonte fornece ao circuito.
c) Força eletromotriz " da fonte.
d) Potência dissipada pela resistência interna da fonte.

11. (Ufscar 2001) Uma lanterna utiliza uma lâmpada miniatura e uma pilha pequena, tipo AA, cuja fem nominal é ε=1,5V. Sabe-se que essa lâmpada acende exatamente de acordo com suas especificações: 1,2V; 3,6W.
a) Desenhe o esquema do circuito dessa lanterna. Determine a resistência interna da pilha.
b) Suponha que você quer utilizar essa pilha para acender duas lâmpadas iguais à da lanterna. Desenhe o esquema de um circuito capaz de acendê-las. Elas acenderiam de acordo com suas especificações? Justifique. Admita que as resistências dos filamentos dessas lâmpadas sejam constantes.

12. (Uff 2000) Uma bateria B, de força eletromotriz ε=12 V e resistência interna r desconhecida, é conectada a um circuito elétrico que contém um resistor de resistência R=3,5 Ω e uma chave S.

Com o resistor imerso em 240 g de água, a chave S é ligada, permitindo que o circuito seja atravessado por uma corrente elétrica de intensidade igual a 3,0 A.

Considerando que não há dissipação de energia nos fios de ligação e que a energia liberada no resistor é utilizada integralmente para aquecer a água, determine:



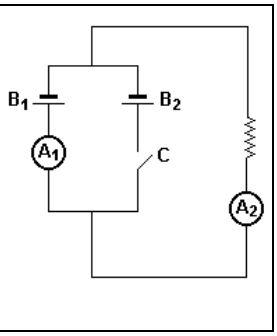
Dados: calor específico da água = 1,0 cal/g °C; 1,0J = 0,24 cal

a) a resistência interna da bateria;
b) a d.d.p. nos terminais da bateria;
c) a potência útil e a eficiência do gerador;
d) a energia absorvida pela água durante os 10 min que sucedem à ligação de S;
e) a variação da temperatura da água 10 min após S ser ligada.

13. (Ufpe 2000) Certa bateria de automóvel de 12 V fornece 6,0 kWh de energia. Admitindo-se que ela possa manter os 12 V durante uma hora, quanta carga será transferida de um terminal para outro da bateria, em unidades de 10^5 C?

14. (Ufrj 2002) O circuito da figura a seguir é formado por duas baterias idênticas e ideais B1 e B2, dois amperímetros A1 e A2 com resistências internas nulas e uma chave C. Quando a chave está aberta, a corrente indicada em ambos os amperímetros vale 2,0 A. Considere os fios de ligação com resistência desprezível.

Calcule a corrente indicada em cada um dos amperímetros quando a chave C estiver fechada.

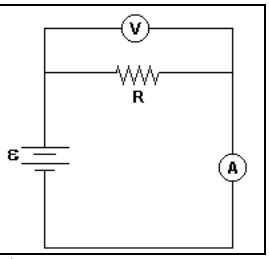


15. (Unesp 2001) No circuito da figura, a fonte é uma bateria de fem ε=12V. o resistor tem resistência R=1000 Ω, V representa um voltímetro e A um amperímetro.

Determine a leitura desses medidores:

a) em condições ideais, ou seja, supondo que os fios e o amperímetro não tenham resistência elétrica e a resistência elétrica do voltímetro seja infinita.

b) em condições reais, em que as resistências elétricas da bateria, do amperímetro e do voltímetro são r=1,0 Ω, Ra=50 Ω e Rv=10000 Ω, respectivamente, desprezando apenas a resistência dos fios de ligação.



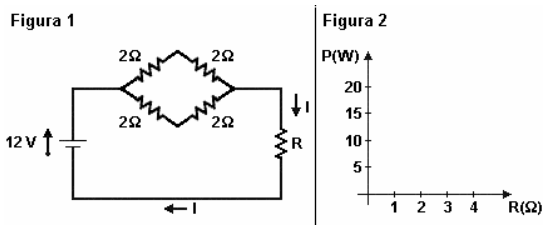
(Nos seus cálculos, não é necessário utilizar mais de três algarismos significativos.)

16. (Unesp 2001) O poraquê ('Electrophorus electricus') é um peixe provido de células elétricas (eletrócitos) dispostas em série, enfileiradas em sua cauda. Cada célula tem uma fem=60 mV (0,060 V). Num espécime típico, esse conjunto de células é capaz de gerar tensões de até 480 V, com descargas que produzem correntes elétricas de intensidade máxima de até 1,0 A.

a) Faça um esquema representando a associação dessas células elétricas na cauda do poraquê. Indique, nesse esquema, o número n de células elétricas que um poraquê pode ter. Justifique a sua avaliação.

b) Qual a potência elétrica máxima que o poraquê é capaz de gerar?

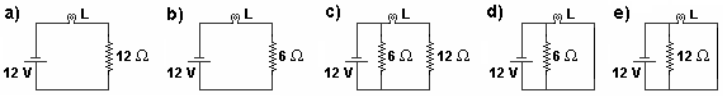
17. (Ufg 2003) No circuito a seguir (figura 1), uma diferença de potencial de 12 V é fornecida por uma bateria de resistência interna nula. Deseja-se obter o valor de R de modo que a potência (P) dissipada nessa resistência seja a máxima possível.



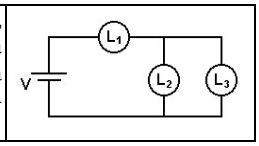
a) Obtenha expressões para a corrente (I) através de R e para a potência (P), dissipada em R, em função de R.

b) Calcule os valores de P para R=0 Ω, 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω, 4 Ω e faça o gráfico de P em função de R. Com base no gráfico (figura 2), estime o valor de R que fornece a potência máxima.

18. (Mackenzie 2003) Um estudante dispõe de uma lâmpada, cujas especificações nominais são (3 W - 6 V), e uma bateria ideal de 12 V. Para que a lâmpada possa ser utilizada, com o aproveitamento dessa bateria, uma das possibilidades é associar a ela um resistor de resistência elétrica adequada. A associação que permite a utilização da lâmpada nas condições plenas de funcionamento e sem "queimar" é:



19. (Pucsp 2004) Ligando duas lâmpadas L1 e L2, idênticas, de 1,5 V - 3,0 W cada uma e uma terceira lâmpada L3 de características desconhecidas a uma fonte de tensão V, um estudante montou o seguinte circuito:

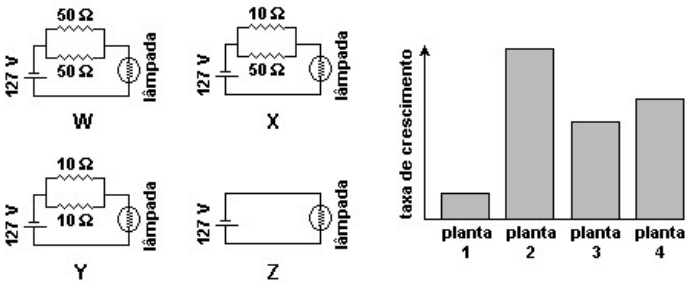


Observando que L1 brilhou normalmente, de acordo com seus dados nominais, e que L2 dissipou apenas a nona parte de sua potência nominal, o estudante pode concluir corretamente que o valor da resistência da lâmpada L3 e a tensão V da fonte são, respectivamente

a) 3/8Ω e 2,0V
b) 4/3Ω e 2,0V
c) 3/2Ω e 3,0V
d) 1/2Ω e 2,5V
e) 3/8Ω e 3,0V

20. (Uerj 2004) Quatro plantas jovens idênticas, numeradas de 1 a 4, desenvolveram-se em ambientes ideais, nos quais apenas a intensidade da iluminação foi diferenciada: a fonte de luz branca provém de quatro circuitos elétricos diferentes - W, X, Y e Z - todos contendo um mesmo tipo de lâmpada de filamento para 127 V, conforme indicam os esquemas adiante.

O gráfico a seguir mostra a taxa de crescimento de cada planta após algum tempo.



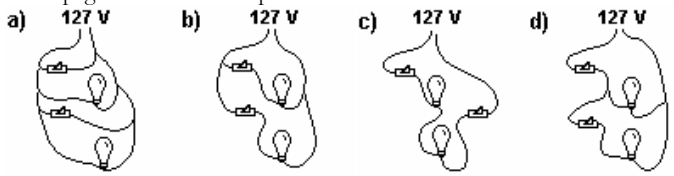
Os circuitos utilizados para a iluminação das plantas 1 ,2, 3 e 4 foram, respectivamente:

a) W, Z, X e Y
b) X, Y, Z e W
c) Y, Z, W e X
d) Z, X, W e Y

21. (Ufmg 2002) Na sala da casa de Marcos, havia duas lâmpadas que eram ligadas/desligadas por meio de um único interruptor.

Visando a economizar energia elétrica, Marcos decidiu instalar um interruptor individual para cada lâmpada.

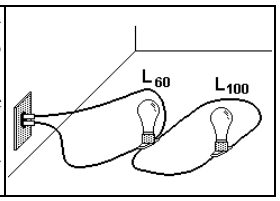
Assinale a alternativa em que está representada uma maneira CORRETA de se ligarem os interruptores e lâmpadas, de modo que cada interruptor acenda e apague uma única lâmpada.



22. (Ufmg 2003) Duas lâmpadas – L60 e L100 - são ligadas a uma tomada, como representado nesta figura:

A lâmpada L60 é de 60 W e a L100 é de 100 W.

Sejam V60 a diferença de potencial e i60 a corrente elétrica na lâmpada L60.

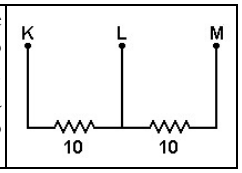


Na lâmpada L100, esses valores são, respectivamente, V100 e i100. Considerando-se essa situação, é CORRETO afirmar que

a) $V_{60} < V_{100}$ e $i_{60} < i_{100}$.
b) $V_{60} < V_{100}$ e $i_{60} = i_{100}$.
c) $V_{60} = V_{100}$ e $i_{60} < i_{100}$.
d) $V_{60} = V_{100}$ e $i_{60} > i_{100}$.

23. (Ufmg 2004) Gabriel possui um chuveiro, cujo elemento de aquecimento consiste em dois resistores, de 10 Ω cada um, ligados da forma representada nesta figura:

Quando morava em Brasília, onde a diferença de potencial da rede elétrica é de 220 V, Gabriel ligava o chuveiro pelos terminais K e M, indicados na figura. Ao mudar-se para Belo Horizonte, onde a diferença de potencial é de 110 V, passou a ligar o mesmo chuveiro pelos terminais K e L.

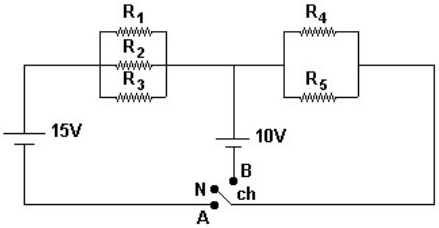


É CORRETO afirmar que, comparando-se com Brasília, em Belo Horizonte, nesse chuveiro,

a) a corrente elétrica é a mesma e menos calor por unidade de tempo é fornecido à água.
b) a corrente elétrica é maior e a mesma quantidade de calor por unidade de tempo é fornecida à água.
c) a corrente elétrica é a mesma e a mesma quantidade de calor por unidade de tempo é fornecida à água.
d) a corrente elétrica é menor e menos calor por unidade de tempo é fornecido à água.

24. (Ufsc 2004) O circuito elétrico representado na figura possui cinco resistores: R_1=4 Ω, R_2=2 Ω, R_3=4 Ω, R_4=4 Ω e R_5=4 Ω e duas fontes de tensão: V_1 = 15 V e V_2 = 10 V.

Uma chave (ch) está inicialmente na posição N, com o circuito aberto.

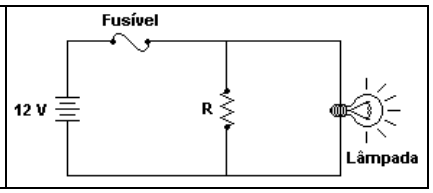


Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

(01) Com a chave ch posicionada em B, a potência elétrica dissipada no resistor R4 é igual a 400W.
(02) Quando a chave ch for movida da posição N para a posição A, circulará pelo circuito uma corrente elétrica igual a 5,0 A.
(04) Quando a chave ch for movida da posição N para a posição B, circulará pelo circuito uma corrente elétrica igual a 5,0 A.
(08) O circuito elétrico, estando a chave ch posicionada em A, possui resistência equivalente igual a 3,0 Ω.
(16) A diferença de potencial no resistor R4 é igual à diferença de potencial no resistor R5 não importando a posição da chave ch no circuito, porque eles estão associados em paralelo.

25. (Ufpe 2003) No circuito elétrico a seguir, qual o menor valor da resistência R que devemos colocar em paralelo com a lâmpada de 6,0 W, para evitar a queima do fusível de 3,0 A?

a) 8,8 Ω
b) 7,8 Ω
c) 6,8 Ω
d) 5,8 Ω
e) 4,8 Ω



26. (Unifesp 2004) Por falta de tomadas extras em seu quarto, um jovem utiliza um benjamin (multiplicador de tomadas) com o qual, ao invés de um aparelho, ele poderá conectar à rede elétrica três aparelhos simultaneamente. Ao se conectar o primeiro aparelho, com resistência elétrica R, sabe-se que a corrente na rede é I. Ao se conectarem os outros dois aparelhos, que possuem resistências R/2 e R/4, respectivamente, e considerando constante a tensão da rede elétrica, a corrente total passará a ser

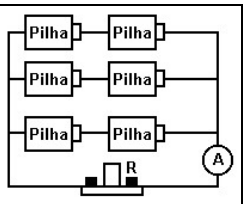
a) 17 I /12.
b) 3 I.
c) 7 I.
d) 9 I.
e) 11 I.

27. (Unifesp 2002) Dispondo de um voltímetro em condições ideais, um estudante mede a diferença de potencial nos terminais de uma pilha em aberto, ou seja, fora de um circuito elétrico, e obtém 1,5 volt. Em seguida, insere essa pilha num circuito elétrico e refaz essa medida, obtendo 1,2 volt. Essa diferença na medida da diferença de potencial nos terminais da pilha se deve à energia dissipada no

a) interior da pilha, equivalente a 20% da energia total que essa pilha poderia fornecer.
b) circuito externo, equivalente a 20% da energia total que essa pilha poderia fornecer.
c) interior da pilha, equivalente a 30% da energia total que essa pilha poderia fornecer.
d) circuito externo, equivalente a 30% da energia total que essa pilha poderia fornecer.
e) interior da pilha e no circuito externo, equivalente a 12% da energia total que essa pilha poderia fornecer.

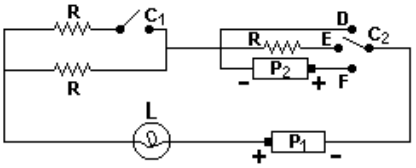
28. (Fuvest 2004) Seis pilhas iguais, cada uma com diferença de potencial V, estão ligadas a um aparelho, com resistência elétrica R, na forma esquematizada na figura. Nessas condições, a corrente medida pelo amperímetro A, colocado na posição indicada, é igual a

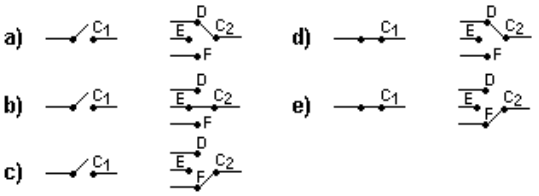
a) V/R
b) 2V/R
c) 2V/3R
d) 3V/R
e) 6V/R



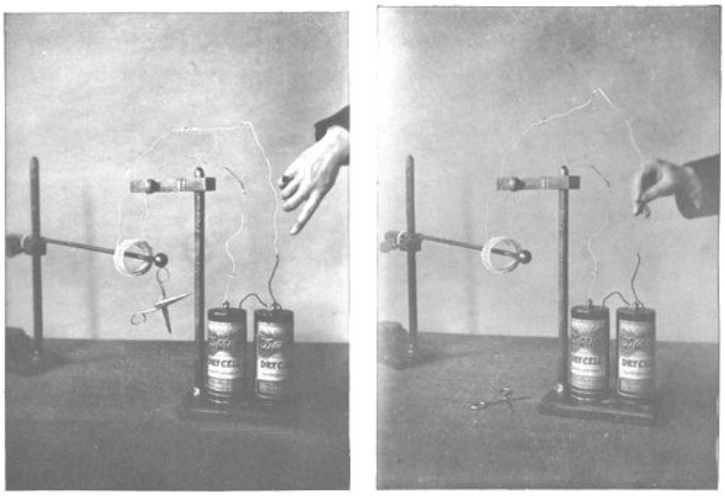
29. (Unesp 2002) Três resistores idênticos, cada um deles com resistência R, duas pilhas P1 e P2 e uma lâmpada L estão dispostos como mostra a figura. Dependendo de como estão as chaves C1 e C2, a lâmpada L pode brilhar com maior ou menor intensidade ou, mesmo, ficar apagada, como é a situação mostrada na figura a seguir.

Sabendo que em nenhum caso a lâmpada se queimará, podemos afirmar que brilhará com maior intensidade quando as chaves estiverem na configuração mostrada na alternativa





ELETROMAGNETISMO

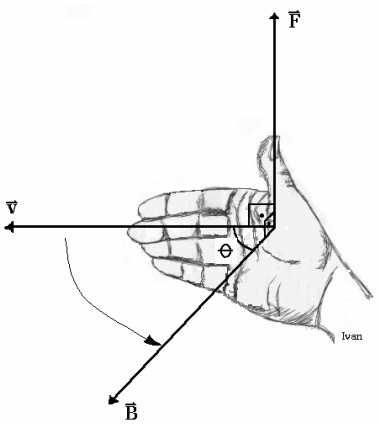


1. FORÇA MAGNÉTICA SOBRE CARGAS

Como estudamos no capítulo sobre campo magnético: se lançarmos uma partícula com uma carga elétrica com uma certa velocidade em uma região sujeita a um campo magnético uniforme, verificaremos o surgimento de uma força que desviará a carga do seu caminho; a Força de Lorentz.

A direção dessa Força Magnética é perpendicular, tanto ao campo magnético, como à velocidade da carga lançada, e é dada pela regra da mão direita.

Visualizemos uma aplicação da regra da mão direita no desenho abaixo:



A carga (positiva) é lançada na direção $\vec{v}$, que forma um ângulo θ com a direção do campo magnético e é perpendicular à força resultante.

Temos, então, a equação que expressa a intensidade da Força Magnética:

$$F = q.v.B.\text{sen}\,\theta$$

em que:
q é o módulo da carga elétrica lançada;
v é o módulo da velocidade com a qual a partícula é lançada;
B é o módulo do campo magnético;
θ é o ângulo entre o campo magnético e a direção da velocidade, podendo variar entre 0º a 180º.

Note que se a carga for negativa, o sentido da força será o oposto daquele dado pela regra da mão direita.

2. FORÇA MAGNÉTICA SOBRE CONDUTOR RETILÍNEO

Num condutor retilíneo de comprimento L, inserido numa região com campo magnético uniforme de intensidade B, percorrido por uma corrente elétrica i, surge uma força cuja intensidade é dada pela somatória das forças de Lorentz que atuam em cada uma das n cargas que atravessam o fio condutor com uma certa velocidade $v = L/\Delta t$.

A intensidade dessa força de Lorentz é dada por:

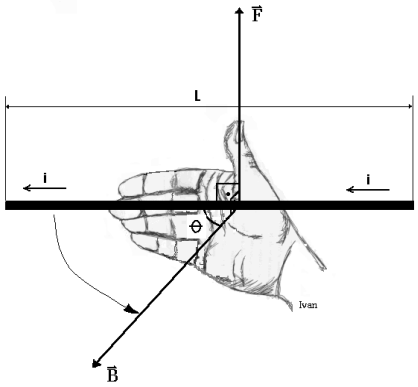
$$F = n.q.v.B.\text{sen}\,\theta = n.q.\frac{L}{\Delta t}.B.\text{sen}\,\theta$$

sendo $i = n.q/\Delta t$, temos a intensidade da força de Lorentz dada por:

$$F = B.i.L.\text{sen}\,\theta$$

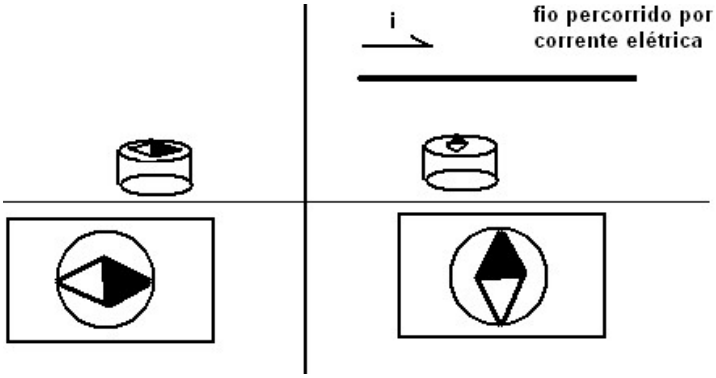
Do mesmo modo que a Força de Lorentz, a direção da força que age sobre o fio é perpendicular ao movimento das cargas no interior do fio, ou seja, da corrente elétrica que percorre o fio, e ao campo magnético da região. O fio condutor faz um ângulo θ em relação à direção do campo magnético no qual está imerso.

O sentido dessa força magnética resultante é dado pela regra da mão direita, conforme a ilustração:



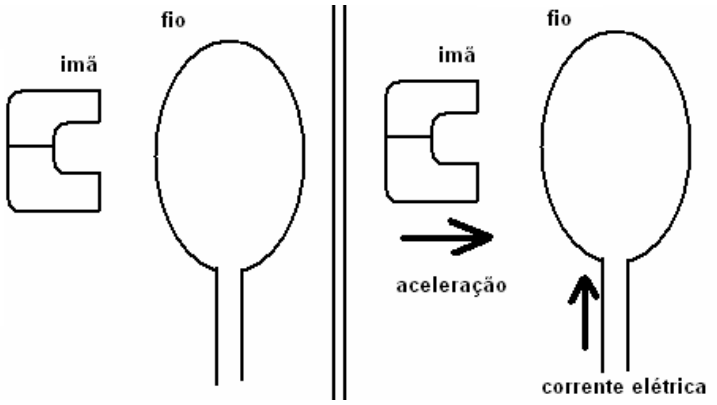
3. ESTUDO DOS CAMPOS MAGNÉTICOS

Muitos físicos desenvolviam pesquisas acerca de fenômenos elétricos e magnéticos no final do século XIX; em 1820, Oersted verificou que no espaço ao redor de um condutor percorrido por uma corrente elétrica surgia um campo magnético



A bússola orienta-se em determinado lugar conforme a situação da esquerda. Ao colocarmos um fio percorrido por uma corrente (i) próximo à bússola muda a orientação da agulha: Portanto corrente elétrica gera campo magnético (que por sua vez influencia a bússola, mudando sua orientação).

Alguns anos depois, Faraday fez um experimento que mostrava que ao se movimentar um condutor imerso numa região com um campo magnético, uma corrente elétrica surgiria nesse condutor.

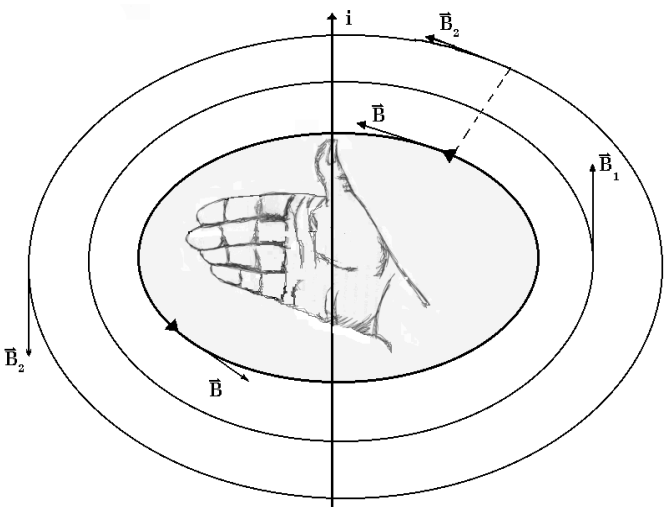


A partir disso, muita pesquisa experimental e teórica foi desenvolvida, com resultados tecnológicos importantes usados amplamente pelo mundo e vertiginosamente aperfeiçoados ao longo do século XX. A segunda revolução industrial consistiu no avanço industrial conquistado por meio da utilização da energia elétrica.

No que segue tratamos situações clássicas de campos magnéticos gerados por correntes elétricas para determinados arranjos de fios. No apêndice apresentamos a Lei de Faraday da indução de corrente a partir da variação do campo magnético sobre um fio e o gerador de eletricidade (dínamo).

FIOS RETILÍNEOS

A figura a seguir mostra a direção e o sentido do campo magnético $\vec{B}$ criado por uma corrente *i* que percorre um fio retilíneo:



O valor da intensidade do campo magnético *B*, neste caso, é dado pela Lei de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2\pi R}$$

em que: R é a distância do fio ao ponto onde se quer saber o valor do campo *B;* e μ é a permeabilidade magnética do meio. No vácuo temos:

$$\mu_0 = 1{,}257.10^{-6}\, N/A^2 .$$

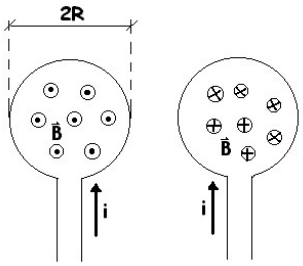
ESPIRAS

Para representarmos os sentidos do campo magnético em relação ao plano onde a espira se encontra (plano do papel), usamos a seguinte simbologia:

(a) (b)

Representações do vetor saindo do plano do papel (a) e do vetor entrando no plano papel (b).

Numa espira de raio *R*, percorrida por uma corrente *i*, a regra da mão direita nos fornece o sentido do campo magnético $\vec{B}$, conforme a figura:



A intensidade do campo gerado pela espira é dada pela equação:

$$B = \frac{\mu \cdot i}{2R}$$

onde μ é a permeabilidade magnética do <u>meio interno à espira</u>.

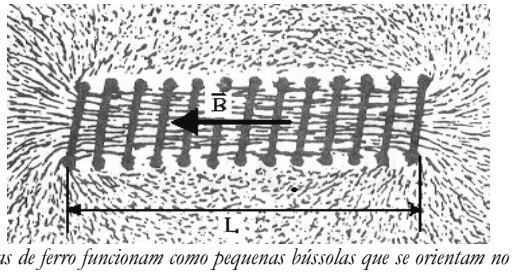
Se houver uma justaposição de n espiras, a intensidade do campo *B* fica multiplicada por n:

$$B = \frac{n \cdot \mu \cdot i}{2R}$$

SOLENÓIDES

<u>Solenóide</u>, ou <u>bobina longa</u>, é uma série comprida de <u>espiras não justapostas</u>, que funciona tal qual um imã cilíndrico.

As suas linhas de indução magnética podem ser visualizadas experimentalmente, através de limalha de ferro espalhada, conforme mostrado na figura:



As partículas de ferro funcionam como pequenas bússolas que se orientam no sentido do campo magnético, tangentes às linhas de indução, assim conseguimos uma visualização do campo.

Dentro do solenóide as linhas de indução são paralelas, o que denota um campo *B* uniforme.

O valor deste campo uniforme interior ao solenóide é:

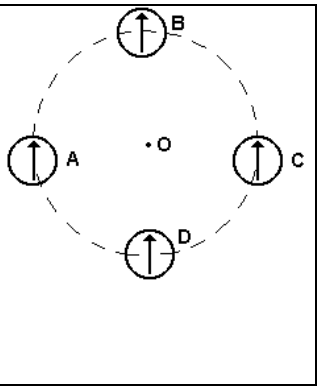
$$B = \frac{n \cdot \mu \cdot i}{L}$$

em que n é o número de espiras contidas num comprimento L do solenóide, onde passa uma corrente *i*.

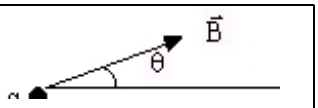
EXERCÍCIOS

1) (Fuvest) A figura representa 4 bússolas apontando, inicialmente, para o polo norte terrestre. Pelo ponto O, perpendicularmente ao plano do papel, coloca-se um fio condutor retilíneo e longo. Ao se fazer passar pelo condutor uma corrente elétrica contínua e intensa no sentido do plano do papel para a vista do leitor, permanece praticamente inalterada somente a posição

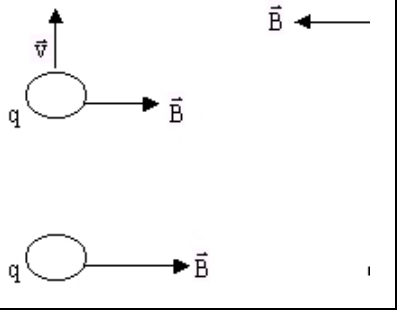
a) das bússolas A e C.
b) das bússolas B e D.
c) das bússolas A, C e D.
d) da bússola C.
e) da bússola D.



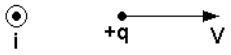
2) **a)** Uma partícula elétrica de carga $q=4.10^{-6}$ C desloca-se com velocidade 2.10^{2} m/s, formando um ângulo q = 45º com um campo magnético uniforme de intensidade 16.10^{4} T, conforme indica a figura. Determine a força magnética que atua sobre a partícula.



b) Represente a força magnética que atua sobre a carga q, lançada com velocidade v num campo magnético B, nos seguintes casos:



3) (Pucrs 2001) A figura abaixo representa um fio metálico longo e retilíneo, conduzindo corrente elétrica i, perpendicularmente e para fora do plano da figura. Um próton move-se com velocidade v, no plano da figura, conforme indicado.



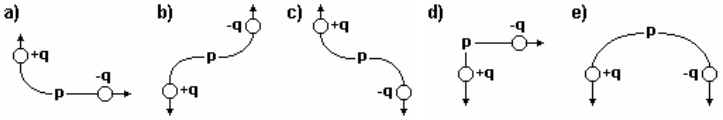
A força magnética que age sobre o próton é

a) paralela ao plano da figura e para a direita.
b) paralela ao plano da figura e para a esquerda.
c) perpendicular ao plano da figura e para dentro.
d) perpendicular ao plano da figura e para fora.
e) nula.

4) (Ufjf) Você está sentado numa sala em que existe um campo magnético vertical apontando para baixo. Um emissor de elétrons (carga elétrica negativa), localizado na parede atrás de você, emite elétrons com velocidade horizontal dirigida para a parede que está à sua frente. A força gravitacional é desprezível em comparação com a força magnética. Se você continuar olhando para a frente, você verá:

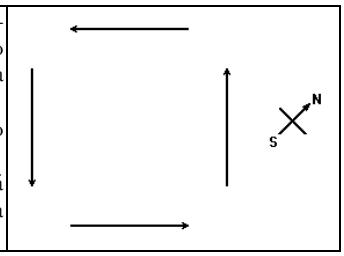
a) o feixe desviar-se para baixo.
b) o feixe desviar-se para a sua direita.
c) o feixe seguir em frente sem desviar-se.
d) o feixe desviar-se para cima.
e) o feixe desviar-se para a sua esquerda.

5) (Unesp) Uma partícula eletricamente neutra está em repouso no ponto P de uma região com campo magnético uniforme. Ela se desintegra em duas outras partículas com massas iguais, porém com cargas de sinais opostos. Logo após a desintegração, elas são impulsionadas para lados opostos, com velocidades constantes perpendiculares ao campo magnético. Desprezando a força de atração entre as cargas e considerando o sentido do campo magnético entrando perpendicularmente a esta página, da frente para o verso, podemos concluir que a figura que melhor representa as trajetórias dessas partículas é



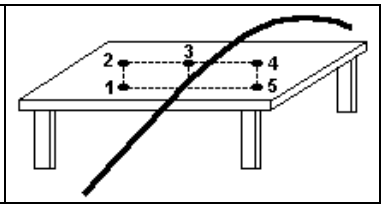
6) (Fuvest)A figura adiante indica 4 bússolas que se encontram próximas a um fio condutor, percorrido por uma intensa corrente elétrica.

a) Represente, na figura, a posição do condutor e o sentido da corrente.
b) Caso a corrente cesse de fluir qual será a configuração das bússolas? Faça a figura correspondente.



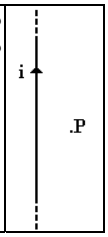
7) (Fuvest) Apoiado sobre uma mesa, observa-se o trecho de um fio longo ligado a uma bateria. Cinco bússolas são colocadas próximas ao fio, na horizontal, nas seguintes posições: 1 e 5 sobre a mesa; 2, 3 e 4 a alguns centímetros acima da mesa. As agulhas das bússolas só podem mover-se no plano horizontal. Quando não há corrente no fio, todas as agulhas das bússolas permanecem paralelas ao fio. Se passar corrente no fio, será observada deflexão, no plano horizontal, das agulhas das bússolas colocadas somente

a) na posição 3
b) nas posições 1 e 5
c) nas posições 2 e 4
d) nas posições 1, 3 e 5
e) nas posições 2, 3 e 4

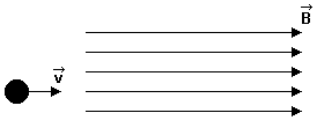


8) A figura a seguir representa um condutor retilíneo, percorrido por uma corrente i, conforme a convenção indicada. O sentido do campo magnético no ponto p, localizado no plano da figura, é

a) contrário ao da corrente
b) saindo perpendicularmente da página
c) entrando perpendicularmente na página
d) para sua esquerda, no plano do papel.
e) para sua direita no plano do papel.



9) (Ufrj) Um próton é lançado com velocidade constante ¬ numa região onde existe apenas um campo magnético uniforme B, conforme a figura abaixo:



A velocidade V e o campo magnético B têm mesma direção e mesmo sentido. Sendo $V=1{,}0\times10^{5}$m/s e $B=5{,}0\times10^{-2}$ Tesla, podemos afirmar que o módulo da força magnética atuando no próton é

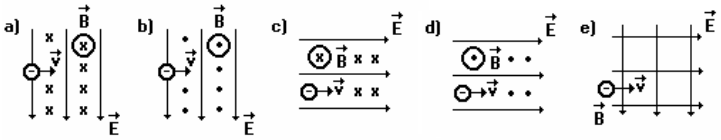
a) 8×10^{-16} N.
b) zero.
c) 18×10^{-16} N.
d) 16×10^{-16} N..
e) 12×10^{-16} N.

10) (Fatec) Na figura podemos ver um ímã em forma de ferradura, dois condutores e uma barra de cobre apenas apoiada sobre os dois condutores. Entre os pontos **A** e **B** é estabelecida uma diferença de potencial de maneira que nos condutores e na barra passa a circular uma corrente elétrica de intensidade **i**, de acordo com o sentido indicado na figura. A barra de cobre está imersa no campo magnético do ímã, que tem acima seu pólo norte e abaixo seu pólo sul.

É correto afirmar que, nas circunstâncias da figura, a barra de cobre sofrerá uma força magnética que tenderá a empurrá-la para

a) cima.
b) baixo.
c) a esquerda da figura.
d) a direita da figura.
e) uma posição paralela aos condutores.

11) (Mack) Um elétron atravessa uma região do espaço, na qual atuam um campo elétrico uniforme û e um campo magnético vetorial, de indução B, também uniforme, sem sofrer qualquer deflexão. A figura que melhor representa a situação descrita é:



12) (Ufmg) Elétrons são acelerados da parte de trás desse tubo em direção ao centro da tela. Quatro bobinas - K, L, M e N - produzem campos magnéticos variáveis, que modificam a direção dos elétrons, fazendo com que estes atinjam a tela em diferentes posições, formando uma imagem, como ilustrado na Figura II. As bobinas K e L produzem um campo magnético na direção vertical e as bobinas M e N, na horizontal.
Em um certo instante, um defeito no televisor interrompe a corrente elétrica nas bobinas K e L e apenas as bobinas M e N continuam funcionando.

Assinale a alternativa em que melhor se representa a imagem que esse televisor passa a produzir nessa situação.

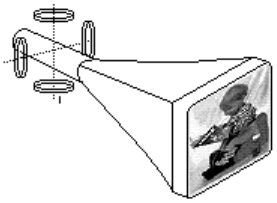
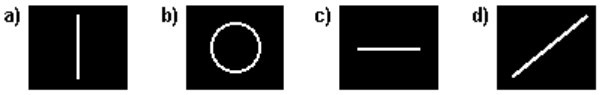


Figura 1

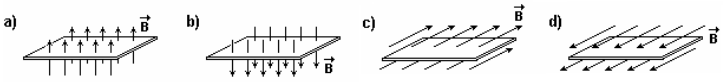
Figura 2



13) (Ufmg)Uma bateria, ligada a uma placa metálica, cria, nesta, um campo elétrico E, como mostrado na figura I. Esse campo causa movimento de elétrons na placa.

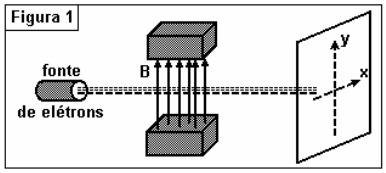
Se essa placa for colocada em uma região onde existe um determinado campo magnético B, observa-se que elétrons se concentram em um dos lados dela, como mostrado na figura II.

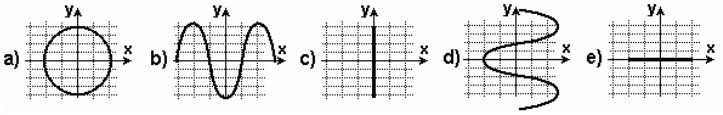
Com base nessas informações, assinale a alternativa em que MELHOR estão representados a direção e o sentido do campo magnético existente nessa região.



14) (Fuvest) Assim como ocorre em tubos de TV, um feixe de elétrons move-se em direção ao ponto central O de uma tela, com velocidade constante. A trajetória dos elétrons é modificada por um campo magnético vertical B, na direção perpendicular à trajetória do feixe, cuja intensidade varia em função do tempo t como indicado no gráfico.

Devido a esse campo, os elétrons incidem na tela, deixando um traço representado por uma das figuras a seguir. A figura que pode representar o padrão visível na tela é:





15) (Fuvest) Um feixe de elétrons, todos com mesma velocidade, penetra em uma região do espaço onde há um campo elétrico uniforme entre duas placas condutoras, planas e paralelas, uma delas carregada positivamente e a outra, negativamente. Durante todo o percurso, na região entre as placas, os elétrons têm trajetória retilínea, perpendicular ao campo elétrico. Ignorando efeitos gravitacionais, esse movimento é possível se entre as placas houver, além do campo elétrico, também um campo magnético, com intensidade adequada e:

a) perpendicular ao campo elétrico e à trajetória dos elétrons.
b) paralelo e de sentido oposto ao do campo elétrico.
c) paralelo e de mesmo sentido que o do campo elétrico.
d) paralelo e de sentido oposto ao da velocidade dos elétrons.
e) paralelo e de mesmo sentido que o da velocidade dos elétrons.

APÊNDICES (II)

O QUE É ENERGIA?

O que é energia? Esta é uma pergunta que fascina qualquer um, de qualquer idade. A energia está em tantas coisas presente, como nos alimentos, nas máquinas em geral, no Sol, num livro na estante, em nós mesmos, que tentar responder a uma questão destas é no mínimo, uma atitude de coragem. Uma das pessoas que tentou explicá-la de uma forma brilhante e original foi Richard Feynman, um dos maiores físicos deste século. No seu livro "As palestras de Feynman sobre física" encontramos esta jóia preciosa, que é a visão da Natureza de um vencedor do prêmio Nobel.

Feynman inicia sua tentativa com uma simples e rápida análise do problema: "ainda não sabemos o que é energia", diz. Sem sombra de dúvida sua platéia fica decepcionada com tal afirmação logo no início da palestra. Mas, com entusiasmo, ele continua: "não sabemos por ser a energia uma coisa 'estranha'. A única coisa de que temos certeza e que a Natureza nos permite observar é uma realidade, ou se prefere, uma lei chamada "Conservação da Energia".

"Esta lei diz que existe 'algo', uma quantidade que chamamos energia, que se modifica em forma, mas que a cada momento que a medimos ela sempre apresenta o mesmo resultado numérico. É incrível que algo assim aconteça. Na verdade é muito abstrato, matemático até, e por ser assim tentemos ilustrá-lo com uma analogia".

"Imagine um garoto, pode ser Dennis, 'o Pestinha', que possui uns bloquinhos absolutamente indestrutíveis e indivisíveis. Cada um é igual ao outro e que ele tenha 28 bloquinhos. Por ter pintado o sete sua mãe o coloca de castigo em seu quarto com os bloquinhos e ao final do dia vai conferir como está o menino e os bloquinhos. Quão grande é a surpresa da mãe ao constatar que faça o que Dennis faça os bloquinhos sempre dão 28. Sua mãe descobriu uma Lei Fundamental".

Com o passar dos dias, ela continua a contar os bloquinhos até que um dia só encontra 27 blocos. Mas uma pequena investigação indica que existe um debaixo do tapete. Ela precisará olhar com mais cuidado e atenção para verificar se o número de bloquinhos realmente não muda".

"Um dia, entretanto, ela só encontra 26 bloquinhos no quarto. Uma averiguação mostra que a janela está aberta e que os 2 bloquinhos restantes estão lá fora. Até que um dia aparecem 30 blocos! A surpresa é considerável até que descobre-se que Bruce veio visitá-lo e trouxe consigo seus bloquinhos. Após separá-los, fechar a janela e não deixar Bruce entrar, ela conta e encontra apenas 25 blocos. Depois de procurar em todos os lugares e não achar nada, restava verificar o conteúdo da caixa de brinquedos do menino. Mas ele diz - 'não mexa na minha caixinha de brinquedos', e chora. A mãe está proibida de mexer na caixinha".

Ela não pode fazer muito. Com o passar dos dias ela volta a contar e encontra os 28 facilmente. Aproveita então e pesa a caixinha, que dá 450g. Outro dia acontece de procurar em todo lugar e resta apenas a desconfiada caixinha de brinquedos. Faltam 4 bloquinhos e a mamãe sabe que cada um pesa 80g; pesando a caixa obtém 770g (que é 450g + 4 X 80g). Ardilosamente ela monta uma equação:

(número de bloquinhos vistos)+
(peso da caixa-450g) / (80g)= constante

"E esta fórmula funciona mas nem sempre é válida. Pode haver variações como por exemplo uma observação da água suja da banheira está mudando de nível. O menino está jogando os bloquinhos na água e a mamãe não pode vê-los por estar suja, mas ela pode achá-los adicionando outro termo à sua fórmula. Desde que a altura original era de 15 cm e que cada bloquinho eleva a água de 1/2 cm, a nova fórmula poderia ser do tipo":

(número de bloquinhos vistos) +
(peso da caixa-450g)/(80g) +
(altura do nível de água-15cm)/(1/2cm) = constante

"Repare o leitor que a fórmula acima poderia possuir mais e mais termos à medida que o menino faz mais e mais travessuras ao esconder os bloquinhos. Cabe à mamãe observar tudo o que ocorre no quarto e verificar a validade da Lei Fundamental que descobriu".

"Mas o interessante mesmo é que se repararmos o segundo e o terceiro termos da fórmula nos veremos calculando quantidades QUE NÃO SÃO BLOQUINHOS e sim comprimentos e pesos. Isto faz parte da idéia abstrata da coisa (a energia). A analogia então nos mostra que enquanto calculamos a energia, algumas coisas somem e outras aparecem - devemos pois ter cuidado com o que somamos ou subtraímos da fórmula. Outro ponto é que a energia se apresenta de diferentes formas, que podem ser mecânica, calorífica, química, nuclear, mássica,.... Apresentando-se sempre de formas variadas, com várias roupagens, mas sempre - e até hoje não encontramos exceção - sempre ela dá como resultado '28' ".

Algo realmente intrigante.

"Na Natureza nada se perde, nada se cria, tudo se transforma".

Para ler mais: *The Feynman Lectures on Physics - Addison Wesley Co.* 3 Volumes ou *Feynman Fisica* (versão em espanhol)

Se você gostou do texto, mas ainda não está craque para lê-lo em inglês ou espanhol, procure pelos livros da Ed. Gradiva: *Está a brincar, Sr. Feynman!*; *Nem sempre a brincar, Sr. Feynman*; e o interessante *O que é uma lei física.*

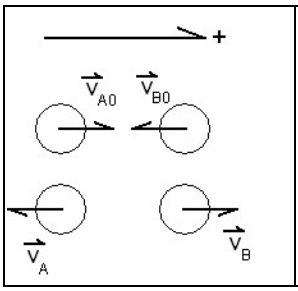
Texto adaptado por Emiliano Chemello
Retirado da página NAEQ (Núcleo de Apoio ao Ensino de Química):
http://www.ucs.br/ccet/defq/naeq/material_didatico/textos_interativos_05.htm

CHOQUE ELÁSTICO: CÁLCULO DO COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Esse é um apêndice puramente matemático (algébrico). Assim, antes de mais nada, cuidado.

O resultado e=1 para o choque elástico pode ser induzido como razoável, feito por uma espécie de indução.

A sua demonstração, entretanto, demanda um bocado de álgebra. Se estiveres com fôlego saca aí (naturalmente que isso não será feito em sala). É ilustrativo como prática de álgebra com os "quadrados" (no sentido algébrico) que aparecem na equação de conservação da energia mecânica (apenas cinética) entram nas contas. Consideremos o caso de um choque frontal.



Queremos demonstrar que:

$$e = \frac{(v_{A0} + v_{B0})}{(v_A + v_B)} = 1$$

Para o choque elástico a conservação da energia precisa ser satisfeita.

$$\frac{m_A}{2} v_{A0}^2 + \frac{m_B}{2} v_{B0}^2 = \frac{m_A}{2} v_A^2 + \frac{m_B}{2} v_B^2 \Rightarrow$$

$$m_A\left(v_{A0}^2 - v_A^2\right) + m_B\left(v_{B0}^2 - v_B^2\right) = 0 \Rightarrow$$

$$m_A(v_{A0} - v_A)(v_{A0} + v_A) + m_B(v_{B0} - v_B)(v_{B0} + v_B) = 0 \Rightarrow$$

$$m_A \frac{(v_{A0} - v_A)}{(v_{B0} + v_B)} = -m_B \frac{(v_{B0} - v_B)}{(v_{A0} + v_A)}$$

- (1) Essa separação serve para todos os casos, para o caso do choque frontal:

$$m_A v_A - m_B v_{B0} = -m_A v_A + m_B v_B \Rightarrow m_A(v_{A0} + v_A) = m_B(v_{B0} + v_B)$$

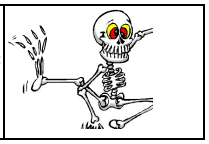
$$m_A \frac{1}{(v_{B0} + v_B)} = m_B \frac{1}{(v_{A0} + v_A)}$$

- (2) Esse resultado na equação (1):

$$m_A \frac{(v_{A0} - v_A)}{(v_{B0} + v_B)} = -m_B \frac{(v_{B0} - v_B)}{(v_{A0} + v_A)} \Rightarrow$$

$$(v_{A0} - v_A) = -(v_{B0} - v_B) \Rightarrow \frac{(v_{A0} + v_{B0})}{(v_A + v_B)} = 1$$

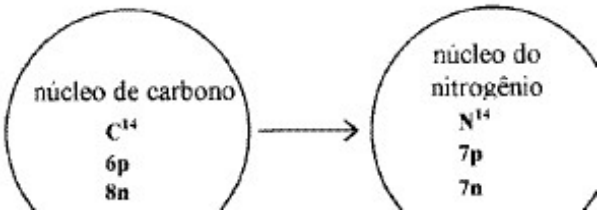
Esse mesmo tipo de conta pode ser utilizado para demonstrar o resultado do choque parcialmente elástico, partindo da desigualdade envolvendo as energias cinéticas.



A DESCOBERTA DO NEUTRINO

A despeito de apresentarmos aspectos da teoria moderna da matéria e da física de partículas, um exemplo interessante da importância que as leis de conservação têm na física consiste da história da descoberta do neutrino, uma partícula que foi primeiro descoberta teoricamente proposta afim de fazer as leis da conservação da energia e do momento permanecerem validas em experimentos que pareciam contrariá-las tendo em vista apenas os reagentes e produtos visíveis àquele tempo. Abaixo segue um trecho do texto da professora Fernanda Ostermann publicado na Revista Brasileira do Ensino de Física em 1999.

No decaimento beta (β), ocorre a emissão de um elétron. Mas este elétron não está na periferia do átomo. Sua origem está no próprio núcleo. Ganha-se um próton e perde-se um nêutron. Há um processo subjacente ocorrendo: um nêutron decai em um próton e um elétron.



Na década de 20, o decaimento β foi cuidadosamente estudado e houve a suspeita que não ocorria a conservação da energia neste processo. Pauli propôs que uma nova partícula, a qual ainda não podia ser detectada, escapulia com a energia que faltava.

Esta partícula não tinha carga elétrica, pequena (ou nenhuma) massa e o mesmo spin dos prótons e elétrons (1/2). Fermi chamou esta partícula de neutrino, que significa "um pequeno nêutron" em italiano.

A existência desta partícula foi completamente aceita pelos físicos por volta da década de 50. Nessa época, observou-se também que o momentum não era conservado no decaimento β, a menos que o neutrino fizesse parte do processo. A Fig. 9 representa o que deveria ser \visto" se o nêutron decaísse somente em duas partículas e houvesse a conservação de momentum (o próton e o elétron retrocederiam em sentidos contrários).

No entanto, o processo ilustrado na Fig. 9 n~ao foi o que os físicos observaram. Na realidade, os momenta do próton e do elétron se pareciam como ilustra a Fig. 10.

Figura 9: O decaimento β a ser observado sem a presença do neutrino.

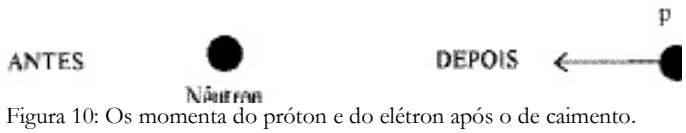


Figura 10: Os momenta do próton e do elétron após o de caimento.

A conservação de momentum, neste processo, só pode ser satisfeita ao postular-se a existência do neutrino. Um diagrama do processo _e mostrado na Fig. 11, onde o próton (p), o elétron (e_), o nêutron (n) e o neutrino (ν) participam do decaimento β:

$$n \rightarrow p + e_ + \beta$$

Figura 11: O decaimento β.

Após aproximadamente 25 anos da proposta de sua existência, em 1956, o neutrino foi descoberto em um reator nuclear.

(Texto de Fernanda Ostermann, Revista Brasileira do Ensino de Física, vol 21, nº3, setembro de 1999).

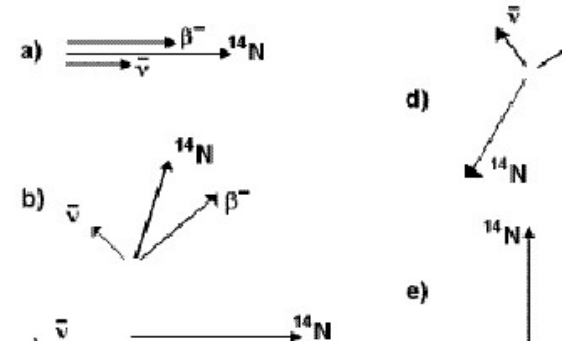
A demora na detecção do neutrino se dá em virtude de sua interação extremamente pequena com a matéria (são quase partículas 'fantasmas'), que fazia quase impossível sua detecção. Fisicamente, o primeiro detector de neutrinos consistia de uma cuba com 400.000 litros de tetracloroetileno.

EXERCÍCIO

1.(FUVEST-2003) Núcleos atômicos instáveis, existentes na natureza e denominados isótopos radioativos, emitem radiação espontaneamente. Tal é o caso do Carbono-14 (14C), um emissor de partículas beta (β-). Neste processo, o núcleo de 14C deixa de existir e se transforma em um núcleo de Nitrogênio-14 (14N), com a emissão de um anti-neutrino v e uma partícula β-.

14C →14N + β– + v

Os vetores quantidade de movimento das partículas, em uma mesma escala, resultantes do decaimento beta de um núcleo de 14C, em repouso, poderiam ser melhor representados, no plano do papel, pela figura:



BARÔMETRO DE TORRICELLI

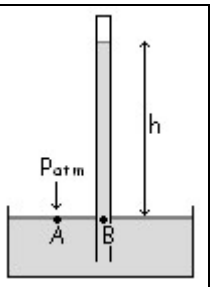
Barômetro é um aparelho utilizado para medir a pressão atmosférica. O barômetro mais simples foi "inventado" por Torricelli em 1644.

Torricelli fez a seguinte experiência: encheu com mercúrio um tubo de vidro de mais ou menos 1m de comprimento. Tampou a extremidade do tubo e o emborcou em uma cuba também cheia de mercúrio, de forma que o tubo ficou com a extremidade aberta dentro da cuba. O mercúrio do tubo desce até um ponto, onde estabiliza. Na região do tubo que ficou "vazia" com a descida do mercúrio existe apenas uma pequena quantidade de vapor de mercúrio, que exerce uma pressão desprezível em comparação com a pressão que a coluna líquida exerce. Esse "vazio" é chamado de "vácuo torriceliano".

Torricelli então observou as pressões existentes no sistema ambiente-cuba com mercúrio-tubo com mercúrio.

O ponto do tubo onde o mercúrio estabilizou fica a uma altura h da superfície do mercúrio da cuba. A pressão na superfície do mercúrio da cuba é a pressão atmosférica, já que o mercúrio está em contato com o ar. Segundo o teorema de Stevin, se tomarmos um ponto no tubo que esteja na mesma altura da superfície do mercúrio da cuba, a pressão será a mesma. Na figura abaixo temos uma representação do experimento de Torricelli, e os pontos A e B representam os pontos onde a pressão é igual.

Como em A a pressão é a atmosférica, em B também temos a mesma pressão, já que esses pontos estão numa mesma altura e pertencem ao mesmo líquido homogêneo, em equilíbrio e sobre a ação da gravidade apenas. Isso quer dizer que a pressão de uma coluna de mercúrio com altura h equivale à pressão atmosférica. Torricelli mediu essa altura h ao nível do mar e obteve h = 76cm, ou seja:



$$1atm = 76cmHg = 760mmHg \cong 10^5\ Pa$$

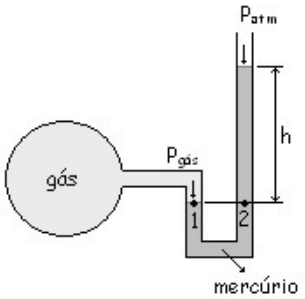
Sabendo isso, se Torricelli viajasse para um lugar acima do nível do mar, uma região serrana por exemplo, poderia medir a pressão atmosférica em tal região medindo a altura da coluna de mercúrio. Por exemplo: se Torricelli medir 61cmHg em seu barômetro, qual seria pressão atmosférica a qual está suportando naquela região? De outra forma: se 1atm equivale a 76cmHg, quantas atmosferas equivale a 61cmHg?

Fazendo uma regra de três, encontramos que a pressão atmosférica em tal região é de aproximadamente 0,8atm.

Se a experiência de Torricelli fosse feita com água (1g/cm³), a pressão atmosférica equilibraria uma coluna de aproximadamente 10 metros de água, ou seja, 1atm = 10mca (metros de coluna d'água).

MANÔMETROS DE TUBO ABERTO

Os manômetros são aparelhos utilizados para medir qualquer tipo de pressão. Um manômetro possui um tubo em "U" contendo um líquido (geralmente mercúrio), de forma que uma das extremidades do tubo está aberta para a atmosfera e a outra está ligada a um recipiente no qual se quer medir a pressão, normalmente, de um gás. Veja na figura abaixo uma representação de um manômetro:



Os pontos 1 e 2, que estão no mesmo nível, no mesmo líquido em equilíbrio, estão suportando a mesma pressão, conforme o teorema de Stevin. Assim, a pressão do gás pgás sobre o ponto 1 é igual à pressão no ponto 2 (pressão da coluna de mercúrio mais a pressão atmosférica). Temos:

$$p_1 = p_2 = d.g.h + p_{atm} \qquad \rightarrow \qquad p_{gás} = d.g.h + p_{atm}$$

onde d é a densidade do mercúrio e g a aceleração da gravidade.

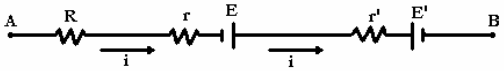
Se a medida da pressão for tomada em cmHg ou mmHg, temos que:

$$p_{gás} = h + p_{atm}$$

sendo que patm = 76cmHg.

LEI DE OHM GENERALIZADA

Consideremos um circuito percorrido por uma corrente *i*, contendo um gerador E, cuja resistência interna é r e um receptor E', cuja resistência é r'e um resistor R.



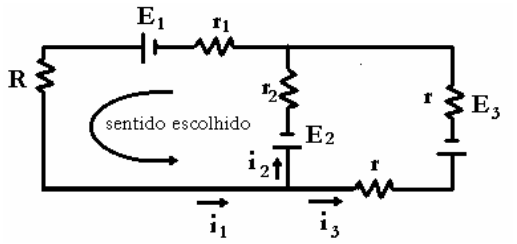
Ao percorrer este circuito no sentido da corrente, podemos determinar a diferença entre o potencial do ponto A e o do ponto B. Observemos que somente o gerador aumenta o potencial, enquanto o resistor e o receptor o diminuem.

Portanto, para um circuito com diversos receptores, geradores e resistores, usamos a chamada Lei generalizada de Ohm, ou Lei de Ohm-Pouillet (homenagem ao físico francês que desenvolveu métodos experimentais nesta área), a saber:

$$V_A - V_B + \sum E - \sum E' = \sum R \cdot i$$

LEIS DE KIRCHHOFF

Consideremos o circuito mostrado abaixo:



PRIMEIRA LEI: DOS NÓS

Como a carga elétrica se conserva, a soma das intensidades de corrente que chegam a um nó é igual à soma das intensidades de corrente que deixam o nó.

Conforme a figura: $i_1 = i_2 + i_3$

SEGUNDA LEI: DAS MALHAS

Ao se percorrer uma malha, num determinado sentido, a soma algébrica das tensões de cada um dos seus elementos é zero. A malha é um conjunto de ramos elétricos que formam um circuito fechado.

Segundo o exemplo da figura anterior, partindo do nó, percorrendo a malha até chegar novamente no nó, temos:

$$V_{nó} - E_2 - r_2.i - r_1.i + E_1 - R.i = V_{nó},$$

ou seja,

$$-E_2 - r_2.i - r_1.i + E_1 - R.i = 0.$$

Generalizando,

$$\sum E - \sum E' - \sum R \cdot i = 0$$

Adota-se o valor positivo para a tensão de resistores percorridos no mesmo sentido da corrente (E), bem como para os receptores (onde a corrente passa do pólo positivo para o negativo, E'). Isto porque, nestes casos há uma queda de potencial, sendo, portanto, a diferença de potencial positiva. Deste modo, os geradores têm tensão negativa.

A LEI DE FARADAY

(INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA/DÍNAMO).

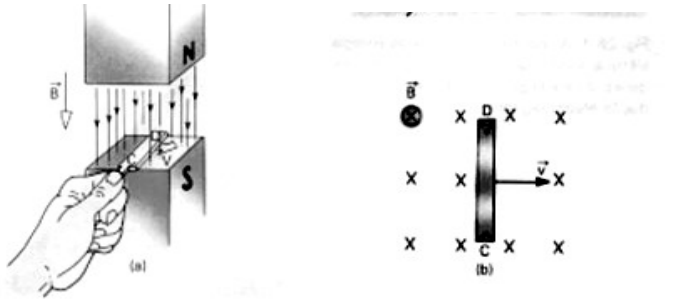
Já citamos no capítulo sobre campos que o eletromagnetismo unifica os campos elétrico e magnético em torno de um único fenômeno: eletromagnetismo, onde um pode produzir o outro e vice-versa.

No último capítulo de eletricidade exploramos as relações nas quais temos a corrente elétrica gerando campos magnéticos. Nesta seção segue a relação de produção de campos elétricos a partir de campos magnéticos. A baixa incidência em exames vestibulares faz com que esse fenômeno seja exposto aqui em forma de apêndice, mas o incluímos por podermos considerá-lo interessante do ponto de vista do aprendizado de física.

É esse o fenômeno físico, a indução de corrente a partir de campos magnéticos, que está na base dos geradores de eletricidade utilizado nas usinas de produção de energia. Nestes geradores a energia mecânica advinda do movimento imprimido sobre hélices impulsionadas por fluxos de água, vento ou vapor são convertidas no movimento de correntes de cargas.

CONDUTOR EM MOVIMENTO DENTRO DE UM CAMPO MAGNÉTICO

Se consideramos um condutor metálico que se movimenta com uma velocidade ***v,*** conforme representado na figura acima (perpendicular às linhas de indução de um campo magnético ***B***.).



Barra metálica sendo deslocada no interior de uma região onde existe um campo magnético uniforme (a); corte com vista de cima da mesma situação (b).

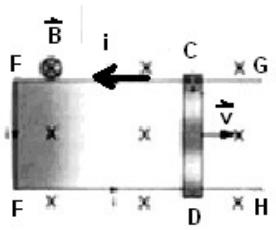
A barra metálica possui elétrons habilitados a transitar livres pelo metal. Então como esses elétrons estão desenvolvimento o movimento (devido à translação da barra), eles ficarão sujeitos à ação de uma força magnética exercida pelo campo ***B, conforme expusemos no capítulo sobre campo magnético no vol. 1.*** Usando a **regra da mão direita** na figura (b) (cuidado com o sinal negativo da carga do elétron que inverte a direção no final), segue que esta força atuará sobre os elétrons empurrando-os para a extremidade **C** da barra.

Como conseqüência, teremos enquanto a barra estiver se deslocando, uma separação de cargas na barra, isto é uma extremidade (D) ficará eletrizada positivamente e a outra (C) negativamente. Esta separação de cargas permanecendo (sendo mantido o movimento da barra) gera, portanto, uma diferença de potencial, entre estas duas extremidades.

Podemos, assim, concluir que esta barra se comporta como um gerador de f.e.m.! Em outras palavras, ela é equivalente a uma pilha ou a uma bateria. Esta f.e.m. que aparece na barra, devido ao seu movimento em um campo magnético, é denominada **força eletromotriz induzida.**

CORRENTE INDUZIDA EM CIRCUITO

Suponha que a barra **CD**, ao deslocar-se, esteja apoiada sobre um trilho metálico **GEFH**, como mostra a figura ao lado. Desta maneira, teremos um circuito elétrico fechado, constituído pela barra e pelo trilho. Em virtude da diferença de potencial existente entre os extremos da barra, uma corrente passará neste circuito no sentido **CEFD**. Como esta corrente foi estabelecida pela f.e.m. induzida na barra, ela é denominada **corrente induzida**.



É fácil perceber que se a barra **CD** for deslocada para esquerda, como mostra a figura ao lado, haverá uma inversão na

separação de cargas, isto é a extremidade **D** se comportará como pólo positivo de uma pilha e a extremidade **C** como pólo negativo. A corrente induzida, então, passará a circular no sentido contrário, **DFEC**. Assim, se movimentarmos a barra sucessivamente para a direita e para a esquerda teremos, no circuito, uma corrente ora em um sentido, ora em sentido contrário. Esta corrente que muda periodicamente de sentido é uma **corrente alternada**. Os geradores de corrente alternada usados na prática, embora sejam baseados no mesmo princípio, funcionam de maneira diferente, como veremos na seção seguinte.

LEI DE FARADAY

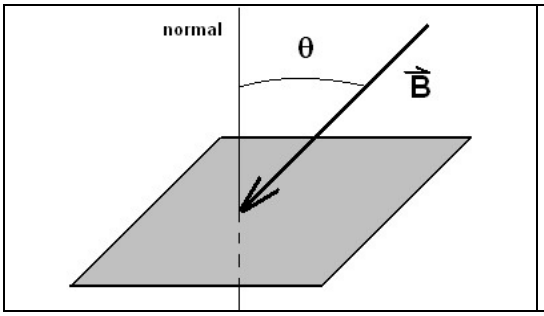
Faraday encontrou uma lei empírica (isso é, baseada na experimentação), que é incorporada nas leis de Maxwell para o eletromagnetismo, que relaciona a f.e.m. induzida e a uma quantidade associada ao campo magnético e o deslocamento da barra.

Lei de faraday:

$$fem = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

onde ϕ consiste no fluxo magnético sobre uma superfície. E $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ é, portanto, a taxa de variação temporal do fluxo do campo magnético.

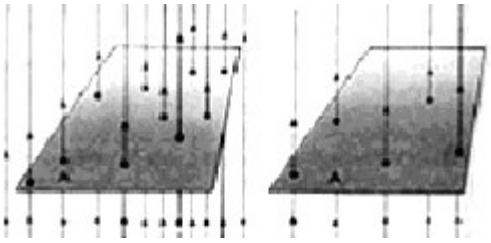
O fluxo ϕ de um campo uniforme B sobre uma superfície A que tem sua normal formando um ângulo θ com o campo é dado por:



$$\phi = BA\cos\theta$$

O fluxo é diretamente proporcional à medida do número de linhas de indução que "furam" esta superfície: quanto maior for o número de linhas de indução que atravessam a superfície, maior será o valor de ϕ.

Por exemplo, na figura à baixo, temos duas superfícies de áreas iguais, colocadas em campos magnéticos diferentes.



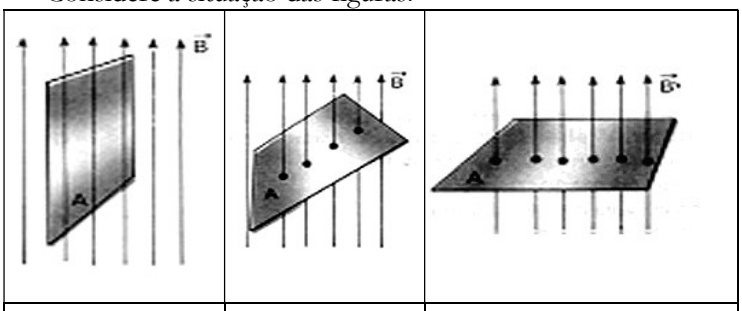
(a) (b)

Em (a) temos um campo magnético mais intenso do que em (b) por que as linhas de indução do campo em (a) estão mais próximas umas das outras do que as linhas do campo em (b). Evidentemente, o número de linhas que **"furam"** a superfície (a) é maior do que na figura (b) (na verdade a densidade destas linhas), isto é, o valor do fluxo ϕ_1 é maior do que ϕ_2.

Note também que quanto maior for a área da superfície colocada em um dado campo **B**, maior será o número de linha de indução que "furam" a superfície, isto é, maior será o valor do fluxo.

Finalmente, devemos observar que o valor de ϕ depende do ângulo entre o campo magnético e a normal, isto é, o fluxo magnético através de uma superfície depende da inclinação desta superfície em relação ao vetor **B**.

Considere a situação das figuras.



(a) (b) (c)

Em (a), nenhuma linha de indução está "furando" a superfície e, portanto, temos ϕ=0; Em (b), a inclinação da superfície foi modificada e já temos um certo fluxo ϕ através dela (dada pela projeção do campo na direção da normal e sentido oposto à ela); Em (c), estando a superfície perpendicular a **B**, temos um valor máximo para o fluxo ϕ (todo o campo fura, e não apenas uma projeção).

O SENTIDO DA CORRENTE: LEI DE LENZ.

Já analisamos diversas situações na quais a corrente induzida aparece no circuito, ora em um sentido, ora em sentido contrário.

Por exemplo, nas condições, dissemos que, quando o ímã se aproxima de espira, a corrente aparece em um determinado sentindo e quando o ímã se afasta, a corrente aparece na espira em sentido contrário ao anterior.

Embora Faraday tivesse percebido que isto ocorria, ele não conseguiu chegar a uma lei que nos indicasse como determinar o sentido da corrente induzida. Entretando, em 1834, alguns anos após a divulgação dos trabalhos de Faraday, o cientista russo H. Lenz apresentou uma "regra", hoje conhecida como "Lei de Lenz", que nos permite resolver este problema..

LEI DE LENZ (DIREÇÃO DA CORRENTE INDUZIDA):

A corrente induzida tem sentido tal que o campo magnético que cria contraria a variação do fluxo magnético através da espira

1- Quando a corrente induzida é estabelecida em virtude de um *aumento* do fluxo magnético, o seu sentido é tal que o campo por ela criado tem *sentido contrário* ao campo magnético existe no interior do circuito.

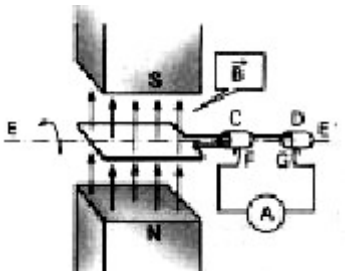
2- Quando a corrente induzida é estabelecida em virtude de uma *diminuição* do fluxo magnético, o seu sentido é tal que o campo por ela tem o *mesmo sentido* do campo magnético existe no interior do circuito.

GERADOR DE FEM: DÍNAMO.

Como visto acima a f.e.m. é induzida em um circuito sempre que variar o fluxo magnético através dele (Lei de Faraday).

Veremos agora como esse princípio básico é utilizado na construção dos **dínamos**, isto é, de geradores capazes de produzir grandes quantidades de energia elétrica.

Um dínamo é constituído, basicamente, por uma espira que gira dentro de um campo magnético. Considere o esquema abaixo: um imã e um fio metálico dobrado que pode girar em torno do eixo EE` entre os pólos de um imã.



Nas extremidades da expira existem dois anéis C e D, que deslizam sobre os contatos F e G, os quais ligam a espira a um circuito externo qualquer. No caso esse circuito externo é um amperímetro, usado para indicar a presença de corrente induzida.

Enquanto a espira gira, podemos perceber que há uma variação do fluxo magnético através dela. Isto ocorre porque a inclinação da espira, em relação ao vetor **B**, está variando continuamente.

Então, uma f.e.m. é induzida na espira, gerando uma corrente que será indicada pelo amperímetro. Durante uma meia-volta da espira, o fluxo magnético, através dela está aumentando e, ao efetuar a meia-volta da espira, o fluxo magnético através dela está aumentando e, ao efetuar a meia-volta seguinte, o fluxo está diminuindo.

Por esse motivo, a corrente induzida aparecerá, no circuito, ora em sentido, ora em sentido contrário. Em outras palavras, a espira girando dentro de um campo magnético gera uma **corrente alternada**, como se pode perceber pela indicação do amperímetro.

Os grandes geradores de corrente alternada encontrada nas usinas hidrelétricas, funcionam de maneira semelhante à que acabamos de descrever. A energia de uma queda d`água é usada para colocar em rotação esses geradores, transformando, então grandes quantidades de energia mecânica em energia elétrica.

RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

*** as respostas que estão faltando pegue com os professores.**

ENERGIA

01. a) 3 m/s²; b) $4{,}5.10^5$ J
02. 12 m/s
03.C 04.C 05.B 06.D 07.C 08.B 09.A 10.C
11.E 12.B
13. a) 5m; b) 6m; c) A altura limite alcançada pelo atleta é:
$h_1 = h_2 + v_1^2/2g$, que não depende da massa do atleta.
onde: h_1 = limite de altura de um salto.
h_1= altura do centro de massa do atleta.
v_1^2= velocidade do atleta.
g = aceleração da gravidade do local.
Assim: - Mantida a v_1^2 = 10m/s, o atleta de 60kg não poderia saltar mais alto. A altura limite permaneceria a mesma estimada no item anterior.
- Porém, se v_1^2> 10m/s, o atleta poderia saltar mais alto.
14.C 15.C

IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

01.D 02.C 03.B 04.C 05.E 06.D 07.D 08.E
09. 25
10.A 11.E 12.* 13.B 14.D 15.C 16.A 17.A
18. a) $9{,}6.10^6$kg.m/s; b) μ=0,32
19.* 20.* 21.* 22.* 23.* 24.* 25.*

HIDROSTÁTICA

01.B 02.C 03.E 04.C
05. a) 600 N; b) 2.10^6Pa;
06.B 07.B 08.D 09.D 10.D 11.C 12.D 13.E
14.E 15.E
16. R=0,25m = 25cm;
17.e
18. a) $1{,}5 \times 10^5$ N/m; b) zero.
19. a) desenho; b) 90N; c)95N;
20. a) P = mg = 10.10 = 100N;
b) $E = d_{água}V_{objeto}.g$ = 1.000 x 0,002 x 10 è E = 20N
c)$P_{aparente}$=P–E=100–20=80N
d)F_R = P – E è a=8,0 m/s² (afundará, pois P > E)
21. 900kg /m³
22.C 23.B 24.C 25.E 26.B 27.D 28.E 29.D
30.D

ELETROSTÁTICA E ELETRODINÂMICA

Conservação da Carga até Gaiola de Faraday

01.* 02.* 03.* 04.* 05.* 06.* 07.* 08.*
09.* 10.* 11.* 12.* 13.* 14.* 15.* 16.*
17.* 18.*

Corrente Elétrica

01.* 02.* 03.* 04.* 05.*

DDP.

01.* 02.* 03.* 04.* 05.* 06.* 07.* 08.*
09.* 10.* 11.* 12.* 13.*

Resistores: 1ª e 2ª. Leis de Ohm – 12.1. e 12.2.

01.C 02.C 03.A
04. a) 8 V; b) 0,15 A
05.C 06.C 07. B 08.E 09.D

Resistores: Associação

1.E 2.D 3.B 4.B 5.B
6. a) 5 Ω; 0,5 V
7.E 8.C 9.D 10.A 11.E 12.A 13.D 14.E

Potência Elétrica

01.* 02.* 03.* 04.* 05.* 06.* 07.* 08.*
09.* 10.* 11.* 12.* 13.* 14.*

Geradores/Receptores

01.* 02.* 03.* 04.* 05.* 06.* 07.* 08.*
09.* 10.* 11.* 12.* 13.* 14.* 15.* 16.*
17.* 18.* 19.* 20.* 21.* 22.* 23.* 24.*
25.* 26.* 27.* 28.* 29.*

ELETROMAGNETISMO

1.D
2. a) $5{,}64.10^{-4}$ N 2b)desenho
3.D 4.B 5.E
6. a) desenho; b) desenho
7.E 8.C 9.B 10.D 11.A 12.A 13.A 14.E
15.A